Grupo de Matemática
Volume Único

Matemática

Para o Vestibular, ENEM e para a Vida

1. Números. 2. Conjuntos Numéricos. 3. Conjuntos. 4. Potenciação. 5. Radiciação. 6. Produtos Notáveis. 7. Fatoração. 8. Equações. 9. Sistemas de Equações. 10. Grandezas Proporcionais. 11. Relações. 12. Análise Combinatória. 13. Probabilidade. 14. Progressões. 15. Estatística Básica. 16. Exponenciais. 17. Logaritmos. 18. Funções. 19. Geometria Plana. 20. Geometria Espacial. 21. Números Complexos. 22. Polinômios. 23. Matrizes. 24. Determinantes. 25. Sistemas Lineares. 26. Geometria Analítica. 27. Trigonometria.

Mauro Weigel

MAURO WEIGEL

MATEMÁTICA

Volume Único

Volume Único
MATEMÁTICA

Matemática para o Vestibular, ENEM e para a Vida

Weigel, Mauro
Volume Único – Matemática para o Vestibular e ENEM / Mauro Weigel. Porto Alegre, 2017.
369 f.: il.

1. Números. 2. Conjuntos Numéricos. 3. Conjuntos. 4. Potenciação. 5. Radiciação. 6. Produtos Notáveis. 7. Fatoração. 8. Equações. 9. Sistemas de Equações. 10. Grandezas Proporcionais. 11. Relações. 12. Análise Combinatória. 13. Probabilidade. 14. Progressões. 15. Estatística Básica. 16. Exponenciais. 17. Logaritmos. 18. Funções. 19. Geometria Plana. 20. Geometria Espacial. 21. Números Complexos. 22. Polinômios. 23. Matrizes. 24. Determinantes. 25. Sistemas Lineares. 26. Geometria Analítica. 27. Trigonometria.

Aritmética


Eyn Newe
Vnnd wolgegründte
vnderweysung aller Kauffmanß Rech-
nung in dreyen Büchern/mit schönen Re
geln vñ fragstucken begriffen. Sunder-
lich was fortl vnnd behendigkait in der
Welschē Practica vñ Tolletn gebraucht
wirdt/ des gleychen fürmalß weder in
Teützscher noch in Welscher sprach nie
gedrückt. durch Petrum Apianū
von Leyßnick/ d Astronomei
zu Ingolstat Ordina-
riū/ verfertiget.

NÚMEROS

Múltiplos de um Número

$$M(2) = \{ \qquad \}$$

$$M(5) = \{ \qquad \}$$

$$M(7) = \{ \qquad \}$$

Divisores de um Número

$$D(12) = \{ \qquad \}$$

$$D(60) = \{ \qquad \}$$

Quantidade de divisores de um número

Para determinar a quantidade de divisores de um número procedemos da seguinte forma:

a) Decompõem-se em fatores primos o número dado;

b) Toma-se os expoentes de cada um dos fatores e a cada um desses expoentes adiciona-se uma unidade;

c) Multiplica-se os resultados assim obtidos.

Exemplo:

Determinar o número de divisores de 90.

Critérios de Divisibilidade

Divisibilidade por 2

Um número é divisível por 2 se for par.

Exemplos:

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 se a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplos:

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando terminar em 00 ou se os dois últimos algarismos formarem um número que seja divisível por 4.

Exemplos:

Divisibilidade por 5

Um número é divisível por 5 se o último algarismo for 0 ou 5.

Exemplos:

Divisibilidade por 6

Um número é divisível por 6 se for simultaneamente divisível por 2 e 3.

Exemplos:

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando terminar em 000 ou se os três últimos algarismos formarem um número que seja divisível por 8.

Exemplos

Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos for um número divisível por 9.

Exemplos:

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 se o último algarismo for zero.

Exemplos:

Números Primos

Um número p, em que $p \in \mathbb{N}^*$ e $p \neq 1$, é denominado número primo se apresentar exatamente dois divisores: *1* e *p.*

Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13,...

Observação: Se não for primo, o número será denominado composto.

Tabela de números primos menores que 1019.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 39, 853, 857 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997, 1009, 1013.

Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.)

Exemplo:

Determine o m.m.c. entre os números 12 e 5.

$M(12) = \{ \qquad \qquad \qquad \}$

$M(5) = \{ \qquad \qquad \qquad \}$

Resposta: ________

Regra prática:

Máximo Divisor Comum (m.d.c.)

Exemplo:

Determine o m.d.c. entre os números 12 e 16.

$D(12) = \{ \qquad \qquad \qquad \}$

$D(16) = \{ \qquad \qquad \qquad \}$

Resposta: ________

Regra prática:

Exercícios de Casa

1. Sejam x e y o m.d.c. e o m.m.c. de 12 e 20, respectivamente, o valor de x . y é:

a) 240
b) 120
c) 100
d) 340
e) 230

---

2. (Enem) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano, serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

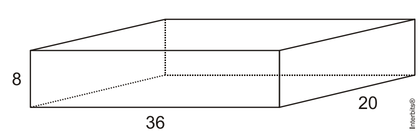
a) 2.
b) 4.
c) 9.
d) 40.
e) 80.

---

3. *(MACKENZIE)*

O número mínimo de cubos de mesmo volume e dimensões inteiras, que preenchem completamente o paralelepípedo retângulo da figura, é

a) 64
b) 90
c) 48
d) 125
e) 100



4. (ESPM) Uma parede retangular pode ser totalmente revestida com ladrilhos retangulares de 30 cm por 40 cm ou com ladrilhos quadrados de 50 cm de lado, inteiros, sem que haja espaço ou superposição entre eles. A menor área que essa parede pode ter é igual a

a) 4,5 m^2
b) 2,5 m^2
c) 3,0 m^2
d) 4,0 m^2
e) 3,5 m^2

---

5. (Enem) Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x, y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.
O número de divisores de N, diferentes de N, é

a) $x \cdot y \cdot z$
b) $(x+1)\cdot(y+1)$
c) $x \cdot y \cdot z - 1$
d) $(x+1)\cdot(y+1)\cdot z$
e) $(x+1)\cdot(y+1)\cdot(z+1)-1$

---

6. Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.
Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

a) 105 peças.
b) 120 peças.
c) 210 peças.
d) 243 peças.
e) 420 peças.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números Naturais ($\mathbb{N}$)

$\mathbb{N} = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$

Observação:

$\mathbb{N}^* = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$

Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)

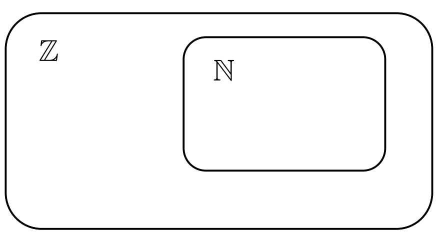
$\mathbb{Z} = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$

Observações:

$\mathbb{Z}^* = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$

$\mathbb{Z}_+ = \{ \qquad\qquad\qquad \}$ (Inteiros não negativos)

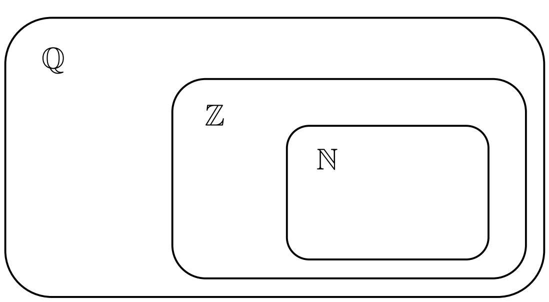
$\mathbb{Z}_- = \{ \qquad\qquad\qquad \}$ (Inteiros não positivos)



Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

São representados pelas frações de números inteiros.

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \,/\, x = \frac{a}{b},\ \text{onde } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$



Dízima periódica

Para transformarmos uma dízima periódica qualquer, em fração, basta seguir a seguinte regra prática:

Tem-se a fração onde:

- O numerador é a diferença entre a parte não periódica seguida de um período e a parte não periódica.
- O denominador é um número formado de tantos noves quantos são os algarismos do período, seguido de tantos zeros quantos são os algarismos da parte decimal não periódica.

Exemplos:

I) $23{,}01715\overline{715} = \dfrac{2301715 - 2301}{99900}$

II) $2{,}757575\ldots = \dfrac{275 - 2}{99}$

Exercícios de Classe

$0{,}222\ldots =$

$2{,}373737\ldots =$

$0{,}0525252\ldots =$

$52{,}\overline{2} =$

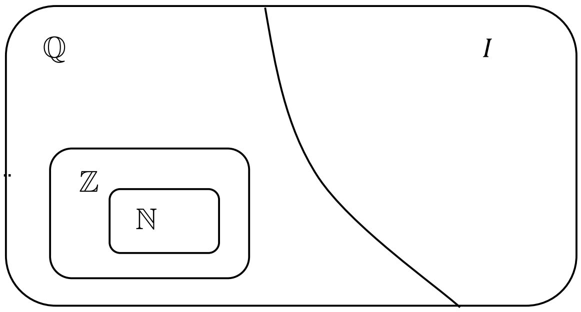
$2{,}0151515\ldots =$

$42{,}1\overline{235} =$

$0{,}002131313\ldots =$

Números Irracionais (I)

Este é o conjunto dos números que não podem ser representados como frações de números inteiros.

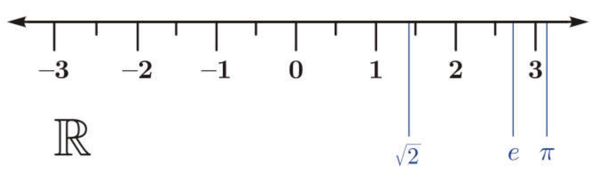


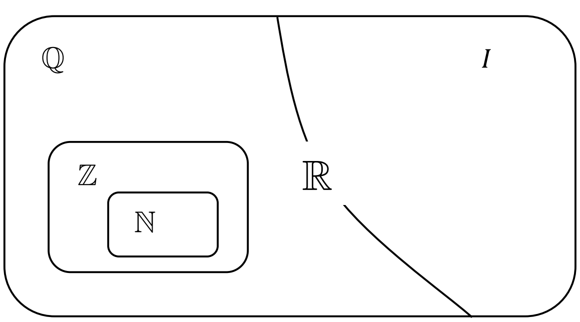
Números Reais $(\mathbb{R})$

É o conjunto formado pela união dos números Racionais com os Irracionais.

$$\boxed{\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I}$$

Representação geométrica





Números Complexos $(\mathbb{C})$

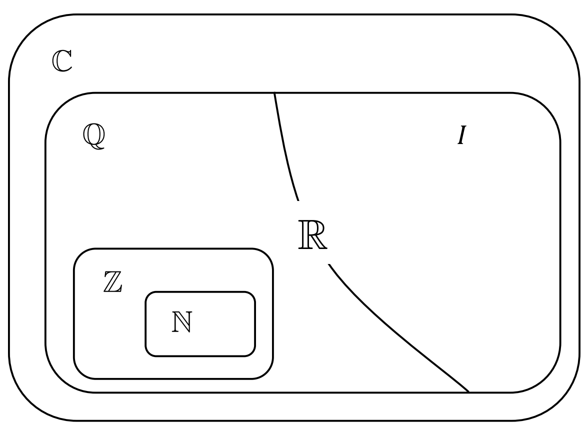
Este é o conjunto que contém todos os demais e ainda um tipo de número especial, chamado de imaginário. A unidade imaginária é representada pela letra i e é equivalente a $\sqrt{-1}$, ou seja:

$$\boxed{i = \sqrt{-1}}$$

Um número complexo é sempre da forma $a + bi$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Um número imaginário, além ter $a, b \in \mathbb{R}$, precisa ter $b \neq 0$.

Exemplos de números complexos:

Exemplos de números imaginários:



INTERVALOS NUMÉRICOS

Chamamos de intervalo, qualquer subconjunto contínuo dos números Reais. Podem em geral ser representados de três formas distintas:

- notação de conjunto;
- notação de intervalos;
- notação gráfica.

Exemplo:

- Notação de conjuntos: $\{x \in IR \,/\, -4 \leq x < 7\}$
- Notação de Intervalos: $[-4; 7)$
- Notação Gráfica:

Exercícios de Casa

7. Encontre a fração geratriz de cada uma das dízimas periódicas:

a) $0,666\ldots$

b) $5,323232\ldots$

c) $2,0515151\ldots$

d) $4,999\ldots$

e) $0,430121212\ldots$

---

8. Calcule $2,555\ldots + \dfrac{0,222\ldots - \dfrac{7}{9}}{\dfrac{3}{4} + 0,25}$.

Exercícios de Casa

9. Qual o valor de $\sqrt{0{,}111\ldots}+\dfrac{14}{0{,}777\ldots}$?

---

10. Enumere os elementos dos conjuntos a seguir:

a) {x ∈ N / x é divisor de 16}

b) {x ∈ N / x é múltiplo de 4}

c) {x ∈ N / 3 < x ≤ 7}

d) {x ∈ Z / - 1 ≤ x < 3}

e) {x | x = 2k, k ∈ N}

f) {x | x = 2k + 1, k ∈ N}

g) {x ∈ Z / -3 < x < 4}

---

11. (CESCAM-SP) Se p e q são números inteiros quaisquer com $q \neq 0$, então:

a) $\dfrac{p}{q}$ é um número inteiro.

b) $\dfrac{p}{p+q}$ é um número inteiro.

c) $\dfrac{p+q}{q}$ é um número inteiro.

d) $\dfrac{p}{q}$ é um número inteiro se, e somente se, existir um inteiro k tal que $p = kq$.

e) sendo $\dfrac{p}{q}$ inteiro, tem-se também que $\dfrac{q}{p}$ é inteiro.

12. (FUVEST SP) Sejam a e b o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de 360 e 300, respectivamente. Então o produto ab vale

a) $2^4 3^4 5^3$
b) $2^5 3^2 5^2$
c) $2^5 3^3 5^3$
d) $2^6 3^3 5^2$
e) $2^6 3^4 5^2$

---

13. (FCChagas SP) Sejam os números A = $2^3 . 3^2 . 5$ e B = $2 . 3^3 . 5^2$. O MDC e o MMC entre A e B valem, respectivamente

a) $2 . 3^2 . 5$ e $2^3 . 3^3 . 5^2$
b) $2 . 5^2 . 5^2$ e $2^2 . 3^2 . 5$
c) $2 . 3 . 5$ e $2^3 . 3^3 . 5^2$
d) $2^2 . 3^2 . 5$ e $2 . 3^2 . 5$
e) $2^3 . 3^2 . 5^2$ e $2 . 3^3 . 5^2$

---

14. (UFU MG) Se k = $17^5.3^{15}$, então o número de divisores positivos de k é

a) 96
b) 12
c) 35
d) 20
e) 51

---

15. (UNIFOA MG) Calcule o valor da expressão $2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}}$.

a) $3\,\dfrac{7}{10}$

b) $2\,\dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{1}{2}$

d) $2\,\dfrac{7}{10}$

e) $1\,\dfrac{7}{10}$

16. (UEPI) O número de divisores do inteiro 1800, é

a) 24
b) 36
c) 48
d) 60
e) 72

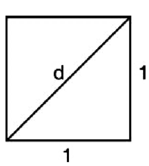
---

17. (UEPI) Sendo a = 1,666..., b = 1,333... e c = 3, então o valor da expressão (a – b).c é

a) $\frac{1}{9}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{8}{9}$
e) 1

---

18. (UFPel RS) Durante muitos séculos, acreditou-se que os números racionais fossem suficientes para resolver qualquer problema numérico que pudesse surgir. Admitia-se que a medida de uma grandeza, em qualquer unidade, podia sempre ser expressa através de um número racional. Não se sabe ao certo, mas supõe-se que da escola pitagórica surgiu um problema que lançou por terra a suficiência dos números racionais, ao querer saber qual a medida da diagonal de um quadrado cujo lado mede uma unidade.
Assim



$d^2 = 1^2 + 1^2$
$d = \sqrt{2}$

Com base no texto e em seus conhecimentos, analise as afirmativas abaixo.

I. O produto de dois números irracionais é sempre irracional.

II. Se *a* e *b* são irracionais, então $\frac{a}{b}$ é irracional.

III. Se *a* é racional, e *b* é irracional, então *a*+*b* é irracional.

IV. Se *a* é racional, e *b* é irracional, então *a* · *b* é irracional.

É correto afirmar que

a) somente III é verdadeira.
b) somente II e IV são falsas.
c) somente I e II são falsas.
d) somente II, III e IV são verdadeiras.
e) todas as afirmativas são verdadeiras.

---

19. (UNIMONTES MG) Qual o valor de a+b, se $\frac{a}{b}$ é a fração irredutível equivalente a $\frac{3{,}444...}{1{,}222...}$?

a) $\frac{42}{9}$
b) $\frac{21}{9}$
c) 21
d) 42

---

20. (UFMG) Considere o conjunto de números racionais $M = \left\{\frac{5}{9}, \frac{3}{7}, \frac{5}{11}, \frac{4}{7}\right\}$.

Sejam x o menor elemento de M e y o maior elemento de M, então é correto afirmar que

a) $x = \frac{5}{11}$ e $y = \frac{4}{7}$
b) $x = \frac{3}{7}$ e $y = \frac{5}{9}$
c) $x = \frac{3}{7}$ e $y = \frac{4}{7}$
d) $x = \frac{5}{11}$ e $y = \frac{5}{9}$

---

21. (UFPI) O algarismo das unidades do número 3 x 5 x 87 x 114 x 213 x 311 é

a) 8
b) 5
c) 3
d) 1
e) 0

CONJUNTOS

Pertinência

Usamos os símbolos de pertence $(\in)$ e não pertence $(\notin)$ para relacionar ELEMENTO e conjunto.

Exemplos:

Inclusão

Usamos os símbolos de está contido $(\subset)$ e não está contido $(\not\subset)$ para relacionar um CONJUNTO (subconjunto) a outro conjunto.

Exemplos:

22. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F)

a) $3{,}72 \notin \mathbb{C}$

b) $7 \in \mathbb{Q}$

c) $-3 \notin I$

d) $3/5 \in \mathbb{Z}$

e) $2-3i \in \mathbb{C}$

f) $-9 \in \mathbb{Z}$

g) $0 \in \mathbb{N}^*$

h) $7 \notin \mathbb{Z}_-$

i) $-5i \in \mathbb{R}$

j) $7 \subset \mathbb{N}$

k) $\{-2, 5, 7\} \subset \mathbb{Z}$

l) $\varnothing \subset \mathbb{N}$

m) $\{\sqrt{5}, \sqrt{-2}\} \subset \mathbb{C}$

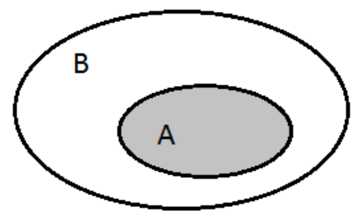
n) $\varnothing \subset \{2, 3\}$

o) $\varnothing \subset \mathbb{Z}$

p) $\varnothing \in \mathbb{N}$

Subconjuntos

Quando todos os elementos de um conjunto A pertencem a um outro conjunto B, diz-se, então, que A é um subconjunto de B, ou seja: $A \subset B$
O número de subconjuntos de um conjunto qualquer é dado por 2^n, onde n é o número de elementos do conjunto em questão. É também chamado de **Conjunto das Partes**.



Conjunto Unitário

Chama-se conjunto unitário aquele que apresenta um único elemento

Exemplo: O conjunto dos estados brasileiros que fazem divisa com o Uruguai.

Conjunto Vazio

Chama-se conjunto vazio aquele que não possui elemento algum. Simbolicamente representamos o conjunto vazio por $\varnothing$, ou $\{\ \}$.

Observação:

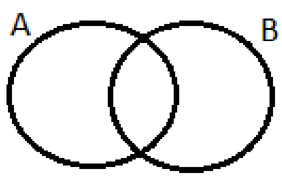
O conjunto vazio está sempre contido em qualquer conjunto.
Algebricamente temos: $\varnothing \subset A$

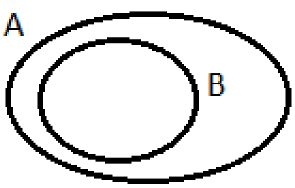
Exemplo: O conjunto das soluções inteiras da equação $2x-7=0$ é:

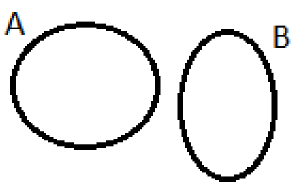
União

A união de dois conjuntos A e B, que designaremos por $A \cup B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a A **ou** a B. Simbolicamente temos:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



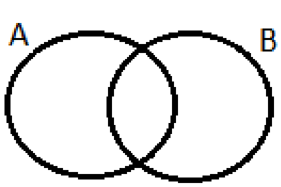


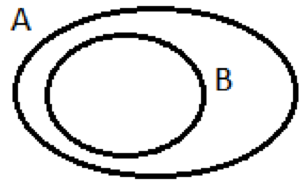


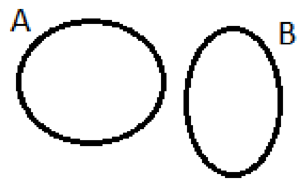
Intersecção

A intersecção de dois conjuntos A e B, que designaremos por $A \cap B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a A **e** a B. Simbolicamente temos:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$







Exercícios de Classe

23. São dados os conjuntos:

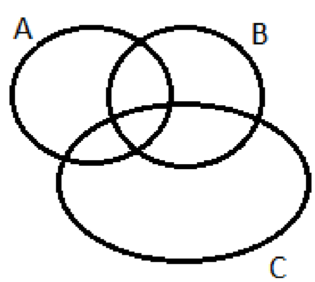
$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \le x < 6\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -7 < x \le 4\}$

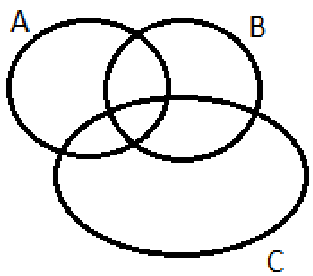
Determine $A \cup B$ e $A \cap B$.

---

24. No diagrama abaixo, hachurar a região que representa o conjunto $(A \cup C) \cap B$.



25. No diagrama abaixo, hachurar a região que representa o conjunto $(A \cap B) \cap (B \cup C)$.



26. Resolver, no conjunto universo $U = \mathbb{Z}$, o sistema de equações

$$\begin{cases} 4x - 9 \le 2x + 3 \\ 5x + 3 > 4x + 5 \end{cases}$$

Conjunto Diferença

A diferença entre dois conjuntos A e B, nessa ordem, representada por $A - B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a A e que não pertencem a B. Simbolicamente temos:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Exemplo:

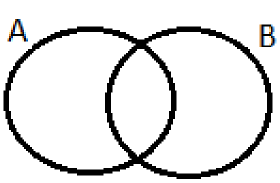
Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, então:

$A - B =$

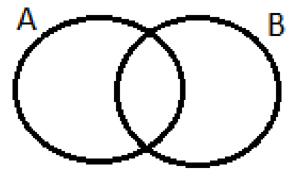
$B - A =$

Representação por diagramas de Venn.

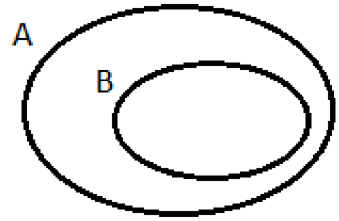
A região hachurada representa $A - B$.



A região hachurada representa $B - A$.



No diagrama,



o conjunto solução de $B - A$ é

Problemas sobre conjuntos finitos

O capítulo de Conjuntos, estudado anteriormente, servirá de base para a resolução de uma série de situações problema, onde após a interpretação e coleta dos dados, será feita a análise matemática para maior segurança e precisão na resposta.

Exercícios de Classe

27. (UEPG) Uma prova continha dois problemas: 30 alunos acertaram somente um problema, 22 alunos acertaram o segundo problema, 10 alunos acertaram os dois problemas e 17 alunos erraram o primeiro problema. Nesse contexto, assinale o que for correto.

01) 10 alunos erraram os dois problemas.
02) 20 alunos erraram o segundo problema.
04) 18 alunos acertaram somente o primeiro problema.
08) 45 alunos fizeram a prova.

28. (PUCRS) O número de alunos matriculados nas disciplinas Álgebra A, Cálculo II e Geometria Analítica é 120. Constatou-se que 6 deles cursam simultaneamente Cálculo II e Geometria Analítica e que 40 cursam somente Geometria Analítica. Os alunos matriculados em Álgebra A não cursam Cálculo II nem Geometria Analítica. Sabendo que a turma de Cálculo II tem 60 alunos, então o número de estudantes em Álgebra A é

a) 8
b) 14
c) 20
d) 26
e) 32

29. (UTFPR) Numa cidade existem três *shoppings*: "X", "Y" e "Z". Foi feita uma entrevista com as pessoas para saber sobre o hábito delas frequentarem esses *shoppings* e obteve-se o seguinte resultado, disposto na tabela abaixo:

Shopping	**Pessoas**
X	220
Y	226
Z	226
X e Y	120
X e Z	130
Y e Z	110
X, Y e Z	70
Nenhum dos três	100

Quantas pessoas entrevistadas não frequentam o *shopping* "X"?

a) 552.
b) 276.
c) 262.
d) 130.
e) 100.

30. (UFSM) Numa prova de vestibular, ao qual concorreram 20000 candidatos, uma questão apresentava as afirmativas A, B e C, e cada candidato devia classificá-las em verdadeira (V) ou falsa (F). Ao analisar os resultados da prova, observou-se que 10200 candidatos assinalaram V na afirmativa A; 6100, na afirmativa B; 7720, na afirmativa C. Observou-se ainda que 3600 candidatos assinalaram V nas afirmativas A e B; 1200, nas afirmativas B e C; 500, nas afirmativas A e C; 200, nas afirmativas A, B e C. Quantos candidatos consideraram falsas as três afirmativas?

a) 360
b) 490
c) 720
d) 810
e) 1080

31. (EsPCEx) Uma determinada empresa de biscoitos realizou uma pesquisa sobre a preferência de seus consumidores em relação a seus três produtos: biscoitos *cream cracker*, *wafer* e recheados. Os resultados indicaram que:

- 65 pessoas compram *cream crackers.*
- 85 pessoas compram *wafers.*
- 170 pessoas compram biscoitos recheados.
- 20 pessoas compram *wafers*, *cream crackers* e recheados.
- 50 pessoas compram *cream crackers* e recheados.
- 30 pessoas compram *cream crackers* e *wafers.*
- 60 pessoas compram *wafers* e recheados.
- 50 pessoas não compram biscoitos dessa empresa.

Determine quantas pessoas responderam a essa pesquisa.

a) 200
b) 250
c) 320
d) 370
e) 530

Exercícios de Casa

32. (UFSM) Dados os conjuntos:

A = {x ∈ IN/x é impar},
B = {x ∈ Z/-2 < x ≤ 9} e
C = {x ∈ IR/x ≥ 5},
o produto dos elementos que formam o conjunto (A ∩ B) - C é igual a

a) 1
b) 3
c) 15
d) 35
e) 105

---

33. (ENEM) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1, C_2 e C_3 terão, respectivamente, $50, 45$ e 40 páginas.
Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1.
Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

a) 135.
b) 126.
c) 118.
d) 114.
e) 110.

---

34. (IFSUL) Considerando os intervalos de números reais, o resultado de $]5, 7[\cap[6, 9]$ é

a) $]5, 9]$
b) $\varnothing$
c) $[6, 7[$
d) $\{6\}$

35. (UTFPR) Considere dois conjuntos *A* e *B* tais que: $A \subset B$, $A \cap B \neq \varnothing$ e $A \cup B \neq A$. Nestas condições pode-se afirmar que

a) os conjuntos *A* e *B* são iguais, isto é: A = B.
b) o conjunto *A* possui a mesma quantidade de elementos que o conjunto *B*.
c) o conjunto *A* possui mais elementos que o conjunto *B*.
d) o conjunto *A* possui menos elementos que o conjunto *B*.
e) o conjunto *A* pode ser um conjunto vazio.

---

36. (FATEC) Em uma pesquisa de mercado sobre o uso de notebooks e tablets foram obtidos, entre os indivíduos pesquisados, os seguintes resultados:

- 55 usam notebook;
- 45 usam tablet, e
- 27 usam apenas notebook.

Sabendo que todos os pesquisados utilizam pelo menos um desses dois equipamentos, então, dentre os pesquisados, o número dos que usam apenas tablet é

a) 8
b) 17
c) 27
d) 36
e) 45

---

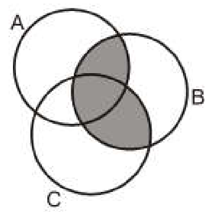
37. (IMED) Dos 500 alunos matriculados em uma escola, constatou-se que:

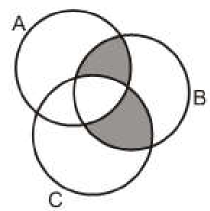
- 40% do total frequenta oficinas de xadrez;
- 35% do total frequenta oficinas de robótica;
- 75 alunos cursam, simultaneamente, xadrez e robótica;
- x alunos cursam outras oficinas.

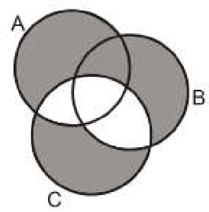
Com base nessas informações, o número de alunos que frequentam outras oficinas é

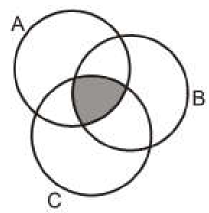
a) 75.
b) 100.
c) 125.
d) 200.
e) 300.

38. (UFSJ) O diagrama que representa o conjunto $\left[(A \cap B) - C\right] \cup \left[(C \cap B) - A\right]$ é

a) 

b) 

c) 

d) 

---

39. (UEPG) Dados os conjuntos abaixo, assinale o que for correto

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x \leq 0\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$

01) $0 \in (A \cap B)$
02) $\{0, 1, 2, 3\} \subset (A \cup B)$
04) $-3 \in (A - B)$
08) $\{1, 2\} \subset (B - A)$
16) $1 \in (A \cap B)$

---

40. (UFSJ) Dados três conjuntos A, B e C, não vazios, com $A \subset B$ e $A \subset C$, então, é sempre **CORRETO** afirmar que

a) $B = C$
b) $A \subset (B \cap C)$
c) $B \subset C$
d) $A = (B \cap C)$

41. (UECE) Em um grupo de 300 alunos de línguas estrangeiras, 174 alunos estudam inglês e 186 alunos estudam chinês. Se, neste grupo, ninguém estuda outro idioma além do inglês e do chinês, o número de alunos deste grupo que se dedicam ao estudo de apenas um idioma é

a) 236.
b) 240.
c) 244.
d) 246.

---

42. (IFAL) Considerando-se os conjuntos A = {1, 2, 4, 5, 7} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8}, assinale a alternativa correta.

a) $B \supset A$, logo $A \cap B = B$.
b) $A \cup B = A$, pois $A \subset B$.
c) $A \in B$.
d) $8 \subset B$.
e) $A \cup B = B$, pois $A \subset B$.

---

43. (IFCE) Sendo N o conjunto dos inteiros positivos, considere os seguintes conjuntos:

$$A = \left\{x \in N; \frac{12}{x} \in N\right\} \quad \text{e} \quad B = \left\{y \in N; \frac{y}{3} \in N\right\}.$$

É **verdade** que

a) *A* possui mais elementos que *B*.
b) *A* e *B* não possuem elementos em comum.
c) *A* é um subconjunto de *B*.
d) *B* é um subconjunto de *A*.
e) *A* e *B* possuem exatamente três elementos em comum.

POTENCIAÇÃO

A potenciação é uma representação para a multiplicação por n fatores iguais. Portanto, define-se como:

$$b^n = \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \ldots \cdot \mathrm{b}}_{n \text{ fatores}}$$

Exemplos:

a) $3^4 =$

b) $(-2)^5$

c) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$

Propriedades

- $b^x \cdot b^y =$
- $\frac{b^x}{b^y} =$
- $\left(b^x\right)^y =$
- $(a \cdot b)^x =$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^x =$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

Casos Particulares

- $b^0 =$
- $b^1 =$

Exercícios de Classe

a) $(2)^7 =$

b) $(-4)^3 =$

c) $\frac{3^2}{7} =$

d) $\left(\frac{5}{6}\right)^3 =$

e) $(2 \cdot m)^3 =$

f) $\left(\frac{8}{3}\right)^{-3} =$

g) $\left(3^2\right)^5 =$

h) $2^{3^4} =$

i) $0{,}375^0 =$

j) $\left(4^2\right)^1 =$

k) $2^2 \cdot 2^8 =$

l) $\frac{3^5}{3^7} =$

m) $2^{-1} =$

n) $\left(\frac{3y}{5m^3}\right)^2 =$

o) $(-9)^2 =$

p) $(-7)^3 =$

q) $-4^2 =$

CURIOSIDADES

As tabelas a seguir apresentam características importantes. Não precisam ser decoradas, mas lembrar destes valores pode ser o diferencial entre resolver uma questão em tempo satisfatório ou não.

Potências de Base 2

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$

Potências de Base 3

$3^0 = 1$
$3^1 = 3$
$3^2 = 9$
$3^3 = 27$
$3^4 = 81$
$3^5 = 243$
$3^6 = 729$
$3^7 = 2187$
$3^8 = 6516$
$3^9 = 19683$
$3^{10} = 54049$

Quadrados Perfeitos

$1^2 = 1$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$25^2 = 625$
$6^2 = 36$	$26^2 = 676$
$7^2 = 49$	$27^2 = 729$
$8^2 = 64$	$28^2 = 784$
$9^2 = 81$	$29^2 = 841$
$10^2 = 100$	$30^2 = 900$
$11^2 = 121$	$31^2 = 961$
$12^2 = 144$	$32^2 = 1024$
$13^2 = 169$	$33^2 = 1089$
$14^2 = 196$	$34^2 = 1156$
$15^2 = 225$	$35^2 = 1225$
$16^2 = 256$	$36^2 = 1296$
$17^2 = 289$	$37^2 = 1369$
$18^2 = 324$	$38^2 = 1444$
$19^2 = 361$	$39^2 = 1521$
$20^2 = 400$	$40^2 = 1600$

Cubos Perfeitos

$1^3 = 1$
$2^3 = 8$
$3^3 = 37$
$4^3 = 64$
$5^3 = 125$
$6^3 = 216$
$7^3 = 343$
$8^3 = 512$
$9^3 = 729$
$10^3 = 1000$

Potências de base 10

São relevantes principalmente por simplificarem a escrita de números muito grandes ou muito pequenos. Tem também papel de destaque na chamada: *notação científica.*

$10^0 =$

$10^1 =$

$10^2 =$

$10^3 =$

...

$10^6 =$

...

$10^9 =$

$10^{-1} =$

$10^{-2} =$

$10^{-3} =$

$10^{-4} =$

...

Notação Científica

Pede que escrevamos os valores numéricos com um dígito a esquerda da vírgula, estando este compreendido entre 1 e 9, inclusive.

Exemplos:

a) 2.500 =

b) 7.575.900 =

c) 875 =

d) $0,715987$ =

e) $987,75$ =

f) $0,00012$ =

g) $0,00000757$ =

Exercícios de Casa

44. Calculando $\dfrac{0,001.(0,01)^4 \cdot 100000}{0,1}$, encontramos:

a) 10^{-1}
b) 10^{-2}
c) 10^{-3}
d) 10^{-4}
e) 10^{-5}

45. (ENEM) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteróide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteróide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contem a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, esta indicada a proximidade do asteróide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.

Com base nessas informações, a menor distância que o asteróide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

a) $3,25 \times 10^2$ km.
b) $3,25 \times 10^3$ km.
c) $3,25 \times 10^4$ km.
d) $3,25 \times 10^5$ km.
e) $3,25 \times 10^6$ km.

46. (FUVEST) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é

a) 0,0264
b) 0,0336
c) 0,1056
d) 0,2568
e) 0,6256

---

47. Calcule os valores das potências:

a) 5^2

b) $(-2)^5$

c) -3^4

d) $(-7)^2$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

f) 7^0

g) $(-9)^0$

h) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$

i) 1^{23}

j) $(-1)^5$

k) $(-1)^6$

l) $(2xy)^3$

m) $(-4m^3)^2$

n) $\frac{a^3}{a^5}$

o) $\frac{m^5}{m^3}$

48. (UFRGS) Um adulto humano saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu trato digestivo.
Esse número de bactérias pode ser escrito como

a) 10^9.
b) 10^{10}.
c) 10^{11}.
d) 10^{12}.
e) 10^{13}.

---

49. (UFRGS) Considere que o corpo de uma determinada pessoa contém 5,5 litros de sangue e 5 milhões de glóbulos vermelhos por milímetro cúbico de sangue. Com base nesses dados, é correto afirmar que o número de glóbulos vermelhos no corpo dessa pessoa é

a) $2,75 \cdot 10^9$.
b) $5,5 \cdot 10^{10}$.
c) $5 \cdot 10^{11}$.
d) $5,5 \cdot 10^{12}$.
e) $2,75 \cdot 10^{13}$.

---

50. (UFRGS) A distância que a luz percorre em um ano, chamada ano-luz, é de aproximadamente $38 \cdot 4^5 \cdot 5^{12}$ quilômetros. A notação científica desse número é

a) $9,5 \cdot 10^{10}$.
b) $0,95 \cdot 10^{12}$.
c) $9,5 \cdot 10^{12}$.
d) $95 \cdot 10^{12}$.
e) $9,5 \cdot 10^{14}$.

---

51. (UFRGS) Em texto publicado na Folha de S. Paulo, em 16/09/2007, o físico Marcelo Gleiser escreveu que “átomos têm diâmetros de aproximadamente um décimo de bilionésimo de metro”.
Escrito em potência de 10, um décimo de bilionésimo é

A) 10^{-8}
B) 10^{-9}
C) 10^{-10}
D) 10^{-11}
E) 10^{-12}

52. (USF) O valor da expressão
$\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^2-2^{-3}+16^0$ é

a) 33/16
b) 17/16
c) 15/16
d) -15/16
e) -17/16

---

53. A expressão $\dfrac{0,333...+2^{-1}.\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(0,5^2-\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ vale

a) -1/4
b) 1/6
c) -5/4
d) 5/4
e) -20

---

54. (MACK) $\dfrac{(-5)^2-3^2+\left(\frac{2}{3}\right)^0}{3^{-2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}$ é igual a

a) $\dfrac{3150}{17}$
b) 90
c) $\dfrac{1530}{73}$
d) $\dfrac{17}{3150}$
e) −90

---

55. O valor da expressão E = $4^{-1}+3.2^{-3}:\frac{5}{8}-0,4$ é

a) −226/5
b) −2/5
c) 2/9
d) 9/20
e) /35

56. A metade de 4^{10} é

a) 2^{19}
b) 2^{10}
c) 2^5
d) 4^5
e) 4^8

---

57. (FUVEST) Qual desses números abaixo é igual a 0,064?

a) $(1/80)^2$
b) $(1/8)^2$
c) $(2/5)^3$
d) $(1/800)^2$
e) $(8/10)^3$

---

58. (PUCSP) Se a = 16 e x = 1,25 quanto vale a^x?

a) 12
b) 32
c) 20
d) 16
e) 64

---

59. (CESGRANRIO) O número de algarismos do produto $5^{17}.4^9$ é igual a

a) 17
b) 18
c) 26
d) 34
e) 35

---

60. (UNISA) A solução de "a metade de 2^{22} multiplicado por $\dfrac{8^{\frac{2}{3}}}{4^{0,5}}$" será

a) 2^{12}
b) 4^6
c) 2^{11}
d) 2^{20}
e) 2^{22}

61. Se x = 3200000 e y = 0,00002, então x.y vale

a) 0,64
b) 6,4
c) 64
d) 640
e) 6400

---

62. (MACK) O valor de $2x^0 + x^{\frac{3}{4}} + 18x^{-0,5}$. Quando x = 81, é

a) 30
b) 31
c) 35
d) 36
e) 38

---

63. (MACK) Para x = 4, o valor de $\left[\left(x^{-2}\right)^2 + x^{\frac{1}{2}}.x^{-3}\right] : x^{-5}$ é

a) 20
b) $4\sqrt{2}$
c) 36
d) 4^3
e) 32

---

64. (ESCS DF) *"Um próton é uma parte infinitesimal de um átomo, que por sua vez é uma coisa insubstancial. Os prótons são tão pequenos que um tiquinho de tinta, como o pingo deste i, pode conter algo em torno de 500 bilhões deles. Mais do que o número de segundos contidos em meio milhão de anos."*
(adaptado de BRYSON, B. – Uma breve história de quase tudo. Ed. Schwarz: São Paulo. p. 21)

Considerando que um ano tem 365 dias, se escrevermos os dois números citados no fragmento para comparação obteremos:

a) $5{,}0\times10^{11}$ e $157{,}68\times10^{11}$
b) $5{,}0\times10^{11}$ e $2{,}628\times10^{11}$
c) $5{,}0\times10^{9}$ e $1{,}5768\times10^{9}$
d) $5{,}0\times10^{9}$ e $26{,}68\times10^{9}$
e) $5{,}0\times10^{10}$ e $1{,}5768\times10^{8}$

65. (UFSM) Números que assustam:

– 5,8 bilhões de pessoas vivem hoje no planeta
– 5,7 bilhões de pessoas eram estimadas para viver no planeta hoje
– 90 milhões nascem a cada ano
– 800 milhões passam fome
– 8,5 é a média de filhos por mulher na Ruanda
– 1,4% da renda mundial está nas mãos dos 20% mais pobres
– 35 milhões de pessoas migram do hemisfério Sul para o Norte nas últimas três décadas

Fonte: ONU

De acordo com o texto, os números que representam a quantidade de pessoas que vivem no planeta, nascem a cada ano e passam fome são, respectivamente

a) $580 . 10^9$	$9 . 10^6$	$8 . 10^6$
b) $5{,}8 . 10^6$	$9 . 10^6$	$8 . 10^6$
c) $580 . 10^7$	$9 . 10^7$	$80 . 10^7$
d) $58{,}0 . 10^9$	$90 . 10^9$	$8 . 10^9$
e) $580 . 10^8$	$90 . 10^6$	$980 . 10^6$

---

66. (MACK SP)

Considere a sequência de afirmações:

I. $745 . 10^{-4} = 0{,}745$
II. $(-2)^n = -2^n$, para todo n natural.
III. $(-a^2)^3 = (-a^3)^2$, para todo **a** real não nulo.

Associando (V) ou (F) a cada afirmação, nesta ordem, conforme seja verdadeira ou falsa, tem–se

a) (F, V, V)
b) (F, V, F)
c) (F, F, V)
d) (V, V, V)
e) (F, F, F)

RADICIAÇÃO

SENDO *A* UM NÚMERO REAL NÃO-NEGATIVO E *N* UM INTEIRO POSITIVO, DEFINE-SE:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a}$$

Onde $b \in IR_+^*$

Exemplos:

a) $\sqrt{9}$ =

b) $\sqrt[3]{8} =$

c) $\sqrt[4]{0}$ =

d) $\sqrt{-4}$ =

e) $\sqrt[4]{16} =$

f) $\sqrt[4]{-16} =$

g) $\sqrt[3]{-8} =$

Propriedades

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ =
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ =
- $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$ =

Definição 2

$$\boxed{\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}}$$

Consequências:

- $\sqrt[n \cdot p]{a^{k \cdot p}}$ =
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k$ =

Exemplos:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} =$

c) $\dfrac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{64}} =$

d) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ =

e) $\sqrt[4]{\sqrt{7}}$ =

f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$ =

g) $2^{0,5} =$

h) $8^{2,5} =$

i) $\sqrt{2\sqrt[3]{5}} =$

j) $3 \cdot 2^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-\sqrt{3}} =$

k) $\left(2^{\sqrt[3]{4}}\right)^{\sqrt[3]{2}} =$

l) $\left(4^{\sqrt{2}}\right)^{-\sqrt{3}} =$

m) $2^{1+\sqrt{3}} \cdot 4^{-\sqrt{12}} =$

n) $9^{\sqrt{2}} : 3^{\sqrt{8}} =$

o) $\sqrt{4\sqrt[3]{2}} =$

p) $16^{-0,25} =$

q) $9^{0,5} =$

r) $\sqrt[5]{-32} =$

s) $\sqrt[6]{3^4} \cdot \sqrt[3]{3} =$

Simplificação de radicais

Na simplificação de radicais devemos decompor o radicando em fatores primos e agrupá-los em expoentes iguais ao índice do radical.

Exemplos:

a) $\sqrt{32} =$

b) $\sqrt{125} =$

c) $\sqrt[4]{243} =$

d) $\sqrt{160} =$

Método Simplificado:

Somatório com radicais

Assim como em álgebra nós somamos letras (símbolos), na aritmética os símbolos (radicais) também devem ser somados.

Exemplos:

a) $2\sqrt{3}+7\sqrt{3}-4\sqrt{3}=$

b) $5\sqrt{2}-7\sqrt{2}-3\sqrt{2}=$

c) $8\sqrt{5}+2\sqrt{3}-3\sqrt{5}=$

d) $2\sqrt[3]{4}+7\sqrt[3]{8}-\sqrt[3]{4}+5\sqrt[3]{4}=$

Racionalização de denominadores

De maneira geral, as frações com radicais no denominador não são bem vistas, no que diz respeito à estética, pela comunidade cientifica. Sendo assim, para tornar a fração com um denominador racional, procedemos como segue.

1° Caso. Se o denominador for do tipo $\sqrt{a}$, multiplicamos o número por $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$.

Exemplos:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{3}{5\sqrt{2}}$

2° Caso. Se o denominador for do tipo $\sqrt[n]{a^k}$, multiplicamos o número por $\dfrac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^{n-k}}}$.

Exemplos:

a) $\dfrac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{7}}$

3° Caso. Se o denominador for do tipo $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, multiplicamos o número por $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

Exemplos:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{3}{5-\sqrt{2}}$

Exercícios de Casa

67. Calcule

a) $\sqrt[3]{125}$

b) $\sqrt[5]{256}$

c) $\sqrt[7]{0}$

d) $\sqrt[1]{5}$

e) $\sqrt[3]{-343}$

f) $\sqrt{81}$

g) $\sqrt[9]{-1}$

---

68. Simplifique

a) $-4\sqrt{2}+7\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2}+7\sqrt{50}+3\sqrt{18}$

c) $\sqrt[3]{81}+2\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{3}$

d) $2\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{5}$

e) $\sqrt[3]{4}\cdot 2\sqrt[3]{5}$

f) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{5}$

g) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$

h) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$

i) $\dfrac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$

j) $\sqrt[5]{\sqrt{2}}$

k) $\sqrt[2]{2\sqrt[3]{5}}$

69. Racionalize os denominadores

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

c) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{3}{2\sqrt{5}}$

e) $\dfrac{6}{\sqrt[6]{3^2}}$

f) $\dfrac{2}{\sqrt[7]{2^3}}$

g) $\dfrac{2}{\sqrt[5]{3}}$

h) $\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}$

i) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

j) $\dfrac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

70. (UTFPR) Das expressões abaixo, a única alternativa correta é:

a) $\sqrt{17} < \sqrt[4]{17}$.
b) $2\sqrt{5} > 3\sqrt{5}$.
c) $4\sqrt{3} < 7$.
d) $\pi < \sqrt[5]{240}$.
e) $\sqrt{5} = \dfrac{223}{100}$.

---

71. (EPCAR) Considere os números reais

$$x = \sqrt{2,\overline{7}}$$

$$y = \left(\sqrt{0,25} + 16^{-\frac{3}{4}}\right)^{-1}$$

$$z = \dfrac{\left(-2^2\right)^{2^3} - \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^{3^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}}}{-\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2}$$

É **FALSO** afirmar que

a) $\dfrac{z}{y} < -\dfrac{3}{2}$
b) $x - y < \dfrac{1}{5}$
c) $x + z < 0$
d) $x + y + z \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

---

72. (UTFPR) Considere as seguintes expressões:

I. $\dfrac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$

II. $(2\sqrt{3})^{-1} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

III. $(2^4)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

É(são) verdadeira(s), somente:

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) I e III.

73. (CFTMG) Simplificando a expressão $\sqrt{\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{x^4}}}$, na qual $x \in \mathbb{R}_+^*$, obtém-se

a) $\sqrt[12]{x}$
b) $\sqrt[6]{x^5}$.
c) $\sqrt[12]{x^5}$.
d) $\sqrt[6]{x}$.

---

74. (ENEM) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa *m* pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$, em que *k* é uma constante positiva.
Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) $\sqrt[3]{16}$
b) 4
c) $\sqrt{24}$
d) 8
e) 64

---

75. (IFAL) Assinale a alternativa correta:

a) $\sqrt{4} + \sqrt{5} = \sqrt{9} = 3$
b) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 3 + 2 = 5$
c) $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$
d) $\dfrac{4}{\left(\sqrt{5} - 1\right)} = \sqrt{5} + 1$
e) $\sqrt{16} = \pm 4$

---

76. (UFSC) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01) As únicas possibilidades para o algarismo das unidades do número natural 3^n, para qualquer número natural *n*, são 1, 3, 7 e 9.

02) Se a, b e c são números primos diferentes entre si, então S = ab + ac + bc é sempre um número ímpar.

04) Se uma garrafa de refrigerante custa R$ 3,80 e o refrigerante custa R$ 3,20 a mais do que a embalagem, então a embalagem custa R$ 0,60.

08) O valor numérico de $A = \sqrt{\frac{5}{6} - \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{3}}}$ é zero.

---

77. (IFCE) Para todo número real positivo ***a***, a expressão $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}}{\sqrt{a}}$ é equivalente a

a) $1 + \sqrt{a} + a$.
b) $1 + a + a^2$.
c) $\sqrt{a} + a$.
d) $\sqrt{a} + a^2$.
e) $1 + a$.

---

78. (UDESC) Se $h^2 = \frac{16}{2 - \sqrt{2}} - 4$, então o valor absoluto de *h* é:

a) $12 + 8\sqrt{2}$
b) 4
c) 2
d) $\frac{2}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$
e) $2\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

---

79. (UNIFOR) A expressão $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ é equivalente a

a) $\frac{6 + \sqrt{3} - \sqrt{7}}{3}$
b) $\frac{6 - \sqrt{3} + \sqrt{7}}{3}$
c) $\frac{\sqrt{21} + 2}{2}$
d) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$
e) $\frac{2 - \sqrt{21}}{2}$

---

80. (FAMECA) Simplificando-se o radical $\sqrt{\frac{3^{13} + 3^{12}}{2^5 : 2^3}}$, obtém-se

a) $\frac{243}{2}$
b) $\frac{81}{2}$
c) 729
d) 243
e) $\frac{729}{2}$

---

81. (UNB) A expressão $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$ equivale a:

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt[4]{2}$
c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
d) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

---

82. (UNEMAT) O número $\sqrt{2352}$ corresponde a

a) $4\sqrt{7}$
b) $4\sqrt{21}$
c) $28\sqrt{3}$
d) $\sqrt{28\sqrt{21}}$
e) $56\sqrt{3}$

83. (PUCMG) A expressão com radicais $\sqrt{8}-\sqrt{18}+2\sqrt{2}$ é igual a

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{12}$
c) $-3\sqrt{2}$
d) $-\sqrt{8}$

---

84. (UNIFOR) A expressão $\sqrt{18}+\sqrt{50}$ é equivalente a

a) $2\sqrt{17}$
b) $34\sqrt{2}$
c) $8\sqrt{2}$
d) $5\sqrt{3}$
e) $2\sqrt{2}$

---

85. (UFLA) O resultado da divisão $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} : \sqrt[6]{\frac{a}{b^5}}$ é

a) $\sqrt[6]{a^5b^7}$
b) $\sqrt[6]{\frac{a^5}{b^7}}$
c) $\sqrt{ab}$
d) $\sqrt{\frac{a}{b}}$
e) $\sqrt{\frac{b}{a}}$

---

86. (UNIFOR CE) Sobre as sentenças:

I. $\frac{1}{3}.\sqrt{63}+7.\sqrt{3}=7.\sqrt{10}$

II. $\frac{2}{3}m^2n^3.\sqrt{\frac{27a^2}{4m^6n^4}}=\frac{an.\sqrt{3}}{m}$, se m > 0 , n > 0 e a > 0

III. Se $\sqrt[3]{250}=2^x.3^y.5^z$, então $x=\frac{1}{3}$, y = 0 e z = 1.

É correto afirmar que somente

a) I é verdadeira
b) II é verdadeira
c) III é verdadeira
d) I e II são verdadeiras
e) II e III são verdadeiras.

87. (PUCRJ) A expressão $\sqrt{5+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{5-\sqrt{5}}$ é igual a

a) 0
b) $\sqrt{5}$
c) $5-\sqrt{5}$
d) $2\sqrt{5}$
e) 20

---

88. (UFMG) Simplificando a expressão $\sqrt{9.10^{-6}}.\sqrt{0{,}0049}.\sqrt{2{,}5.10^3}$ obtém-se

a) 105
b) 10,5
c) 1,05
d) 0,105
e) 0,0105

---

89. (UNIFOR CE) Sobre as sentenças:

I. $\sqrt{5}+\sqrt{20}+\sqrt{45}=6.\sqrt{5}$
II. $2^{3^2}=512$
III. $64^{2/3}=16$

é correto afirmar que

a) somente I e II são verdadeiras.
b) somente I e III são verdadeiras.
c) somente II e III são verdadeiras.
d) I, II e III são verdadeiras.
e) I, II e III são falsas.

---

90. (UNIFOR CE) Se $x=2\sqrt{24}-\sqrt{54}$, então x é tal que

a) $x<0$
b) $0\le x<2$
c) $2\le x<3$
d) $3\le x<6$
e) $6\le x<10$

---

91. (UNIFOR CE) Se $A=\sqrt[4]{32}+3.\sqrt[4]{1\,250}$, então A é igual a

a) $17.\sqrt[4]{2}$
b) $20.\sqrt[4]{2}$
c) $25.\sqrt[4]{2}$
d) $17.\sqrt{2}$
e) 30

92. A expressão $E = \left[\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)\right]^{\sqrt{2}}$ é igual a

a) $4\sqrt{2}$
b) 4
c) $2\sqrt{2}$
d) $2^{\sqrt{2}}$
e) 2

---

93. (FUVEST) O menor número natural n, diferente de zero, que torna o produto de 3888 por n um cubo perfeito é

a) 6
b) 12
c) 15
d) 18
e) 24

---

94. (PUCRJ) O valor de $\sqrt[3]{-27} \times \sqrt[2]{(-3)^2}$ é:

a) 3
b) 6
c) 9
d) –6
e) –9

---

95. (PUCRJ) Considere os números $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{2}{3\sqrt{2}}$ e $c = \frac{3}{4\sqrt{3}}$. Então

a) a < b < c;
b) b < c < a;
c) c < a < b;
d) b < a < c;
e) a < c < b.

---

96. (UFV MG) O valor da expressão numérica $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \sqrt[3]{-8}$ é uma fração cujo numerador é

a) 26
b) 22
c) 18
d) 14

97. (INATEL MG) O valor de $(9)^{\frac{3}{2}} + (32)^{0,8}$ é

a) 43
b) 25
c) 11
d) não dá para calcular
e) n.r.a.

---

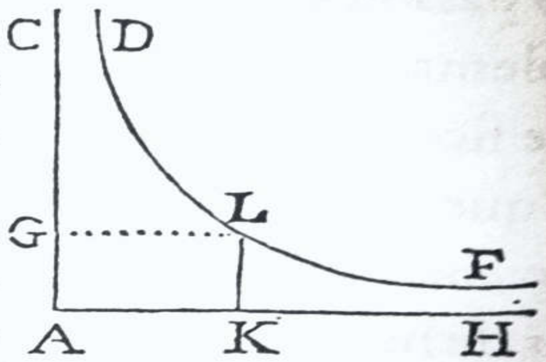
98. (UPE) O valor numérico de $512^{\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}}}$ é

a) 256
b) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$
c) $16\sqrt{2}$
d) $8\sqrt{2}$
e) $\frac{16}{\sqrt{2}}$

Álgebra

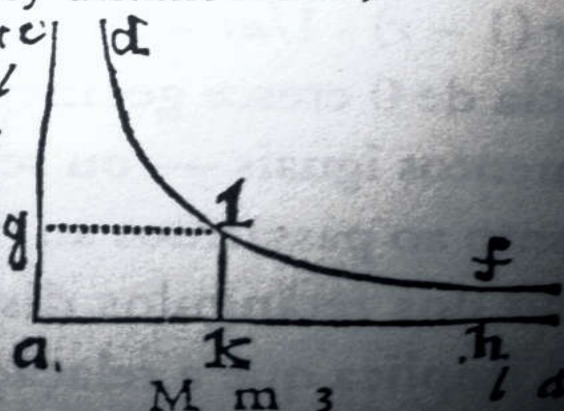
Problem $\frac{n}{n-1} - 1 = a$, which gives $n = \frac{a+1}{a}$; ſo the Equation to the Hyperbola ſought, is $\overline{yx}|^{\frac{a+1}{a}} = 1$.

Let (as before) AC, AH be the Aſymtotes of any Hyperbola DLF defined by this Equation $yx^n = 1$, in which the Abſciſſa $AK = x$, and Ordinate $KL = y$, and n is ſuppoſed either equal to, or greater than Unity.



1°. It appears that in all Hyperbola's the interminate Space $CAKLD$ is infinite, and the interminate Space $HAGLF$ (except in the *Apollonian* where $n = 1$) is finite. 2°. In every Hyperbola, one Part of it continually approaches nearer and nearer to the Aſymptote AC, and the other part continually nearer to the other Aſymptote AH; that is, LD meets with AC at a Point infinitely diſtant from A, and LF meets with AH at a Point infinitely diſtant from A.

3°. In two different Hyperbola's DLF, dlf, if we ſuppoſe n to be greater in the Equation of dlf, than it is in the Equation of DLF, then LD ſhall meet ſooner with AC than



PRODUTOS NOTÁVEIS

Os produtos notáveis são assim classificados por sua importância e utilização em larga escala, no que diz respeito a simplificações algébricas.

1° Caso. Quadrado da soma de dois termos

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Pois, $(a+b)^2$ =

2° Caso. Produto da soma pela diferença de dois termos

$$\boxed{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$$

Pois, $(a+b)\cdot(a-b) =$

Exercícios de Classe

99. Desenvolva os seguintes produtos notáveis.

a) $(3 + x)^2 =$

b) $(x + 5)^2 =$

c) $(x - y)^2 =$

d) $(x - 2)^2 =$

e) $(-3x + 2)^2 =$

f) $(x + 1) . (x - 1) =$

g) $(5+ 3x) . (5 - 3x)=$

h) $(-2x - 3y)^2 =$

FATORAÇÃO

Fatorar consiste em escrever a expressão a partir de elementos submetidos a operação produto.

1° Caso. Trinômio do quadrado perfeito

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Pois, $a^2 + 2ab + b^2 =$

Exemplos:

a) $16 + 8x + x^2 =$

b) $9 + 16y^2 - 24y =$

2° Caso. Diferença entre dois termos

$$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$$

Pois, $a^2 - b^2 =$

Exemplos:

a) $4 - x^2 =$

b) $x^2y^4 - 25 =$

c) $7 - m^2 =$

3° Caso. Fator comum

$$ab + ac + ad = a\cdot(b+c+d)$$

Pois, $a\cdot(b+c+d) =$

Exemplos:

a) $2x + 3xy =$

b) $6pm + 4bm =$

c) $4x^3 - 6x^2 + 10x =$

d) $x(x-3) + 2(x-3) =$

4° Caso. Agrupamento (Fator comum)

Exemplos:

a) $ax + 2bx + ay + 2by =$

b) $3x + 3a + px + ap =$

c) $a^2 + ab - ax - bx =$

d) $5c + 10a - bc - 2ab =$

5° Caso. Expressão de 2º grau a uma variável (Bhaskara)

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}$$

Onde x_1 e x_2 são as raízes do 1º membro da expressão acima.

Exemplos:

a) $x^2 + 5x + 6$

b) $x^2 - 3x - 10$

c) $2x^2 - 5x - 3$

6° Caso. Soma do cubo de dois termos

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)}$$

Pois, $a^3 + b^3 =$

Exemplos:

a) $x^3 + 1 =$

b) $y^3 + 8 =$

7° Caso. Diferença do cubo de dois termos

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)}$$

Pois, $a^3 - b^3 =$

Exemplos:

a) $x^3 - 27 =$

b) $8 - 125y^6 =$

Exercícios de Casa

100. Fatore as expressões:

a) $x^3 - 8$

b) $8x^3 - 27$

c) $x^3 - 64$

d) $x^3 + 8$

e) $27 - x^3$

f) $27x^3 - 8$

g) $x^3 + 125$

h) $125x^3 - 64y^3$

i) $27x^3y^6 + 216a^3$

j) $64y^6 - 8x^3a^6z^9$

---

101. (ESPM) Considerando-se que $x = 9731^2$, $y = 3907^2$ e $z = 2 \cdot \sqrt{xy}$, o valor da expressão $\sqrt{x + y - z}$ é

a) 6792
b) 5824
c) 7321
d) 4938
e) 7721

102. Simplifique as seguintes frações algébricas:

a) $x^3 + x^2 - x - 1 / x^4 - 1$

b) $3a^2 - 3b^2 / 3a^2 - 6ab + 3b^2$

c) $5x^3y^2 / 25xy^3$

103. (UFSC) Calcule $(a-b)^2$, sendo a e b números reais positivos, sabendo que

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 117 \\ a.b = 54 \end{cases}$$

---

104. (UEL) Se o polinômio $f = 2x^2 - 12\sqrt{2}\,x + 4k$ é um quadrado perfeito, então a constante real k é um número

a) quadrado perfeito.
b) cubo perfeito.
c) irracional.
d) divisível por 8.
e) primo.

---

105. (UEL) Para todo *x* real, a expressão
$3^{x} + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}$
é equivalente a

a) $36^x + 15$
b) $5 . 3^x$
c) $6 . 3^x$
d) 243^x
e) $364 . 3^x$

---

106. (UFRGS) Se $a = \dfrac{x+y}{2}$, $b = \dfrac{x-y}{2}$ e $c = \sqrt{x \,.\, y}$, onde x e y são números reais tais que $x . y > 0$, então uma relação entre a^2, b^2 e c^2 é

a) $a^2 + b^2 - c^2 = 0$
b) $a^2 - b^2 - c^2 = 0$
c) $a^2 + b^2 + c^2 = 0$
d) $a^2 - b^2 + c^2 = 0$
e) $a^2 = b^2 = c^2$

---

107. (CFTMG) Sendo o número $n = 684^2 - 683^2$, a soma dos algarismos de n é

a) 14
b) 15
c) 16
d) 17

108. (ESPM) O par ordenado $(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é solução da equação $x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7$. O valor de $x - y$ é

a) 1
b) 2
c) -1
d) 0
e) -2

---

109. (UNESP) A expressão $[(4x + 8)/(x^2 + 3x + 2)] + [(3x - 3)/(x^2 - 1)]$, para $x \neq \pm 1$, $x \neq -2$, é equivalente a

a) [4/(x + 1)] - [3/(x - 1)]
b) 1/(x + 1)
c) 7/(x + 1)
d) [4/(x + 1)] + [3/(x - 1)]
e) 1/(x - 1)

---

110. (FATEC) A expressão $(2 + 2y - x - xy)/(4 - x^2)$, para $x \neq \pm 2$, é equivalente a

a) (y - 1)/(2 - x)
b) (y - 1)/(2 + x)
c) y / x
d) (y + 1)/(x + 2)
e) (y + 1)/(2 - x)

---

111. (MACKENZIE) Se $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{3}$, então $a + a^{-1}$ vale

a) $\frac{100}{9}$
b) $\frac{82}{3}$
c) $\frac{82}{9}$
d) $\frac{100}{82}$
e) $\frac{16}{9}$

112. O valor numérico da expressão $\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x^2 - 8}$, para x = 98 é :

a) 0,72
b) 0,96
c) 1,24
d) 1,36
e) 1,5

---

113. (PUCCAMP) Considere as sentenças a seguir:

I. $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$
II. $5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z).(y + 3m)$
III. $81x^6 - 49a^8 = (9x^3 - 7a^4).(9x^3 + 7a^4)$

Dessas sentenças, SOMENTE

a) I é verdadeira.
b) II é verdadeira.
c) III é verdadeira.
d) I e II são verdadeiras.
e) II e III são verdadeiras.

---

114. Qual é o fator comum a todos os termos do polinômio $18x^2y^8 - 36x^9y^9 + 24x^3y^5$?

a) $6x^2y^5$
b) $2x^2y^9$
c) $36x^9y^9$
d) $3x^9y^9$
e) $6x^9y^9$

---

115. Assinale a expressão que não é um trinômio quadrado perfeito:
a) $a^2 - 2a + 1$
b) $x^4 - 4x^2y + 4y^2$
c) $1 - 2a^4 + a^8$
d) $x^2 + 2xy + y^2$
e) $x^2 + 6x + 16$

---

116. (Escola Técnica Federal - RJ) Qual a expressão que deve ser somada a $x^2 - 6x + 5$ para que resulte o quadrado de $(x - 3)$?

a) 3x b) 4x c) 3 d) 4 e) 3x + 4x

EQUAÇÕES

Em matemática, uma equação é uma afirmação que estabelece uma igualdade entre duas expressões matemáticas. Para definir uma equação, precisamos, portanto, de pelo menos uma incógnita e uma igualdade.

São exemplos de equações:

$5x-2=28$

$2x^2-8=0$

$\sqrt{x+4}=3$

$|2x|-10=0$

$4^x-64=0$

$\log_2 x=5$

$\text{sen}\, x-\cos 60°=0$

ATENÇÃO!

i) $5(x-3)+2-x= \ 4x-1$

Solução:

---

ii) $2x-4 \ = \ 8\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{1}{2}\right)$

Solução:

Equações de 1º grau

Equação de 1º grau é toda equação redutível à forma $ax+b=0$, com $a,b\in IR$ e $a\neq 0$.

Perceba que o expoente da variável é a unidade. Daí o nome: 1º grau!

As equações de 1º grau, quando apresentam solução, possuem uma única solução.

Exemplos:

a) $2x-7=0$

---

b) $5x-10=7x+5$

---

c) $\dfrac{2x}{3}+5x=10$

---

d) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{2x}{8}$

Exercícios de Casa

117. Obtenha *k* de modo que o número 4 seja raiz da equação $8x + 6k = 36$

118. (UTFPR) Em uma fazenda há 1.280 animais entre bovinos e ovinos, sendo que a quantidade de ovinos corresponde à terça parte da quantidade de bovinos. Nestas condições, a quantidade exata de bovinos e ovinos que há nesta fazenda respectivamente é de:

a) 426 e 854.
b) 854 e 426.
c) 900 e 300.
d) 320 e 960.
e) 960 e 320.

119. (UFSM) Em uma academia de ginástica, o salário mensal de um professor é de R$ 800,00. Além disso, ele ganha R$ 20,00 por mês, por cada aluno inscrito em suas aulas. Para receber R$ 2.400,00 por mês, quantos alunos devem estar matriculados em suas aulas?
a) 40.
b) 50.
c) 60.
d) 70.
e) 80.

120. (IFSC) Num mundo cada vez mais matematizado, é importante diagnosticar, equacionar e resolver problemas. Dada a equação $2(x + 5) - 3(5 - x) = 10$, é **CORRETO** afirmar que o valor de **x** nessa equação é:

a) Um múltiplo de nove.
b) Um número inteiro negativo.
c) Um número par.
d) Um número composto.
e) Um número natural.

121. (IFSC) Tinta e solvente são misturados na razão de dez partes de tinta para uma de solvente. Sabendo-se que foram gastos 105,6 L dessa mistura para pintar uma casa, então é **CORRETO** afirmar que foram usados nessa mistura:

a) 10,56 L de solvente.
b) 10 L de solvente.
c) 9,6 L de solvente.
d) 1,056 L de solvente.
e) 11,73 L de solvente.

122. (UFRGS) O conjunto solução da equação $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}} = x$, com $x \neq 0$ e $x \neq -1$, é igual ao conjunto solução da equação

a) $x^2 - x - 1 = 0$.
b) $x^2 + x - 1 = 0$.
c) $-x^2 - x + 1 = 0$.
d) $x^2 + x + 1 = 0$.
e) $-x^2 + x - 1 = 0$.

Equações de 2º grau

Equação de 2º grau é toda equação redutível à forma $ax^2+bx+c=0$, com a, b e $c \in IR$ e $a \neq 0$.
Perceba que o expoente da variável é 2. Daí o nome: 2º grau!
Sua solução é dada pela fórmula de Bhaskara:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}}$$, onde $$\boxed{\Delta=b^2-4ac}$$

As equações de 2º grau, quanto às soluções, podem apresentar:

Soluções	***Condição***
Duas raízes distintas	$\Delta>0$
Duas raízes iguais	$\Delta=0$
Nenhuma raiz real	$\Delta<0$

Exemplos:

a) $x^2-6x+8=0$

---

b) $x^2-7x=0$

---

c) $x^2-9=0$

Soma e Produto das raízes

Soma das raízes:

$$\boxed{x_1+x_2=-\frac{b}{a}}$$

Produto das raízes:

$$\boxed{x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}}$$

Exemplos:

a) $x^2-15=2x$

---

b) $x^2=12x-36$

---

c) $x^2-25=0$

---

d) $2x^2-64=8x$

Exercícios de Casa

123. (UTFPR) O(s) valor(es) de *m* para que a equação $x^2 + mx + 3 = 0$ tenha uma raiz dupla, é(são)

a) 0.
b) ± 4.
c) 12.
d) $\pm 2\sqrt{3}$.
e) inexistente para satisfazer esta condição.

---

124. (UTFPR) Renata apresentou a sua amiga a seguinte charada: "Um número x cujo quadrado aumentado do seu dobro é igual a 15". Qual é a resposta correta desta charada?

a) x = 3 ou x = 5.
b) x = –3 ou x = –5.
c) x = –3 ou x = 5.
d) x = 3 ou x = –5.
e) apenas x = 3.

---

125. (UTFPR) Klaus vai expor seu trabalho em uma feira e recebeu a informação de que seu estande deve ocupar uma área retangular de $12\ m^2$ e perímetro igual a $14\ m$. Determine, em metros, a diferença entre as dimensões que o estande deve ter.

a) 2.
b) 1,5.
c) 3.
d) 2,5.
e) 1.

---

126. (UEPG) Sendo p e q as raízes da função $y = 2x^2 - 5x + a - 3$, onde $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{4}{3}$, assinale o que for correto.

01) O valor de *a* é um número inteiro.
02) O valor de *a* está entre -20 e 20.
04) O valor de *a* é um número positivo.
08) O valor de *a* é um número menor que 10.
16) O valor de *a* é um número fracionário.

127. (UNIOESTE) Um quintal tem a forma de um retângulo tal que a medida de um de seus lados é o triplo da medida do outro e seu perímetro em metros é igual à sua área em metros quadrados. Neste caso, quanto mede o maior lado do quintal?

a) 3 m.
b) 4 m.
c) 8 m.
d) 6 m.
e) 18 m.

---

128. Determine quais os valores de k para que a equação $2x^2 + 4x + 5k = 0$ tenha raízes reais e distintas.

---

129. Calcule o valor de p na equação abaixo, de modo que as raízes reais sejam iguais.
$x^2 - (p + 5)x + 36 = 0$

Equações Irracionais

Chama-se equação irracional a equação cuja incógnita está sob radical.

Na resolução das equações irracionais em IR, procedemos da seguinte forma:

- Isolamos um dos radicais em um dos membros da equação dada.
- Elevamos os dois membros da equação a um expoente adequado.
- Se ainda restar um ou mais radicais, repetimos as operações anteriores.
- Sempre verificar as soluções encontradas.

Exemplos:

a) $\sqrt{x+4}-10=0$

b) $3=12-\sqrt{2x-8}$

c) $5=\sqrt[3]{x-10}$

d) $\sqrt{x+12}+5=0$

Exercícios de Casa

130. Resolva as seguintes equações irracionais

a) $\sqrt{x}=2-x$

b) $x=\sqrt{6x-8}$

c) $\sqrt{x^2+3x}-2=0$

d) $2x=\sqrt{9x-2}$

e) $\sqrt{x-3}=x-5$

f) $\sqrt{x}+1=\sqrt{x-1}$

g) $\sqrt{x-6}+3=\sqrt{x+9}$

h) $\sqrt{2x+1}=\sqrt{x}+1$

i) $\sqrt[3]{x^2-7x}=2$

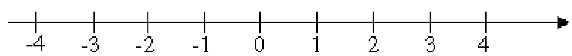
j) $\sqrt[4]{x^2+x+4}=2$

k) $2-x=\sqrt{x^2-12}$

131. Qual valor real de x é solução de $2+\sqrt{2x-1}=x$?

Equações Modulares

Considere a reta real:



Chama-se módulo de x, e indica-se por $|x|$, a distância de um ponto sobre a reta até a origem (ponto zero).

Definimos módulo como:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Propriedades:

- $|x| \geq 0$
- $|x| = k \Leftrightarrow x = \pm k$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|x| \cdot |y| = |x \cdot y|$
- $\dfrac{|x|}{|y|} = \left|\dfrac{x}{y}\right|$

Exemplos:

Resolver em IR as seguintes equações:

a) $|x-3| = 10$

---

b) $|x| \cdot |x-5| = 6$

Exercícios de Casa

132. Resolva em IR as equações

a) $|x-6| = 10$

b) $|3x-12| = 4$

c) $|x^2 - 2x| = 0$

d) $|x^3 - 4| = 4$

e) $|x| \cdot |2x-1| = 1$

f) $\left|\dfrac{1}{x}\right| \cdot |2x-3| = 1$

g) $|x-10| = |2x-5|$

---

133. (UEPB) A soma das raízes que a equação modular $||x-2|-7| = 6$ pode assumir é

a) 15
b) 30
c) 4
d) 2
e) 8

---

134. (ITA) O produto das raízes reais da equação $|x^2 - 3x + 2| = |2x - 3|$ é igual a

a) −5.
b) −1.
c) 1.
d) 2.
e) 5.

---

135. (UECE) Seja $W=\{x \in IR / |3x+1| = |x-2|\}$. A soma dos elementos de W é:

a) -5/4
b) -3/4
c) 1/4
d) 7/4

136. A solução da equação $x-\sqrt{25-x^2}=1$, é

a) 4 e -3
b) -3
c) 4
d) 1
e) n d a

---

137. (UERJ) O Real Enferrujou.
"(...) as moedas de 1 e 5 centavos oxidam antes do previsto (...) Até agora, apenas 116 milhões entre os sete bilhões de moedas em circulação têm nova roupagem lançada pelo governo no dia 1º julho (...)"
(*ISTOÉ*, 09/09/98)

Desses 116 milhões de moedas, metade é de R$ 0,50, a metade do número restante é de R$0,10, a metade do que sobrou é de R$0,05 e as últimas moedas são de R$0,01.
O total de moedas de R$0,01 corresponde, em reais, a

a) 14.500
b) 29.000
c) 145.000
d) 290.000

---

138. (UFC CE) Três irmãos, Maria, José e Pedro receberam, respectivamente, 1/2, 1/3 e 1/9 de uma determinada herança. A fração desta herança que não foi distribuída entre esses irmãos foi de

a) 2/3
b) 8/9
c) 1/2
d) 1/18
e) 5/6

---

139. (UFF) Na divisão dos lucros com seus 20 acionistas, uma empresa distribuiu R$600,00 entre os preferenciais e R$600,00 entre os ordinários. Sabe-se que cada acionista preferencial recebeu R$80,00 a menos do que cada acionista ordinário. Determine quantos acionistas preferenciais esta empresa possui.

140. (UFPE) Se x é um número real positivo tal que ao adicionarmos 1 ao seu inverso obtemos como resultado o número x, qual é o valor de x?

a) $(1 - \sqrt{5})/2$
b) $(1 + \sqrt{5})/2$
c) 1
d) $(1 + \sqrt{3})/2$
e) $(1 - \sqrt{3})/2$

---

141. (UEL) A soma de um número racional não inteiro com o dobro do seu inverso multiplicativo é 33/4. Esse número está compreendido entre

a) 5 e 6
b) 1 e 5
c) 1/2 e 1
d) 3/10 e1/2
e) 0 e 3/10

---

142. (VUNESP) Para todo número real a , o número -a chama-se oposto de a e para todo número real a, a≠0, o número 1/a chama-se inverso de a. Assim sendo, determine todos os números reais x, x≠1, tais que o inverso do oposto de (1-x) seja x+3.

---

143. (MACK SP) Dois números naturais têm soma 63 e razão 6. O produto desses números é

a) 198
b) 258
c) 312
d) 356
e) 486

---

144. (UNIP SP) A soma dos quadrados das raízes da equação $\frac{x-1}{3}+\frac{1}{x}=\frac{x+3}{6}$ é

a) 5
b) 13
c) 6
d) 17
e) 29

145. (FUVEST SP) O conjunto verdade de equação $\frac{x+2}{2}+\frac{2}{x-2}=\frac{-1}{2}$ é

a) {−2}
b) {−2;−1}
c) {5;−1}
d) ∅
e) {−2;1}

---

146. (UEL PR) Os valores de m, para os quais a equação $3x^2 - mx + 4 = 0$ tem duas raízes iguais, são

a) $-\sqrt{5}$ e $2\sqrt{5}$
b) $-4\sqrt{3}$ e $4\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{2}$ e $-3\sqrt{2}$
d) 2 e 5
e) −6 e 8

---

147. (FACESP) O conjunto solução , no campo real, da equação $z^4 - 13z^2 + 36 = 0$ é

a) S = {-3,-2,0,2,3}
b) S={-3,-2,2,3}
c) S= {-2,-3}
d) S={0,2,3}
e) S= {2,3}

---

148. (CESGRANRIO) O produto das raízes positivas d e $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$, vale

a) $2\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{2}$
c) $4\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{2}$
e) $2\sqrt{3}$

149. (FUVEST) Se m e n são raízes de $x^2 - 6x + 10 = 0$, então $1/m + 1/n$ vale

a) 6
b) 2
c) 1
d) 3/5
e) 1/6

150. (FUVEST) Se m e n são raízes da equação $7x^2 + 9x + 21 = 0$, então (m+7)(n+7) vale

a) 49
b) 43
c) 37
d) 30
e) 30/7

---

151. (FUVEST) Seja 7 a diferença entre as raízes de equação $4x^2 - 20x + c = 0$. O valor da constante c é

a) -24
b) -20
c) -16
d) 4
e) 5

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Equação linear

Equação linear é toda equação da forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n = b,$$

onde a_1, a_2, a_3, ... , a_n são números reais, chamados coeficientes, e x_1, x_2,x_3, ... , x_n são as incógnitas. O elemento **b** é um número real chamado termo independente e quando nulo, a equação recebe o nome de *equação linear homogênea.*

Exemplos de equações lineares:

Sistemas

Resolver um sistema de equações lineares significa encontrar as n-uplas $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ que satisfazem simultaneamente todas as equações em questão.

Exemplos:

Método da Adição

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Método da Substituição

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Exercícios de Casa

152. Resolva os seguintes sistemas de equações:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 7y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

---

153. Um determinado presídio abriga um total de 376 detentos em 72 celas. Sabe-se que uma parte dessas celas abriga 4 detentos por cela, e que a outra parte abriga 6 detentos por cela. O número de celas com 4 detentos é igual a

a) 46.
b) 42.
c) 30.
d) 28.
e) 24.

---

154. Em uma lanchonete, 2 sanduíches naturais mais 1 copo de suco custam R$ 10,00, e 1 sanduíche natural mais 2 copos de suco custam R$ 9,20. O preço de um sanduíche natural mais um copo de suco é

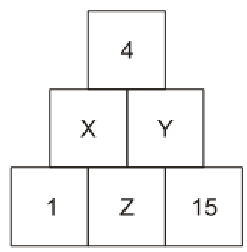
a) R$ 6,40.
b) R$ 6,90.
c) R$ 7,20.
d) R$ 8,80.
e) R$ 9,60.

155. Numa fazenda há ovelhas e avestruzes, totalizando 90 cabeças e 260 patas. Comparando-se o número de avestruzes com o das ovelhas, pode-se afirmar que há

a) igual número de ovelhas e de avestruzes.
b) dez cabeças a mais de ovelhas.
c) dez cabeças a mais de avestruzes.
d) oito cabeças a mais de ovelhas.
e) oito cabeças a mais de avestruzes.

---

156. (UERJ) A ilustração abaixo mostra seis cartões numerados organizados em três linhas. Em cada linha, os números estão dispostos em ordem crescente, da esquerda para a direita. Em cada cartão, está registrado um número exatamente igual à diferença positiva dos números registrados nos dois cartões que estão imediatamente abaixo dele. Por exemplo, os cartões 1 e Z estão imediatamente abaixo do cartão X.



Determine os valores de X, Y e Z.

---

157. (UEPG) Se Bruna der 6 reais a Ana, então ambas ficarão com a mesma quantia. Se Carla perder 2 reais, ficará com a mesma quantia que tem Ana. Se Bruna perder um terço do que tem, ficará com a mesma quantia que tem Carla. Nesse contexto, assinale o que for correto.

01) As três juntas têm mais de 50 reais.
02) Ana tem menos de 20 reais.
04) Carla tem mais de 15 reais.
08) Bruna tem mais do que Ana e Carla juntas.

158. (UEL) Uma padaria possui 3 tipos de padeiros, classificados como A, B e C. Essa padaria é bem conhecida na cidade pela qualidade do pão francês, da baguete e do pão de batata.

Cada padeiro do tipo A produz, diariamente, 30 pães franceses, 100 baguetes e 20 pães de batata.
Cada padeiro do tipo B produz, diariamente, 30 pães franceses, 70 baguetes e 20 pães de batata.
Cada padeiro do tipo C produz, diariamente, 90 pães franceses, 30 baguetes e 100 pães de batata.

Quantos padeiros do tipo A, do tipo B e do tipo C são necessários para que em um dia a padaria produza, exatamente, 420 pães franceses, 770 baguetes e 360 pães de batata?
Apresente os cálculos realizados na resolução desta questão.

---

159. (UFSM) Num determinado mês, em uma unidade de saúde, foram realizadas 58 hospitalizações para tratar pacientes com as doenças A, B e C. O custo total em medicamentos para esses pacientes foi de R$39.200,00.
Sabe-se que, em média, o custo por paciente em medicamentos para a doença A é R$450,00, para a doença B é R$800,00 e para a doença C é R$1.250,00. Observa-se também que o número de pacientes com a doença A é o triplo do número de pacientes com a doença C. Se a, b e c representam, respectivamente, o número de pacientes com as doenças A, B e C, então o valor de $a-b-c$ é igual a

a) 14.
b) 24.
c) 26.
d) 36.
e) 58.

---

160. (UFRGS) O sistema de equações

$\begin{cases} 5x+4y+2=0 \\ 3x-4y-18=0 \end{cases}$, possui

a) nenhuma solução.
b) uma solução.
c) duas soluções.
d) três soluções.
e) infinitas soluções.

161. (UFRGS) Um fabricante produziu três lotes de suco de uva. Dois dos lotes contêm as vitaminas A e C nas concentrações indicadas na tabela abaixo.

Lote	Vitamina A por litro	Vitamina C por litro
1	5mg	5mg
2	1mg	3mg

O suco do terceiro lote não contém vitaminas. O fabricante deseja misturar porções convenientes desses três lotes de maneira que o suco obtido contenha as concentrações de 1 mg de vitamina A e 2 mg de vitamina C por litro.
Essa mistura conterá

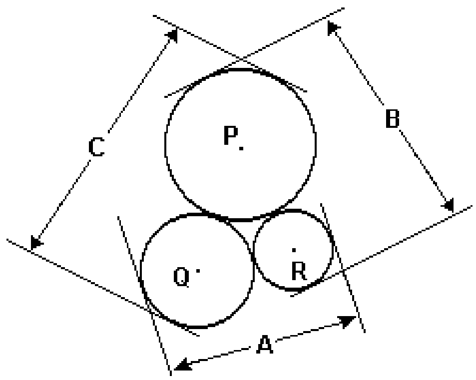
a) os três lotes em quantidades iguais.
b) dois lotes em quantidades iguais.
c) dois lotes em quantidades iguais e o outro numa quantidade maior.
d) um dos lotes em quantidade igual á soma das quantidades dos outros dois.
e) um dos lotes em quantidade superior à soma das quantidades dos outros dois.

---

162. (ENEM) Uma companhia de seguros levantou dados sobre os carros de determinada cidade e constatou que são roubados, em média, 150 carros por ano.
O número de carros roubados da marca X é o dobro do número de carros roubados da marca Y, e as marcas X e Y juntas respondem por cerca de 60% dos carros roubados.
O número esperado de carros roubados da marca Y é:

a) 20.
b) 30.
c) 40.
d) 50.
e) 60.

163. (UFRGS) Três discos estão soldados como na figura a seguir. Considerando que as medidas de A, B e C, em centímetros, são, respectivamente, 12, 16 e 18, os diâmetros dos discos P, Q e R, nesta ordem, medem em centímetros



a) 5, 7 e 11
b) 12, 6 e 4
c) 11, 7 e 5
d) 4, 6 e 12
e) 9, 8 e 6

---

164. (PUCRJ) Maria comprou duas bicicletas por um total de R$ 670,00. Vendeu uma das bicicletas com lucro de 10% e a outra com prejuízo de 5%. No total, ela ganhou R$ 7,00. Quais foram os preços de compra?

a) R$ 370,00 e R$ 300,00
b) R$ 270,00 e R$ 400,00
c) R$ 277,00 e R$ 400,00
d) R$ 200,00 e R$ 470,00
e) R$ 377,00 e R$ 293,00

---

165. (ENEM) Algumas pesquisas estão sendo desenvolvidas para se obter arroz e feijão com maiores teores de ferro e zinco e tolerantes à seca. Em média, para cada 100 g de arroz cozido, o teor de ferro é de 1,5 mg e o de zinco é de 2,0 mg. Para 100 g de feijão, é de 7 mg o teor de ferro e de 3 mg o de zinco. Sabe-se que as necessidades diárias dos dois micronutrientes para uma pessoa adulta é de aproximadamente 12,25 mg de ferro e 10 mg de zinco.

Disponível em: http://www.embrapa.br. Acesso em: 29 abr. 2010 (adaptado).

Considere que uma pessoa adulta deseja satisfazer suas necessidades diárias de ferro e zinco ingerindo apenas arroz e feijão. Suponha que seu organismo absorva completamente todos os micronutrientes oriundos desses alimentos.
Na situação descrita, que quantidade a pessoa deveria comer diariamente de arroz e feijão, respectivamente?

a) 58 g e 456 g
b) 200 g e 200 g
c) 350 g e 100 g
d) 375 g e 500 g
e) 400 g e 89 g

---

166. (UNESP) Uma pessoa necessita de 5 mg de vitamina E por semana, a serem obtidos com a ingestão de dois complementos alimentares α e β. Cada pacote desses complementos fornece, respectivamente, 1 mg e 0,25 mg de vitamina E. Essa pessoa dispõe de exatamente R$47,00 semanais para gastar com os complementos, sendo que cada pacote de α custa R$5,00 e de β R$4,00.
O número mínimo de pacotes do complemento alimentar α que essa pessoa deve ingerir semanalmente, para garantir os 5 mg de vitamina E ao custo fixado para o mesmo período, é de:

a) 3.
b) $3\frac{5}{16}$.
c) $5{,}5$.
d) $6\frac{3}{4}$.
e) 8.

---

167. (UFPR) Uma bolsa contém 20 moedas, distribuídas entre as de 5, 10 e 25 centavos, totalizando R$ 3,25. Sabendo que a quantidade de moedas de 5 centavos é a mesma das moedas de 10 centavos, quantas moedas de 25 centavos há nessa bolsa?

a) 6.
b) 8.
c) 9.
d) 10.
e) 12.

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Razão

Dados dois números reais *a* e *b*, com *b* diferente de zero, chamamos de *razão entre a e b* ao quociente a/b. O numerador *a* é chamado *antecedente* e o denominador *b*, *consequente.* A razão a/b lê-se "*a está para b*".
Este conceito é a forma mais comum e prática de se fazer a comparação relativa entre duas grandezas.

> Por exemplo, se a área de um terreno mede 250 m² e a área de uma casa sobre este terreno mede 100 m², ao fazermos a razão das áreas, temos $\frac{100}{250}$.
> Com as devidas simplificações podemos escrever $\frac{100}{250} = 0,40 = \frac{40}{100} = 40\%$. Isto quer dizer que 40% do terreno possui área construída.

O conceito de razão é usado no dia a dia com grande frequência, mas normalmente suas propriedades matemáticas passam despercebidas pela maioria.

Exemplos:

Velocidade Média – É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso.

i) A distância entre as cidades de Coronel Bicaco e Porto Alegre é de, aproximadamente, 425 km. Um carro levou 5 horas para percorrer esse trajeto. Determine sua a velocidade média.

Densidade – É a razão entre a massa de um corpo e o seu volume.

ii) Uma lata de 1 litro está completamente cheia de óleo de cozinha. Sabe-se que a densidade do óleo é de, aproximadamente, 0,86 g/cm³. Determine a massa do óleo, em gramas.

Proporção

É a igualdade entre duas razões. Ao escrevermos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dizemos que "***a*** está para ***b*** assim como ***c*** está para ***d***".

Da proporção acima podemos escrever o produto dos meios como sendo igual ao produto dos extremos.

$$\boxed{ad = bc}$$

Esta propriedade fundamental fica mais clara quando escrevemos a proporção em outra forma, não tão usual:

$$\boxed{a : b :: c : d}$$

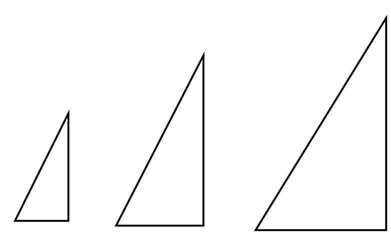
Exemplos:

a) Quando dizemos que 10 está para 2 assim como 40 está para *x*, matematicamente representamos por

, onde o valor de *x* é:

b) Encontre o valor de *y*, sabendo que 7 está para *y* assim como 27 está para 3.

c) Triângulos semelhantes possuem lados proporcionais.



Escalas

Em um mapa, a escala é a razão entre a medida de comprimento no mapa e medida de comprimento real, ambos na mesma unidade de medida.

a) A escala da planta de um terreno na qual o comprimento de 120 metros foi representado por um segmento de 3 cm é

Uma escala é sempre fornecida como uma razão linear (entre comprimentos). Podemos, no entanto, estender esse conceito, a fim de trabalharmos diretamente com áreas (escala quadrática) e com volumes (escala cúbica).

Escala linear	Escala quadrática	Escala cúbica
$\left(\frac{1}{n}\right)^1$	$\left(\frac{1}{n}\right)^2$	$\left(\frac{1}{n}\right)^3$

b) Um projeto residencial é apresentado com a maquete a seguir, e tem suas medidas destacadas na tabela abaixo.

A partir da escala dada, podemos concluir as mediadas reais desse projeto.

Medidas da Maquete (cm)	Medidas reais (m)
$a = 3cm$	
$b = 2,5cm$	
$c = 5cm$	
$d = 5cm$	
$e = 7cm$	
$f = 2cm$	

Determine, a partir da maquete apresentada, as medidas reais:

i) da altura do quiosque

ii) da área do quiosque

iii) do volume da piscina

Grandezas diretamente proporcionais

Quando duas grandezas são diretamente proporcionais temos as seguintes características:

- Ao aumentarmos uma delas, a outra também aumenta;
- Ao diminuirmos uma delas, a outra também diminui;
- Ao multiplicarmos uma grandeza, a outra fica multiplicada pela mesma constante.

Ou seja: $x \longrightarrow y \qquad k \cdot x \longrightarrow k \cdot y$

A função que modela matematicamente tal situação é a função linear

$$\boxed{y = k \cdot x}$$

Onde k é a constante de proporcionalidade.

Podemos ainda definir a proporção direta seguinte forma:

> Duas grandezas são ditas diretamente proporcionais quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual a razão entre os valores correspondentes da 2ª.

Exemplo:

Uma máquina de embalar açúcar tem a seguinte produção:

Tempo (min)	Produção (sacas)
5	100
10	200
15	300
20	400
25	500
30	600

Grandezas inversamente proporcionais

Quando duas grandezas são inversamente proporcionais temos as seguintes características:

- Ao aumentarmos uma delas, a outra diminui;
- Ao diminuirmos uma delas, a outra aumenta;
- Ao multiplicarmos uma grandeza, a outra fica dividida pela mesma constante.

Ou seja: $x \longrightarrow y \qquad k \cdot x \longrightarrow \dfrac{y}{k}$

A função que modela matematicamente tal situação é a função racional

$$\boxed{y = \frac{k}{x}}$$

Onde, k é a constante de proporcionalidade.

Podemos ainda definir a proporção inversa da seguinte forma:

> Duas grandezas são inversamente proporcionais quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual ao **inverso** da razão entre os valores correspondentes da 2ª.

Exemplo:

Um ciclista faz um treino para a prova de "1000 metros contra o relógio", mantendo em cada volta uma velocidade constante e obtendo, assim, um tempo correspondente, conforme a tabela abaixo

Velocidade (m/s)	Tempo (s)
5	200
8	125
10	100
16	62,5
20	50
32	31,25

Exercícios de Casa

168. (ENEM) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.

Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

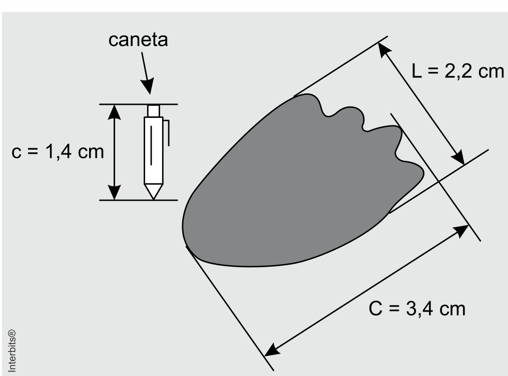
Disponível em: http://veja.abril.com.br.
Acesso em 25 jun. 2011 (adaptado)

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

a) 1:700
b) 1:7 000
c) 1:70 000
d) 1:700 000
e) 1:7 000 000

---

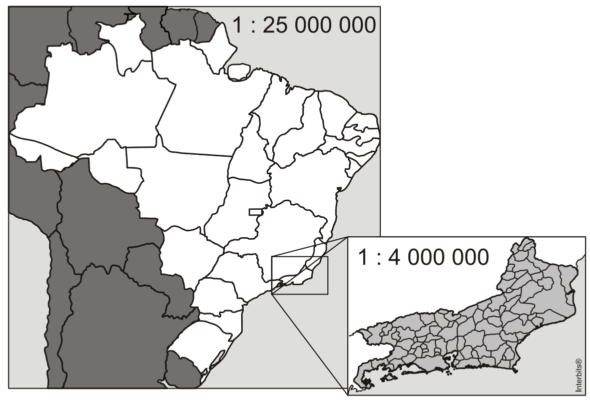
169. (Enem) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

a) 4,9 e 7,6.
b) 8,6 e 9,8.
c) 14,2 e 15,4.
d) 26,4 e 40,8.
e) 27,5 e 42,5.

170. (ENEM) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é

a) menor que 10.
b) maior que 10 e menor que 20.
c) maior que 20 e menor que 30.
d) maior que 30 e menor que 40.
e) maior que 40.

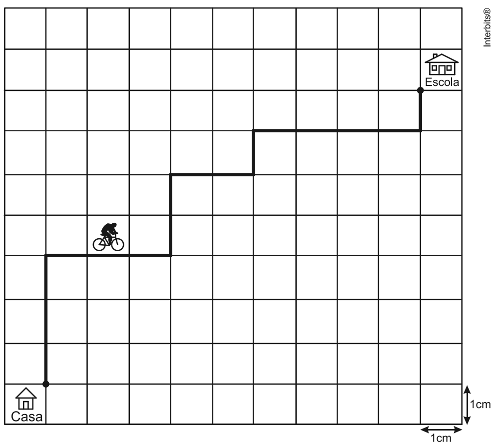
---

171. (ENEM) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14m^3 de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?

a) 1,75
b) 2,00
c) 2,33
d) 4,00
e) 8,00

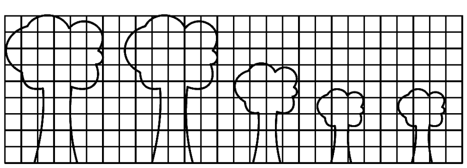
172. (ENEM) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala $1:25000$, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

a) 4
b) 8
c) 16
d) 20
e) 40

173. (ENEM) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

174. (ENEM) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala $1:100$, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

a) 6.
b) 600.
c) 6.000.
d) 60.000.
e) 6.000.000.

175. (ENEM) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250.

Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

a) 4,8 e 11,2
b) 7,0 e 3,0
c) 11,2 e 4,8
d) 28,0 e 12,0
e) 30,0 e 70,0

176. (UNESP) As medições da elevação do nível dos mares e oceanos feitas por mareógrafos ao longo da costa, no período de 1880 a 2000, mostram que o nível global destes subiu a uma taxa média de 1,7 cm por década. Já as medições realizadas por altímetros-radares a bordo de satélites de sensoriamento remoto, para o período de 1990 a 2000, indicam que o nível subiu a uma taxa média de 3,1 cm por década.
Admitindo que as condições climáticas que provocam esta elevação não se alterem nos próximos 50 anos, o nível global dos mares e oceanos deverá subir nesse período, em cm, entre

a) 8,5 e 15,5.
b) 6,5 e 13,5.
c) 7,5 e 10,5.
d) 5,5 e 10,5.
e) 5,5 e 15,5.

---

177. (CFTMG) A Volta Internacional da Pampulha é uma corrida tradicional de Belo Horizonte que ocorre nos finais de ano em torno dos seus 17,8 km de extensão. Em sua 13ª edição, em dezembro de 2011, a vitória foi dada ao queniano Kosgei que conquistou seu bicampeonato, completando a corrida com o tempo de aproximadamente 53 minutos.
A velocidade média desse atleta, em km/h, foi de aproximadamente

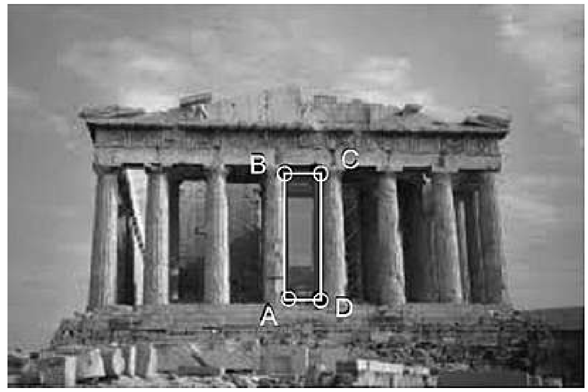
a) 17.
b) 18.
c) 19.
d) 20.

---

178. (IFSP) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de

a) 56.
b) 60.
c) 66.
d) 72.
e) 78.

179. (UFSJ) O Partenon é uma obra arquitetônica grega, cujas aberturas entre suas colunas têm o formato de quadriláteros que são chamados de retângulos de ouro.



Fonte: http://www.aluzdaluz.com.br/arte_grega.htm. Acesso em 16/08/2012

Eles recebem esse nome porque a razão entre a altura $\overline{AB}$ e a base $\overline{AD}$ é igual ao número de ouro, que é igual a, aproximadamente, $1,618$.
Para que as portas de uma construção, que têm altura de $2,43$ metros, também sejam retângulos de ouro, é **CORRETO** afirmar que elas terão suas larguras entre

a) $1,5$ m e $1,51$ m.
b) $1,61$ m e $1,62$ m.
c) $1,4$ m e $1,41$ m.
d) $1,31$ m e $1,32$ m.

---

180. (ENEM) Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que "o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M".

HUGHES-HALLETT, D. et al. *Cálculo e aplicações.* São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante k > 0, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão

a) $S = k \cdot M$
b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$
c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$
d) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$
e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{2}$

Regra de Três - Simples

Na interpretação de um problema em que será abordada a técnica da regra de três, devemos ter o cuidado em avaliar as **grandezas**. Estas podem ser **direta** ou **inversamente** proporcionais.

Para esta análise devemos pensar em aumentar ou diminuir uma delas, e então entender o que ocorre com a outra.

Se o aumento de uma grandeza provocar o aumento da outra, dizemos então que são grandezas **diretamente** proporcionais. O mesmo vale se a diminuição de uma provocar a diminuição da outra.

Por outro lado, se o aumento de uma grandeza provocar a diminuição da outra, dizemos então que elas são grandezas **inversamente** proporcionais.

Exemplos

a) Com 10 Kg de trigo, podemos fabricar 7 Kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo são necessários para fabricar 28 Kg de farinha?

---

b) Com 50 Kg de milho, obtemos 35 Kg de fubá. Quantas sacas de 60 Kg de fubá podemos obter com 1200 Kg de milho?

---

c) Com uma velocidade média de 80 km/h uma família desloca-se até a praia em 4 horas. Se a velocidade média sofrer um aumento de 16 km/h, em quanto tempo será feita essa viagem?

Testes de Casa

181. (ENEM) Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.
Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.
Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

a) 153.
b) 460.
c) 1 218.
d) 1 380.
e) 3 066.

---

182. (ENEM) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.
Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

a) 12 kg.
b) 16 kg.
c) 24 kg.
d) 36 kg.
e) 75 kg.

---

183. Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome 4,8 kW por hora.
Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

a) 0,8 b) 1,6 c) 5,6 d) 11,2 e) 33,6

184. Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (10^7) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Claudia (ed. 555), National Geographic (ed. 93) e Nova Escola (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

a) 10^{-2}
b) 10^3
c) 10^4
d) 10^6
e) 10^9

---

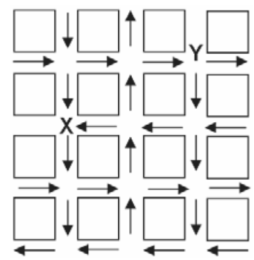
185. (ENEM) Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br.
Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

a) 27,75 milhões de litros.
b) 37,00 milhões de litros.
c) 231,25 milhões de litros.
d) 693,75 milhões de litros.
e) 888,00 milhões de litros.

186. (ENEM) O mapa abaixo representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.



Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

a) 25 min.
b) 15 min.
c) 2,5 min.
d) 1,5 min.
e) 0,15 min.

---

187. (UNESP) Semanalmente, o apresentador de um programa televisivo reparte uma mesma quantia em dinheiro igualmente entre os vencedores de um concurso. Na semana passada, cada um dos 15 vencedores recebeu R$ 720,00. Nesta semana, houve 24 vencedores; portanto, a quantia recebida por cada um deles, em reais, foi de

a) 675,00.
b) 600,00.
c) 450,00.
d) 540,00.
e) 400,00.

188. (INSPER) De acordo com estimativa do fundo monetário internacional, o produto interno bruto (PIB) da China em 2012 foi de 8 trilhões e 227 bilhões de dólares. Considerando que a população desse país em 2012 era de aproximadamente 1 bilhão e 357 milhões de habitantes, pode-se concluir que o PIB por habitante da China em 2012 foi da ordem de

a) 6 dólares.
b) 60 dólares.
c) 600 dólares.
d) 6 mil dólares.
e) 60 mil dólares.

---

189. (UNICAMP) Para repor o teor de sódio no corpo humano, o indivíduo deve ingerir aproximadamente 500 mg de sódio por dia. Considere que determinado refrigerante de 350 mL contém 35 mg de sódio. Ingerindo-se 1.500 mL desse refrigerante em um dia, qual é a porcentagem de sódio consumida em relação às necessidades diárias?

a) 45%.
b) 60%.
c) 15%.
d) 30%.

---

190. (ESPM) O consumo de combustível de um trator de arado, por tempo de trabalho, é de 18 litros por hora. Esse mesmo consumo, por área trabalhada, é de 15 litros por hectare. Podemos estimar que, em 10 horas de trabalho, esse trator poderá arar cerca de:

a) 12 hectares
b) 15 hectares
c) 8 hectares
d) 6 hectares
e) 10 hectares

191. (IFSP) O joalheiro utiliza uma medida de pureza do ouro, o quilate. Sabe-se que uma peça de ouro terá 18 quilates se, dividindo seu peso em 24 partes, 18 partes corresponderem a ouro puro, e o restante, a outros metais. Uma pessoa pediu para um ourives avaliar sua joia e ficou sabendo que ela tinha aproximadamente 58% de ouro puro. Isso significa que é uma joia de

a) 14 quilates.
b) 16,5 quilates.
c) 18 quilates.
d) 19 quilates.
e) 19,2 quilates.

---

192. (CPS) Um carro gasta 14 litros de gasolina para fazer um percurso de 154 quilômetros. Nessas condições, para percorrer 429 quilômetros, o carro gastará, em litros, uma quantidade de gasolina igual a

a) 33.
b) 34.
c) 36.
d) 39.
e) 42.

---

193. Para construir a cobertura de uma quadra de basquete, 25 operários levaram 48 dias. Se fosse construída uma cobertura idêntica em outra quadra e fossem contratados 30 operários de mesma capacidade que os primeiros, em quantos dias a cobertura estaria pronta?

a) 30
b) 35
c) 40
d) 45
e) 50

Regra de Três – Composta

Exemplos

a) Foram empregados 4 kg de fio para tecer 14 m de fazenda de 0,8 m de largura. Quantos quilogramas serão precisos para produzir 350 m de fazenda com 1,2 m de largura?

---

b) Em 30 dias, uma frota de 25 táxis consome 100.000 litros de combustível. Em quantos dias uma frota de 36 táxis consumiria 240.000 litros de combustível?

---

c) Um folheto enviado pela Sabesp informa que uma torneira, pingando 20 gotas por minuto, em 30 dias, ocasiona um desperdício de 100 litros de água. Na casa de Helena, uma torneira esteve pingando 30 gotas por minuto durante 50 dias.
Calcule quantos litros de água foram desperdiçados.

Exercícios de Casa

194. (ENEM) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.
A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

a) 2.
b) 4.
c) 5.
d) 8.
e) 9.

---

195. (ENEM) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região.
Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

a) 920 kg.
b) 800 kg.
c) 720 kg.
d) 600 kg.
e) 570 kg.

---

196. (CFTMG) Uma fábrica de calçados, localizada em Nova Serrana, emprega 16 operários, os quais produzem 120 pares de calçados em 8 horas de trabalho diárias. A fim de ampliar essa produção para 300 pares por dia, a empresa mudou a jornada de trabalho para 10 horas diárias. Nesse novo contexto, o número de operários será igual a

a) 16.
b) 24.
c) 32.
d) 50.

---

197. (EPCAR) Para a reforma do Ginásio de Esportes da EPCAR foram contratados 24 operários. Eles iniciaram a reforma no dia 19 de abril de 2010 (2ª feira) e executaram 40% do trabalho em 10 dias, trabalhando 7 horas por dia. No final do 10º dia, 4 operários foram dispensados.
No dia seguinte, os operários restantes retomaram o trabalho, trabalhando 6 horas por dia e concluíram a reforma.
Sabendo-se que o trabalho foi executado nos dois momentos sem folga em nenhum dia, o dia da semana correspondente ao último dia do término de todo o trabalho é

a) domingo.
b) segunda-feira.
c) terça-feira.
d) quarta-feira.

---

198. (UNIMEP) Se dois gatos comem dois ratos em dois minutos, para comer 60 ratos em 30 minutos são necessários

a) 4 gatos
b) 3 gatos
c) 2 gatos
d) 5 gatos
e) 6 gatos

---

199. (PUCCAMP) Em uma fábrica, constatou-se que eram necessários 8 dias para produzir certo nº de aparelhos, utilizando-se os serviços de 7 operários, trabalhando 3 horas a cada dia. Para reduzir a dois dias o tempo de produção, é necessário

a) triplicar o nº de operários.
b) triplicar o nº de horas trabalhadas por dia.
c) triplicar o nº de horas trabalhadas por dia e o nº de operários.
d) duplicar o nº de operários.
e) duplicar o nº de operários e o número de horas trabalhadas por dia.

200. (UNICAMP) Uma obra será executada por 13 operários (de mesma capacidade de trabalho) trabalhando durante 11 dias com jornada de trabalho de 6 horas por dia. Decorridos 8 dias do início da obra 3 operários adoeceram e a obra deverá ser concluída pelos operários restantes no prazo estabelecido anteriormente. Qual deverá ser a jornada diária de trabalho dos operários restantes nos dias que faltam para a conclusão da obra no prazo previsto?

a) 7h 42 min
b) 7h 44 min
c) 7h 46 min
d) 7h 48 min
e) 7h 50 min

---

201. (CEFET) Uma fazenda tem 30 cavalos e ração estocada para alimentá-los durante 2 meses. Se forem vendidos 10 cavalos e a ração for reduzida à metade. Os cavalos restantes poderão ser alimentados durante

a) 10 dias
b) 15 dias
c) 30 dias
d) 45 dias
e) 180 dias

---

202. (CEFETQ) Em um laboratório de Química, trabalham 16 químicos e produzem em 8 horas de trabalho diário, 240 frascos de uma certa substância. Quantos químicos são necessários para produzir 600 frascos da mesma substância, com 10 horas de trabalho por dia?

a) 30
b) 40
c) 45
d) 50

---

203. (Colégio Naval) Se K abelhas, trabalhando K meses do ano, durante K dias do mês, durante K horas por dia, produzem K litros de mel; então, o número de litros de mel produzidos por W abelhas, trabalhando W horas por dia, em W dias e em W meses do ano será

a) $\frac{K^3}{W^2}$ b) $\frac{W^5}{K^3}$ c) $\frac{K^4}{W^3}$ d) $\frac{W^3}{K^4}$ e) $\frac{W^4}{K^3}$

Porcentagem

As frações (ou razões) que possuem denominadores iguais a 100, são conhecidas por **razões centesimais** e podem ser representadas pelo símbolo "%".

Ou seja:

$$x\% = \frac{x}{100}$$

Exemplos:

a) Escreva em forma de fração e decimal os itens a seguir:

$5\% =$

$15\% =$

$25\% =$

$90\% =$

$120\% =$

A preposição "*de*" tem um papel fundamental e pode ser traduzida matematicamente como uma multiplicação.

b) 50% de 360 é ______________________________.

c) 75% de 200 é ______________________________.

d) 5% de 10% de 40.000 é ______________________.

e) 8% de 10% de 30% de 20.000 é: _____________.

Aumentar ou diminuir percentualmente determinado valor também tem sua tradução matemática bem definida, veja:

f) Um aumento de 25% sobre 500 gera um valor final de

---

g) Um aumento de 80% sobre 200 gera um valor final de

---

h) Uma redução de 15% sobre 100 gera um valor final de

---

i) Uma redução de 30% sobre 840 gera um valor final de

---

j) Se um determinado investimento rende 2% ao mês, então uma aplicação de R$ 5.000,00 nesse fundo terá em 30 dias um saldo de _______________.

Para tomar 10% de determinado valor, basta mover a vírgula **uma casa.**

k) 10% de 775 é ________________.

l) 10% de 870,70 é ________________.

m) 10% de 5.200,00 é ________________.

n) 5% de 400,00 é ________________.

o) 5% de 260,00 é ________________.

p) 15% de 1200,00 é ________________.

q) 35% de 250 é ________________.

Para tomar 1% de determinado valor, basta mover a vírgula **duas casas**.

r) 1% de 950 é ____________________.

s) 1% de 87 é ______________________.

t) 2% de 460 é _____________________.

u) 14% de 280 é ________________.

Taxa Percentual

Para compararmos percentualmente dois valores de uma mesma grandeza, podemos usar a seguinte razão:

$$Tx(\%) = \frac{\text{Valor final}}{\text{Valor inicial}}$$

Exemplos:

I)

Inicial	2.000	
Final	1.600	
Tx (%)		
Desconto (%)		
Aumento (%)		

II)

Inicial	1.600	
Final	2.000	
Tx (%)		
Desconto (%)		
Aumento (%)		

III)

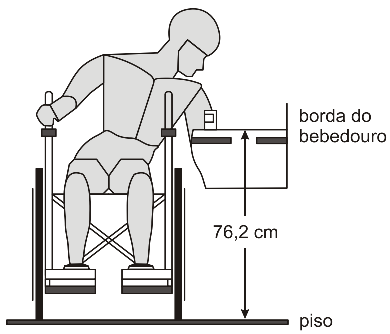
Inicial	250	
Final	300	
Tx (%)		
Desconto (%)		
Aumento (%)		

IV)

Inicial	820	
Final	720	
Tx (%)		
Desconto (%)		
Aumento (%)		

Exercícios de Casa

204. (UFRGS) Alguns especialistas recomendam que, para um acesso confortável aos bebedouros por parte de crianças e usuários de cadeiras de rodas, a borda desses equipamentos esteja a uma altura de 76,2 cm do piso, como indicado na figura a seguir.



Um bebedouro que tenha sido instalado a uma altura de 91,4 cm do piso à borda excedeu a altura recomendada. Dentre os percentuais a seguir, o que mais se aproxima do excesso em relação à altura recomendada é

a) 5%
b) 10%
c) 15%
d) 20%
e) 25%

TEXTO: 1 - Comum à questão seguinte.

Números totais de transferências de jogadores brasileiros de futebol por região de destino – 2007-2009

Região de Destino	2007	2008	2009*	Total
África	16	14	19	**49**
América Central	27	35	14	**76**
América do Norte	23	34	29	**86**
América do Sul	72	105	62	**239**
Ásia	213	152	127	**492**
Europa Oriental	135	149	60	**344**
Europa Ocidental	500	565	185	**1250**
Oceania	10	10	8	**28**
Oriente Médio	89	112	27	**228**
Total	**1085**	**1176**	**531**	**2792**

*Dados referentes ao primeiro semestre do ano.

Disponível em: <www.humanas.ufpr.br/evento/SociologiaPolitica>. Acesso em: 27 jun. de 2010.)

205. (UEL) Com base na tabela, é correto afirmar que, de 2007 para 2008, o aumento no número de transferências de jogadores brasileiros foi de, aproximadamente:

a) 2% para a Europa Ocidental.
b) 5% para a Europa Oriental.
c) 10% para a América Central.
d) 14% para o Oriente Médio.
e) 46 % para a América do Sul.

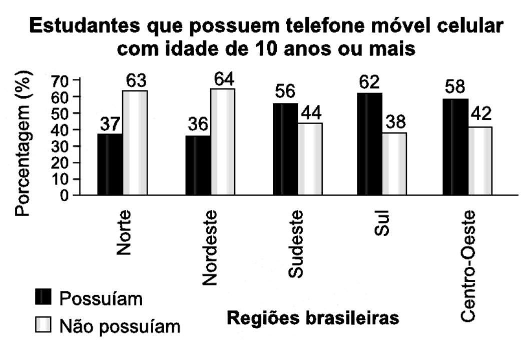
---

206. Supondo-se que o número de vagas em um concurso vestibular aumentou 25% e que o número de candidatos aumentou 35%, o número de candidatos por vaga para esse curso aumentou:

a) 8%
b) 9%
c) 10%
d) 11%
e) 12%

---

207. (ENEM) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.

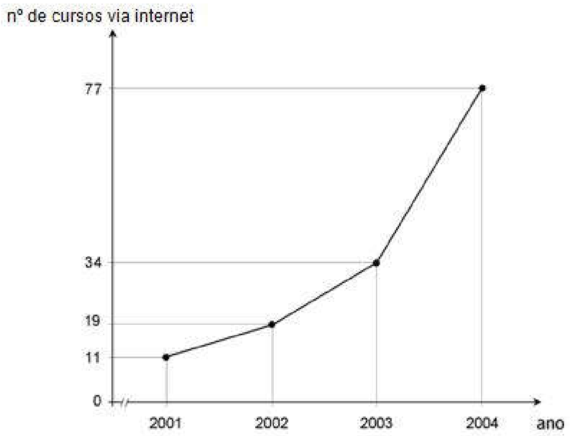


Fonte: IBGE. Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010(adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

a) 5513
b) 6556
c) 7450
d) 8344
e) 9536

208. (UFRGS) No Brasil, o número de cursos superiores via internet tem crescido nos últimos anos, conforme mostra o gráfico abaixo.



Anuário Brasileiro Estatístico de Educação Aberta e a Distância 2005 e Educação e Conjuntura.

Desde 2001, quando foram autorizados pelo governo, até 2004, o percentual de aumento desses cursos foi de

a) 6%
b) 7%
c) 70%
d) 600%
e) 700%

---

209. Um medicamento que custava R$ 40,00 aumentou 25% no primeiro mês e 20% no mês seguinte. O preço desse medicamento, após esses aumentos, é

a) R$ 64,00.
b) R$ 60,00
c) R$ 58,00
d) R$ 54,00

---

210. Um produto teve um aumento total de preço de 61%, através de dois aumentos sucessivos. Se o primeiro aumento foi de 15%, então o segundo foi de

a) 38%
b) 40%
c) 42%
d) 44%
e) 46%

211. Um atacadista comprou uma mercadoria por R$ 800,00 e a vendeu com um lucro de 30% a um varejista. Este, por sua vez, revendeu-a obtendo um lucro de 20%. O preço final da mercadoria foi, em reais

a) 1.100
b) 1.128
c) 1.200
d) 1.248
e) 1.318

---

212. Certa mercadoria foi comprada e revendida sucessivamente por quatro negociantes. Cada um dos dois primeiros obteve, por ocasião da revenda, um lucro de 10% sobre o respectivo preço de compra. Os dois últimos sofreram um prejuízo de 10% cada um, também sobre o respectivo preço de compra. Calcule o preço pelo qual o primeiro negociante adquiriu a mercadoria, visto que o quarto a vendeu por $ 2.450,25.

---

213. Um freezer é oferecido a R$ 450,00. Com dois descontos sucessivo de 20% e 15%, o preço de venda do aparelho seria

a) 35% menor que R$ 450,00
b) 65% de R$ 450,00
c) 67% de R$ 450,00
d) 68% de R$ 450,00
e) 77% de R$ 450,00

---

214. Um estacionamento cobrava R$ 5,00 por três horas e agora passou a cobrar os mesmos R$ 5,00 por apenas duas horas. O aumento do preço do estacionamento foi de

a) 33%
b) 45%
c) 50%
d) 60%
e) 67%

215. (ENEM) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês, deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

a) R$ 900,00.
b) R$ 1200,00.
c) R$ 2100,00.
d) R$ 3900,00.
e) R$ 5100,00.

---

216. (ENEM) Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente.

a) A, A, A, A.
b) A, B, A, B.
c) A, B, B, A.
d) B, A, A, B.
e) B, B, B, B.

---

217. (ENEM) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00.
b) 14,00.
c) 10,00.
d) 5,00.
e) 4,00.

---

218. (ENEM) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré - diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estavam com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

a) hipoglicemia.
b) normal.
c) pré-diabetes.
d) diabetes melito
e) hiperglicemia.

219. (ENEM) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

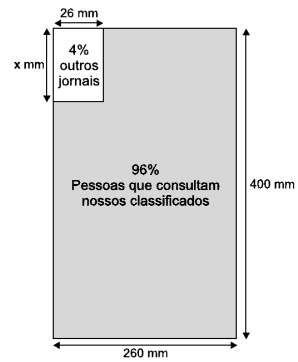
Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

a) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.
b) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.
c) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.
d) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.
e) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

220. (ENEM) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R$ 3 800,00 gerado pela aplicação.
A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

a) R$ 4 222,22.
b) R$ 4 523,80.
c) R$ 5 000,00.
d) R$ 13 300,00.
e) R$ 17 100,00.

221. (ENEM) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados.



Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente

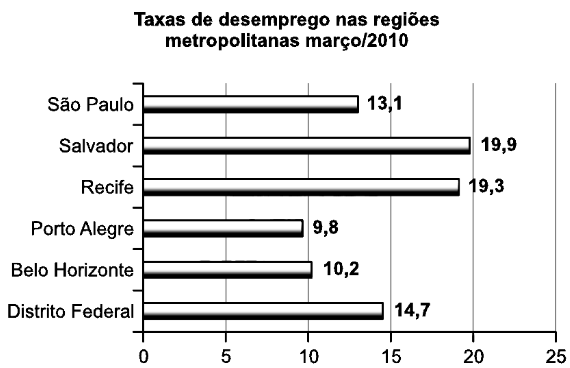
a) 1 mm.
b) 10 mm.
c) 17 mm.
d) 160 mm.
e) 167 mm.

222. (ENEM) Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados e, no segundo, 45%.

Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de

a) 16%.
b) 24%.
c) 32%.
d) 48%
e) 64%.

223. (ENEM) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).



Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250 000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

a) 24 500.
b) 25 000.
c) 220 500.
d) 223 000.
e) 227 500.

---

224. (UEL) Calculando-se 125% do produto de 16800 por 10^{-4}, obtém-se um número k tal que

a) $0 < k < 5$
b) $5 < k < 10$
c) $10 < k < 20$
d) $20 < k < 50$
e) $k > 50$

---

225. (UFRGS) Num país com inflação, em geral, existe uma diferença entre o salário que uma pessoa deveria ganhar e o que ela realmente está ganhando. Define-se perda salarial como a relação percentual entre essa diferença salarial e o salário que a pessoa deveria ganhar. Um empregado que recebe 100 reais por mês, quando o salário que deveria ganhar é de 120 reais, tem uma perda salarial de, aproximadamente

a) 10%
b) 17%
c) 20%
d) 27%
e) 30%

---

226. (UEL) Em uma liquidação os preços dos artigos de uma loja são reduzidos de 20% de seu valor. Terminada a liquidação e pretendendo voltar aos preços originais, de que porcentagem devem ser acrescidos os preços da liquidação?

a) 27,5%
b) 25%
c) 22,5%
d) 21%
e) 20%

---

227. (UFRGS) As substâncias radioativas têm a tendência natural a se desintegrarem. Considerando um caso em que a massa inicial da substância seja 54 g, e t dias depois sua massa seja, aproximadamente, $54.0{,}835^t$ g, pergunta-se: em um dia, que porcentagem da massa desta substância se desintegra?

a) 83,5%
b) 67,5%
c) 16,5%
d) 8,35%
e) 6,75%

---

228. (UFRGS) Um total de R$ 6.000,00 será investido, parte a 3,5% e parte a 6%. Se o rendimento total esperado é, no mínimo, de R$ 300,00, o valor máximo que pode ser investido a 3,5% é

a) R$ 210,00
b) R$ 360,00
c) R$ 570,00
d) R$ 2.400,00
e) R$ 3.600,00

229. (UEL) Um artigo é vendido em uma loja por R$ 125,00. Sobre esse preço são dados dois abatimentos sucessivos: um de 16% e outro de p%. Se o preço de tal artigo reduziu-se a R$81,90, então p é igual a

a) 18
b) 20
c) 22
d) 24
e) 26

---

230. (IFSC) Um automóvel de uma fábrica é vendido para uma revendedora por R$ 18.000,00. Essa revendedora vende este mesmo automóvel ao consumidor por R$ 25.560,00.

Fonte: carplace.virgula.uol.com.br.
Acesso em: 21 set.2011.

É **CORRETO** afirmar que a porcentagem de aumento aplicada pela revendedora sobre o preço de fábrica foi de

a) 0,40%.
b) 70%.
c) 35%.
d) 40%.
e) 42%.

---

231. (UNISC) Um comerciante decide revender um televisor com 40% de lucro sobre o valor inicial. Um cliente mostrou interesse no produto, mas solicitou um desconto de 10%. O vendedor aceitou a proposta, e a TV foi vendida por R$ 6.300,00. Podemos concluir que a porcentagem de lucro do comerciante nessa transação foi de

a) 30%.
b) 28%.
c) 27%.
d) 26%.
e) Nenhum dos percentuais acima citados.

232. (UNISINOS) Um quadrado tem área de $100\ cm^2$. Se aumentarmos os comprimentos dos lados desse quadrado em 20%, a área do novo quadrado (em cm^2) será igual a:

a) 120.
b) 140.
c) 144.
d) 164.
e) 200.

---

233. (UFSM) A prefeitura, responsável pela iluminação pública de uma cidade, trocou 40% das luminárias por outras mais eficientes. Decorrido um ano da troca, verificou que 2% das novas luminárias e 6% das luminárias antigas apresentaram defeito.
Qual é a porcentagem das luminárias da cidade que apresentaram defeito nesse período?

a) 3,2%.
b) 4,4%.
c) 5,6%.
d) 6,8%.
e) 8,0%.

RELAÇÕES

Par Ordenado

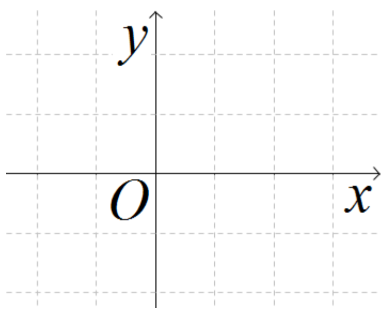
Como o próprio nome sugere, temos por definição dois elementos, onde sua ordem é de suma importância, tal que:

$$\boxed{(a,b)=(c,d) \;\Leftrightarrow\; a=c \text{ e } b=d}$$

Plano Cartesiano

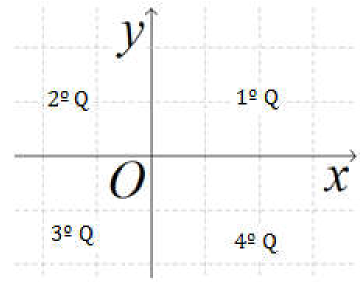
Embora outros matemáticos já tivessem trabalhado com o conceito, foi René Descartes, em sua obra *Géométrie* (1637) quem formalizou o sistema de coordenadas em um plano.

Para se determinar um ponto (par ordenado) de um plano, vamos fixar nesse plano dois eixos reais *Ox* e *Oy*, perpendiculares entre si no ponto *O*.



Definições:

- o sistema acima exposto é conhecido como **sistema cartesiano ortogonal**;
- o ponto *O* é chamado de **origem** do sistema;
- os eixos *Ox* e *Oy* são denominados **eixos coordenados** e rotulados, respectivamente como, **eixo das abscissas** e **eixo das ordenadas**;
- os eixos coordenados dividem o plano cartesiano em quatro regiões, denominadas **quadrantes,** os quais são enumerados como segue:

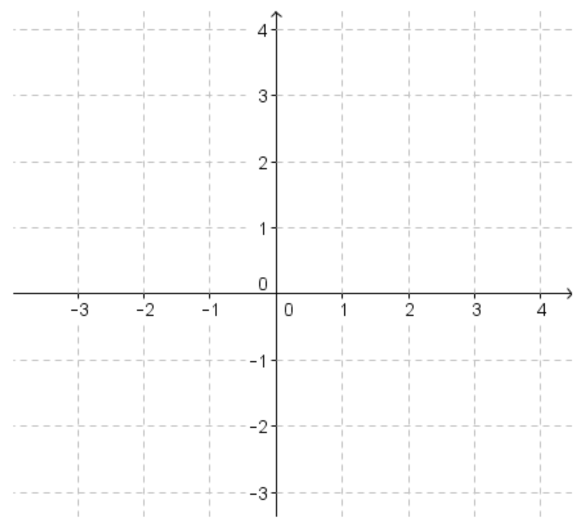


No que diz respeito ao sinal das coordenadas, temos o seguinte quadro:

Quadrante	Abscissa	Ordenada
1º	+	+
2º	-	+
3º	-	-
4º	+	-

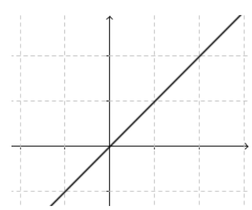
Exercícios de Classe

234. Represente no plano os seguintes pares ordenados: A(2, 4); B(-1, 3); C(0, 2); D(-1, -3); E(-3, 0); F(0, 0); G(2, -3); H(-3, 2).



235. Considere a bissetriz dos quadrantes ímpares representada na figura a seguir. Com relação ao ponto P(x, y), pertencente à bissetriz, podemos afirmar que

a) $x > 2$
b) $x > y$
c) $x < y$
d) $x = -y$
e) $x = y$



Exercícios de Casa

236. (CESGRANRIO) Em um sistema cartesiano ortogonal, os pontos $A(a,b)$ e $B(c,d)$ são simétricos em relação ao eixo das ordenadas. Assim sendo, tem-se que

a) $a=-c$ e $b=-d$
b) $a=-c$ e $b=d$
c) $a=c$ e $b=-d$
d) $a=c$ e $b=d$
e) $a=d$ e $b=c$

---

237. (UFCE) Os pares ordenados de números reais $(2a-5, b+3)$ e $(1-4a, 2b-1)$ são iguais se, e somente se

a) $a=1$ e $b=3$
b) $a=-1$ e $b=3$
c) $a=-1$ e $b=4$
d) $a=0$ e $b=2$
e) $a=1$ e $b=4$

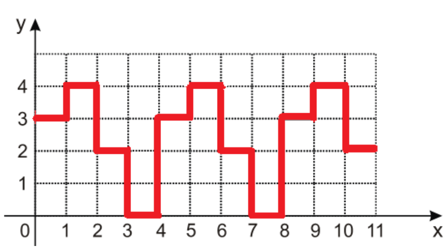
---

238. Para que o ponto $P(2, x^2-5x+4)$ pertença ao eixo das abscissas, a soma dos valores de x deve ser

a) 2
b) 4
c) -4
d) 5
e)-5

---

239. (FATEC) No plano cartesiano da figura, considere que as escalas nos dois eixos coordenados são iguais e que a unidade de medida linear é 1 cm. Nele, está representada parte de uma linha poligonal que começa no ponto P(0; 3) e, mantendo-se o mesmo padrão, termina em um ponto Q.



Na figura, a linha poligonal é formada por segmentos de reta:

- que são paralelos aos eixos coordenados;
- cujas extremidades têm coordenadas inteiras não negativas.

Sabendo que o comprimento da linha poligonal, do ponto P até o ponto Q, é igual a 94 cm, as coordenadas do ponto Q são

a) (25; 2)
b) (28; 1)
c) (32; 1)
d) (33; 1)
e) (34; 2)

---

240. (PUCRJ) Se os pontos A = (–1, 0), B = (1, 0) e C = (*x*, *y*) são vértices de um triângulo equilátero, então a distância entre A e C é

a) 1
b) 2
c) 4
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{3}$

---

241. (FGV) Em um paralelogramo, as coordenadas de três vértices consecutivos são, respectivamente, (1, 4), (–2, 6) e (0, 8). A soma das coordenadas do quarto vértice é

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

---

242. (CFTMG) Sendo A um ponto de coordenadas (2x + 4, 3x - 9) do quarto quadrante do plano cartesiano, é correto afirmar que x pertence ao intervalo real

a) -2 < x < 3
b) 2 ≤ x ≤ 3
c) -3 < x < 2
d) -3 ≤ x ≤ 2

Produto Cartesiano

Sejam A e B dois conjunto não vazios. Chama-se produto cartesiano de A por B, e indica-se $A \times B$, o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados (x, y), tais que $x \in A$ e $y \in B$.

Simbolicamente temos:

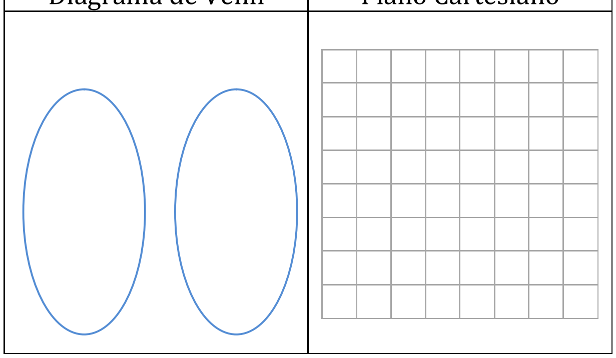
$$\boxed{A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}}$$

Exemplos:

Sejam os conjuntos $A = \{-2, 4\}$ e $B = \{-1, 0, 3\}$ determine:

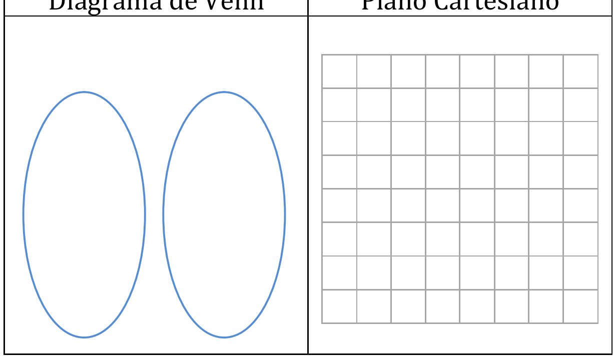
a) $A \times B$

Diagrama de Venn	Plano Cartesiano



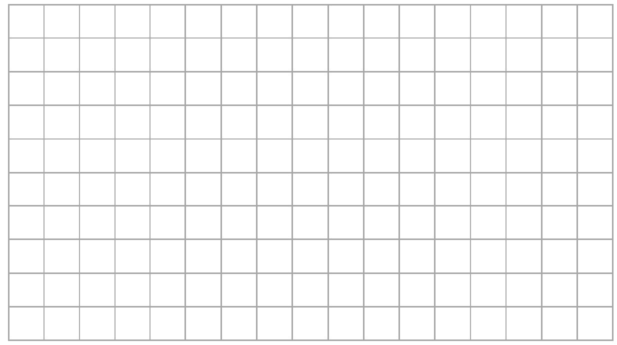
b) $B \times A$

Diagrama de Venn	Plano Cartesiano



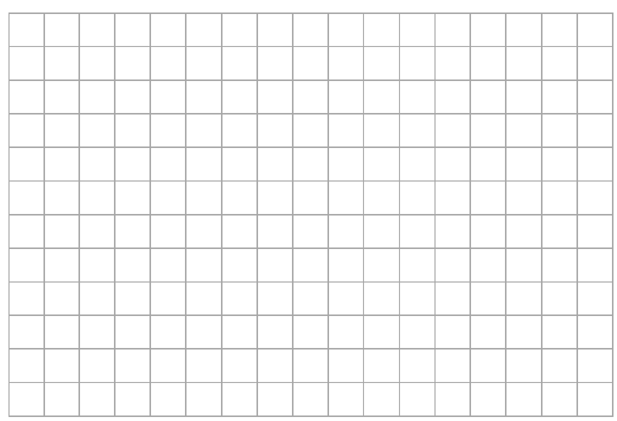
Dados os intervalos $A = [-3; 4)$ e $B = [2; 5]$, e o conjunto $C = \{-3, -1\}$, represente geometricamente os produtos a seguir:

c) $A \times B$



d) $B \times A$

e) $C \times A$



Relação Binária

Dados dois conjutos A e B, chama-se relação binária de A em B todo subconjunto R de A x B.

Simbolicamente temos:

$$\boxed{R \text{ é relação binária de A em B } \Leftrightarrow R \subset A \times B}$$

Quando o par (*x, y*) pertence à relação R, escrevemos *xRy*, o que lemos "*x* erre *y*".

Simbolicamente representamos:

$$\boxed{(x, y) \in R \Leftrightarrow xRy}$$

Exemplos:

Enumere os pares ordenados da relação binária de A = {-2, -1, 0, 1, 2} em B = {2, 3, 4, 5, 6} definidas por:

a) $xRy \Leftrightarrow x + y = 2$

b) $xSy \Leftrightarrow x = y - 2$

c) Sejam os conjuntos A = {0, 1, 3, 4} e B = {-1, 0, 1, 2, 3}, enumere os pares ordenados e construa o gráfico cartesiano da relação R de B em A definida por: $R = \left\{(x, y) \in B \times A \,/\, x^2 = y\right\}$.

d) Se A = {-1, 0, 1, 2}, quais são os elementos da relação $T = \left\{(x, y) \in A^2 \,/\, x^2 = y^2\right\}$?

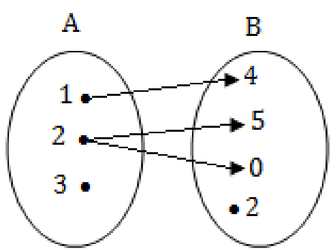
Domínio

Seja R uma relação de A em B, chama-se *domínio* de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencentes a R.
Da definição é decorrente que D $\subset$ A

Imagem

Seja R uma relação de A em B, chama-se *imagem* de R o conjunto Im de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a R.
Da definição é decorrente que Im $\subset$ B

Exemplo:



Domínio:

Imagem:

Relação Inversa

Dada uma relação binária $R = \{(x, y) \in A \times B\}$, chamamos de relação inversa, a relação binária $R^{-1} = \{(y, x) \in B \times A\}$.

Exemplo:

Se A = {2, 4, 6, 7} e B = {5, 7}, quais os elementos de $R = \{(x, y) \in A \times B \,/\, x < y\}$ e R^{-1}.

Exercícios de Casa

243. (UEPB) Os conjuntos A e B têm, respectivamente, $5-x$ e $3x$ elementos e $A\times B$ tem $8x+2$ elementos. Então, se pode admitir como verdadeiro que

a) A tem cinco elementos
b) B tem quatro elementos
c) B tem seis elementos
d) A tem mais de seis elementos
e) B tem menos de três elementos

---

244. (UFSM) Escolhendo aleatoriamente alguns números das páginas de um livro adquirido numa livraria, foram formados os conjuntos A = {2, 5, 6} e B = {1, 3, 4, 6, 8}, sendo a relação definida por R = {(x,y) ∈ A × B │ x ≥ y}. Dessa forma,

a) D(R) = {2, 5, 6} e Im(R) = {1, 3, 4, 6, 8}
b) D(R) = {2, 5, 6} e Im(R) = {1, 3, 4, 6}
c) D(R) = {2,5} e Im(R) = {1, 3, 4, 6}
d) D(R) = {5,6} e Im(R) = {1, 3, 4, 6, 8}
e) D(R) = {2, 5, 6} e Im(R) = {4, 6, 8}

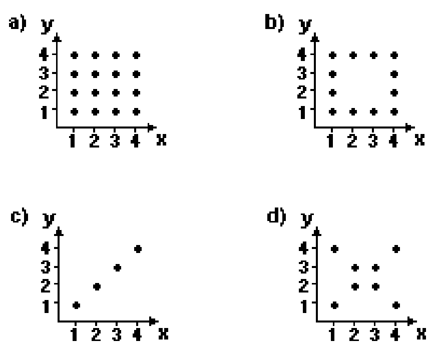
---

245. (CFTMG) Nos conjuntos P = {0, 1, 2} e R = {(x, y) ∈ P x P / x + y < 3}, o número de elementos do conjunto R é igual a

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

---

246. (UFRN) Considerando K = {1, 2, 3, 4}, marque a opção cuja figura representa o produto cartesiano K × K.



247. (UFV) Os pares ordenados (1,2), (2,6), (3,7), (4,8) e (1,9) pertencem ao produto cartesiano A×B. Sabendo-se que A×B tem 20 elementos, é CORRETO afirmar que a soma dos elementos de A é

a) 9
b) 11
c) 10
d) 12
e) 15

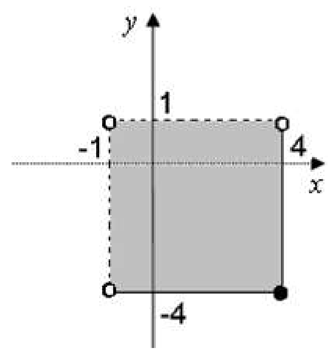
---

248. (UFMT) O gráfico do produto cartesiano $A\times B$ é formado por quinze pontos distintos. Pode-se afirmar que

a) A não é conjunto unitário.
b) A possui três elementos e B, cinco elementos.
c) A é um conjunto de números inteiros.
d) $A\neq B$.
e) A possui quinze elementos.

---

249. O gráfico abaixo mostra o produto cartesiano entre os intervalos



a) $(-1;1)\times[4;-4)$.
b) $[1;4)\times(-1;-4)$.
c) $(-1;4]\times[-4;1)$.
d) $[-4;1)\times(-1;4]$.
e) $(-1;4]\times(-4;1)$.

---

250. O conjunto imagem da relação $R=\left\{(x,y)\in A\times B\,/\,y=\dfrac{x}{2}\right\}$, onde

$A=\{-3,-2,-1,0,1,2,6\}$ e

$B=\{-2,-1,0,2,3,4,5,9\}$ é

a) $\{0,3,9\}$ b) $\{-2,0,6\}$ c) $\{-1,0,3\}$
d) $\{1,2,3,4\}$ e) $\{-2,-1,0,2,3,4,5,9\}$

TESTES COMPLEMENTARES

251. (UTFPR) Três vendedores viajam a serviço para uma empresa. O primeiro viaja de 12 em 12 dias, o segundo de 16 em 16 dias e o terceiro de 20 em 20 dias. Se todos viajarem hoje, calcule daqui quantos dias eles voltarão a viajar no mesmo dia.

a) 220 dias.
b) 120 dias.
c) 240 dias.
d) 250 dias.
e) 180 dias.

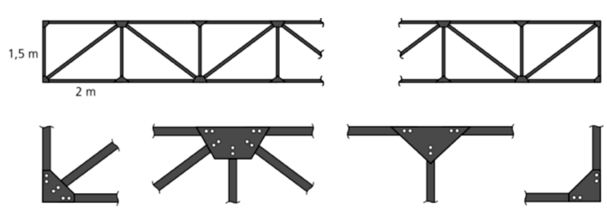
---

252. (UFRN) Para se tratar de uma doença, Dona Cacilda toma, por dia, os remédios A e B. Esses medicamentos são vendidos em caixas de 30 e 28 comprimidos, respectivamente. O medicamento A é ingerido de oito em oito horas e o B, de doze em doze horas.
Ela comprou uma quantidade de caixas de modo que os dois tipos de comprimidos acabassem na mesma data e iniciou o tratamento às 7 horas da manhã do dia 15 de abril, tomando um comprimido de cada caixa.
A quantidade de caixas dos remédios A e B que Dona Cacilda comprou foi, respectivamente,

a) 5 e 5.
b) 5 e 7.
c) 7 e 5.
d) 7 e 7.
e) 7 e 8.

TEXTO: 1 - Comum à questão seguinte:

Um carpinteiro foi contratado para construir uma cerca formada por ripas de madeira. As figuras abaixo apresentam uma vista parcial da cerca, bem como os detalhes das ligações entre as ripas, nos quais os parafusos são representados por círculos brancos. Note que cada ripa está presa à cerca por dois parafusos em cada extremidade.



253. (UNICAMP) Os parafusos usados na cerca são vendidos em caixas com 60 unidades. O número mínimo de caixas necessárias para construir uma cerca com 100 m de comprimento é

a) 13.
b) 12.
c) 15.
d) 14.
e) 17.

---

254. (PUCMG) O mínimo múltiplo comum dos números 2^3, 3^n e 7 é 1512. O valor de n é

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

---

255. (ENEM) João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o numero 1 3 _ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.
De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

a) centena.
b) dezena de milhar.
c) centena de milhar.
d) milhão.
e) centena de milhão.

256. (UDESC) O Festival de Dança de Joinville é considerado o maior do mundo pelo Guinness Book of Records de 2005. Desde 1998, este festival é realizado no Centreventos Cau Hansen, que tem capacidade para pessoas por noite.
Suponha que no 28º Festival de Dança, realizado em julho de 2010, houve uma noite exclusiva para cada uma das seguintes modalidades: ballet, dança de rua e jazz. A noite da dança de rua teve seus ingressos esgotados; na noite do jazz restaram 5% dos ingressos; e a noite do ballet teve 90% dos ingressos disponíveis vendidos. Sabe-se que algumas pessoas costumam prestigiar mais de uma noite do Festival. Neste ano, 700 pessoas assistiram à dança de rua e ao jazz; 1.610 assistiram ao ballet e à dança de rua; 380 assistiram ao ballet e ao jazz e 105 prestigiaram as três modalidades de dança. Se todas as pessoas que adquiriram os ingressos do Festival assistiram à(s) apresentação (ões), então o número total de pessoas distintas que assistiu a pelo menos uma das três modalidades anteriormente mencionadas foi de

a) 9385.
b) 9070.
c) 9595.
d) 6275.
e) 6905.

257. (PUCPR) As pessoas atendidas em uma unidade de saúde apresentaram os seguintes sintomas: febre alta, dores no corpo e dores de cabeça. Os dados foram tabulados conforme quadro a seguir:

Sintomas	**Número de pacientes**
Febre	22
Dor no corpo	16
Náuseas	24
Febre e dor no corpo	10
Dor no corpo e náuseas	10
Náuseas e febre	8
Febre, dor no corpo e náuseas	6

Determine o número de pacientes atendidos no posto de saúde.

a) 62 pessoas.
b) 68 pessoas.
c) 40 pessoas.
d) 86 pessoas.
e) 42 pessoas.

258. (UEPG) Indica-se por n(X) o número de elementos do conjunto X. Se A e B são conjuntos tais que $n(A) = 20$, $n(B - A) = 15$ e $n(A \cap B) = 8$, assinale o que for correto.

01) $n(A - B) = 12$
02) $n(B) = 23$
04) $n(A \cup B) = 35$
08) $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27$
16) $n(A) - n(B) = n(A - B)$

259. (IFSP) Em um restaurante de uma empresa fez-se uma pesquisa para saber qual a sobremesa preferida dos funcionários: pudim ou gelatina. Cada funcionário poderia indicar que gosta das duas sobremesas, de apenas uma, ou de nenhuma das duas. Do total de pesquisados, 21 declararam que gostam de pudim, 29 gostam de gelatina, 10 gostam dessas duas sobremesas e 12 não gostam de nenhuma dessas duas sobremesas. Pode-se então afirmar que o número de pesquisados foi

a) 52.
b) 62.
c) 72.
d) 82.
e) 92.

260. (IFSP) Em uma determinada empresa, os trabalhadores devem se especializar em pelo menos uma língua estrangeira, francês ou inglês. Em uma turma de 76 trabalhadores, têm-se:

• 49 que optaram somente pela língua inglesa;
• 12 que optaram em se especializar nas duas línguas estrangeiras.

O número de trabalhadores que optaram por se especializar em língua francesa foi

a) 15.
b) 27.
c) 39.
d) 44.
e) 64.

261. (UFRGS) Em 2006, segundo notícias veiculadas na imprensa, a dívida interna brasileira superou um trilhão de reais. Em notas de R$ 50,00 um trilhão de reais tem massa de 20.000 toneladas.
Com base nessas informações, pode-se afirmar corretamente que a quantidade de notas de R$ 50,00 necessárias para pagar um carro de R$ 24.000,00 tem massa, em quilogramas, de

a) 0,46.
b) 0,48.
c) 0,50.
d) 0,52.
e) 0,54.

---

262. (UFRGS) Considere as desigualdades a seguir.
I) $3^{2000} < 2^{3000}$.
II) $-1/3 < (-1/3)^2$.
III) $2/3 < (2/3)^2$.

Quais são verdadeiras?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas I e II.
d) Apenas I e III.
e) Apenas II e III.

---

263. (ESPM) Simplificando a expressão $\sqrt{\dfrac{2^{13}+2^{16}}{2^{15}}}$, obtemos

a) $\sqrt{2}$
b) 1,5
c)2,25
d) 2
e) 1

---

264. (UMC) O valor de $\dfrac{2^0-2^{-2}}{2-2(2)^{-2}}$ é

a) 2
b) 1/ 2
c) 3
d) 1/3
e) 1

265. O valor da expressão
$$\frac{0,003\cdot 10^4}{0,01}+\frac{0,0002\cdot 0,03\cdot 10^5}{0,001}$$ é

a) 3600
b) 3060
c) 900
d) 360
e) 36

---

266. (FUVEST) Qual é o valor da expressão $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$?

a) $\sqrt{3}$
b) 4
c) 3
d) 2
e) $\sqrt{2}$

---

267. (FUVEST SP) Dado $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$ é igual a

a) $\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt[3]{4}$
b) $\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}$
c) $\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}$
d) $\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt[3]{4}$
e) $\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt[3]{4}$

---

268. (FUVEST) O valor da expressão $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ é

a) $\sqrt{2}$
b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
c) 2
d) $\frac{1}{2}$
e) $\sqrt{2}+1$

269. (UFPI) Considere as seguintes igualdades:

$$1 = 1^2$$
$$1+3 = 2^2$$
$$1+3+5 = 3^2$$
$$1+3+5+7 = 4^2$$
$$1+3+5+7+9 = 5^2$$
$$1+3+5+7+9+11 = 6^2$$
.....

Então, o valor da expressão
$\sqrt{(2-1)+(4-1)+(6-1)+...+(2006-1)}$ é igual a

a) 1003
b) 1002
c) 1001
d) 2005
e) 2006

---

270. (UFC CE) Dentre as alternativas a seguir, marque aquela que contém o maior número.

a) $\sqrt{\sqrt[3]{5\cdot 6}}$
b) $\sqrt{6\sqrt[3]{5}}$
c) $\sqrt{5\sqrt[3]{6}}$
d) $\sqrt[3]{5\sqrt{6}}$
e) $\sqrt[3]{6\sqrt{5}}$

---

271. (CFTMG) Simplificando a expressão $\frac{x^3-1}{x^2-x}-\frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$ para $x \in \mathbb{R}-\{-1, 0, 1\}$ obtém-se

a) x.
b) x^2.
c) x – 1.
d) $x^2 - 1$.

---

272. (UTFPR) Se $y = \frac{x}{2}$, $x \neq 0$, a expressão $\frac{(x+2y)^2-4}{4y-2}-\frac{x}{y}$ é equivalente a:

a) 2x.
b) 2y.
c) 0.
d) $\frac{1}{2}x$.
e) $\frac{1}{2}y$.

273. (CFTRJ) O único par de números naturais m e n que satisfaz a igualdade $m^2 - n^2 = 17$ é tal que

a) seu produto é 72
b) sua soma é 18
c) seu quociente é 17
d) sua diferença é 2

---

274. (FGV) Se $x^2+\frac{1}{x^2}=14$, com $x>0$, então $\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$ é igual a

a) $2^2\cdot 7^2$
b) 7^3
c) $2^3\cdot 7^2$
d) 2^{10}
e) 7^{10}

---

275. (CFTMG) Ao fatorar a expressão 210xy + $75x^2y$ + 147y, obtém-se

a) $3(7x + 5)^2$.
b) $3y(5x + 7)^2$.
c) 3(5x – 7)(5x + 7).
d) 3y(7x – 5)(7x + 5).

---

276. (UNIOESTE) Seja S o conjunto solução de

$$\left|\frac{|-2\ |+4x-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}}{2}\right|<1.$$

É correto afirmar que S é igual a:

a) $S=\{x\in\mathbb{R};-1<x<1\}$.
b) $S=\left\{x\in\mathbb{R};-\frac{7}{18}<x<\frac{11}{18}\right\}$.
c) $S=\{x\in\mathbb{R};x>-1\}$.
d) $S=\left\{x\in\mathbb{R};-\frac{1}{2}<x<\frac{7}{16}\right\}$.
e) $S=\{x\in\mathbb{R};x<10\}$.

277. (UFSM) Em uma determinada região do mar, foi contabilizado um total de 340 mil animais, entre lontras marinhas, ouriços do mar e lagostas. Verificou-se que o número de lontras era o triplo do de ouriços e que o número de lagostas excedia em 20 mil unidades o total de lontras e ouriços. Pode-se dizer que o número de ouriços dessa região é

a) 30 mil.
b) 35 mil.
c) 40 mil.
d) 45 mil.
e) 50 mil.

---

278. (IFSC) A solução da equação $\frac{0,1x - 0,6}{1 - 0,4x} = \frac{3}{2}$ tem como resultado

a) um número racional negativo.
b) um número irracional.
c) um número inteiro negativo.
d) um número racional maior que 5.
e) um número natural.

---

279. (UTFPR) A equação $\frac{7x^2 - 35x + 42}{7x - 14} = 0$ possui

a) única solução: $x = 2$.
b) uma única solução: $x = 3$.
c) duas soluções: $x = 2$ e $x = 3$.
d) duas soluções: $x = -2$ e $x = -3$.
e) duas soluções $x = -2$ e $x = 3$.

---

280. (UTFPR) Considere três empresas, "A", "B" e "C". No mês passado a empresa "B" teve o dobro do faturamento da empresa "A" e a empresa "C" teve $\frac{3}{2}$ do faturamento da empresa "A". Sabendo que as três empresas somaram um faturamento de R$ 4.500.000,00 no mês passado, pode-se afirmar que o faturamento da empresa "A" naquele mês foi de

a) R$ 1.000.000,00.
b) R$ 1.250.000,00.
c) R$ 1.500.000,00.
d) R$ 2.000.000,00.
e) R$ 4.500.000,00.

281. (FGV) Para trabalhar na Feira Internacional do Livro, a editora contratou três funcionários: Ana, Beto e Carlos, com salários x, y e z reais, respectivamente.
O salário de Ana é igual à soma dos salários de Beto e Carlos. No final da feira, a editora pagou uma gratificação, de valor igual ao salário de Beto, a cada um dos três. Assim, Ana recebeu no total, R$2.300,00, e a soma dos valores que os três receberam foi de R$5.400,00. Qual foi o valor da gratificação que receberam?

---

282. (ENEM) Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.
Qual a expressão que representa a relação entre X e Y?

a) 5X – 3Y + 15 = 0
b) 5X – 2Y + 10 = 0
c) 3X – 3Y + 15 = 0
d) 3X – 2Y + 15 = 0
e) 3X – 2Y + 10 = 0

---

283. (UNIOESTE) Sabe-se que x, y e z são números reais.
Se $(2x + 3y - z)^2 + (2y + x - 1)^2 + (z - 3 - y)^2 = 0$,
então $x + y + z$ é igual a

a) 7.
b) 6.
c) 5.
d) 4.
e) 3.

284. (IFAL) As equações $2x + y = 5$ (I) e $x - 2y = -5$ (II) são conhecidas como equações do 1º grau com duas incógnitas. Separadamente, cada uma dessas equações tem infinitas soluções. Neste caso, existe apenas uma solução que satisfaz às duas equações ao mesmo tempo. Com base no exposto acima, assinale a alternativa correta.

a) O par (2, 1) não é uma das soluções da equação I.
b) O par (1, -3) é uma das soluções da equação II.
c) O par (1, 2) é a solução do sistema formado pelas equações I e II.
d) O par (1, 3) é a solução do sistema formado pelas equações I e II.
e) O par $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ não é uma das soluções da equação I.

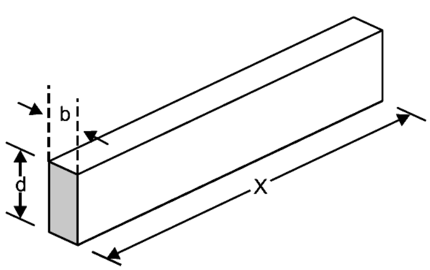
---

285. (IFAL) A soma da minha idade, em fevereiro de 2011, com a idade do meu filho, era 83 anos. Em fevereiro de 2012, eu terei o dobro da idade do meu filho, menos dois anos. Sabendo que eu nasci em janeiro, assinale a alternativa que corresponde ao ano em que eu nasci.

a) 1955
b) 1956
c) 1957
d) 1982
e) 1983

---

286. (ENEM) A resistência mecânica S do uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
d) $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
e) $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{x}$

---

287. (ENEM) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

a) 50 minutos.
b) 60 minutos.
c) 80 minutos.
d) 120 minutos.
e) 170 minutos.

288. (ENEM) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.

Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de

a) 1 : 250.
b) 1 : 2 500.
c) 1 : 25 000.
d) 1 : 250 000.
e) 1 : 25 000 000.

---

289. (ENEM) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km² de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.
Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km², é de

a) 250.
b) 25.
c) 2,5.
d) 0,25.
e) 0,025.

---

290. (ENEM) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.
Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

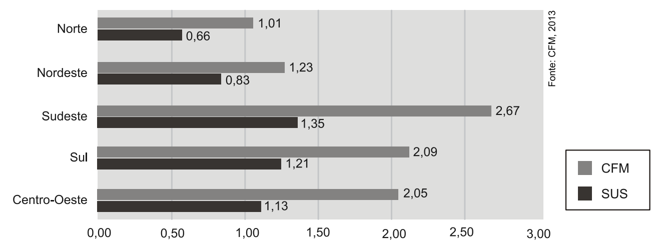
Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

a) 4 mil.
b) 9 mil.
c) 21 mil.
d) 35 mil.
e) 39 mil.

---

291. (UERJ) Observe no gráfico o número de médicos ativos registrados no Conselho Federal de Medicina (CFM) e o número de médicos atuantes no Sistema Único de Saúde (SUS), para cada mil habitantes, nas cinco regiões do Brasil.



O SUS oferece um médico para cada grupo de **x** habitantes. Na região Norte, o valor de x é aproximadamente igual a:

a) 660
b) 1000
c) 1334
d) 1515

---

292. (ENEM) Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil.
Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?

a) 30 ciclos.
b) 40 ciclos.
c) 73 ciclos.
d) 240 ciclos.
e) 384 ciclos

293. (PUCMG) Por questões de segurança e de conforto, um estádio foi reformado e sua capacidade de público, reduzida.
Onde antes havia 8 lugares, agora há apenas 6. Se antes da reforma a capacidade do estádio era de 91.000 lugares, após a reforma o número de lugares passou a ser de:

a) 64.300
b) 68.250
c) 72.400
d) 76.350

---

294. (FGV) O país fictício Trol possui moeda denominada tol, cuja abreviação é TL$. As casas de câmbio no Brasil compram TL$1,00 por R$2,00 e vendem esse mesmo TL$1,00 por R$2,40. Já as casas de câmbio em Trol compram R$1,00 por TL$0,42 e vendem R$1,00 por TL$0,52.

Desconsiderando taxas e impostos, e admitindo ser possível o câmbio de qualquer fração de dinheiro, para um turista brasileiro que pretende trocar reais por tols na ida da viagem (operação A), e tols por reais na volta (operação B), será mais vantajoso fazer

a) A no Brasil e B em Trol.
b) A em Trol e B no Brasil.
c) A e B no Brasil.
d) A e B em Trol.
e) A no Brasil e B indiferentemente em Trol ou no Brasil.

---

295. (CCAMPOS) O carro do Sr. Joel é flex (funciona indistintamente com gasolina ou álcool) e percorre, em média, 10 km com 1 litro de gasolina ou 7 km com 1 litro de álcool.
Num determinado ano em que o litro de gasolina e do álcool custavam R$2,40 e R$1,40, respectivamente, o Sr. Joel rodou 15000 km, tendo abastecido o carro apenas com gasolina.
Quanto ele teria economizado, em reais, neste mesmo ano, se tivesse abastecido o carro apenas com álcool?

296. (UEL) Em certo concurso vestibular, na prova de Língua Estrangeira, o candidato pode optar por Inglês, Francês ou Espanhol. Sabe-se que 5% do total de inscritos optaram por Espanhol e, do número restante, 20% escolheram Francês. Se 15.200 candidatos optaram por Inglês, o total de candidatos inscritos nesse concurso é

a) 17.800
b) 18.000
c) 20.000
d) 20.800
e) 21.000

---

297. (UEL) Um certo número de pessoa aguarda o momento de ocupar as poltronas de um teatro. Sabe-se que se 80% do total das pessoas ocuparem as poltronas, 125 lugares ficarão desocupados; entretanto, se 60% do total das pessoas ocuparem as poltronas, restarão 175 lugares vagos. Nessas condições, o número de poltronas desse teatro é

a) 325
b) 350
c) 375
d) 400
e) 450

298. (UFRGS) A tabela abaixo apresenta a variação percentual das vendas industriais de aparelhos domésticos, comparando o período julho-agosto de 1995 com o período julho-agosto de 1994.

Vendas industriais de aparelhos domésticos
Variação percentual

Linha Branca	jul-ago-set/95 jul-ago-set/94
Refrigeradores	15,06
"Frezers" verticais	-4,97
Congel./Conserv. horiz.	42,61
Lavadoras automáticas	-18,18
Fogões	-0,17
Condicionadores de ar	83,45

Supondo que naquele período de 1994 tenham sido vendidas 200.000 lavadoras automáticas, o número de unidades vendidas no mesmo período em 1995 foi, aproximadamente
a) 36.360
b) 114.770
c) 163.640
d) 236.360
e) 285.220

---

299. (UEM) A Geomática é a tecnologia de produção de mapas com o auxílio de computadores. Para um planejador municipal, que visa à implantação de um setor industrial, os mapas indicarão, por exemplo, a localização dos terrenos não edificados. Foram localizados nos mapas 150 terrenos não edificados. Desse total, 100 terrenos apresentam dimensões de $120\ \text{m} \times 100\ \text{m}$; os demais medem $300\ \text{m} \times 150\ \text{m}$. Diante do contexto e dos conhecimentos sobre Geomática, assinale o que for correto.

01) Do total dos terrenos não edificados, $\frac{1}{3}$ deles corresponde a 50 terrenos.
02) Uma única base cartográfica digital não permite a produção de diferentes tipos de mapas adaptados às demandas de informação de empresas, de órgãos públicos e de pesquisadores.
04) A área total dos terrenos não edificados é de $3.450.000\ \text{m}^2$.
08) Os mapas são representações geométricas e planas de toda a superfície terrestre ou de parte dela.
16) Os terrenos maiores correspondem a aproximadamente 33% do total dos terrenos.

300. (UEL) Uma das tentativas para minimizar os congestionamentos de trânsito nas metrópoles é o rodízio de veículos. Na cidade de São Paulo, isso se faz de acordo com o final das placas. Na segunda-feira, não circulam os veículos com placas de final 1 e 2; na terça-feira, com finais 3 e 4; na quarta-feira, com finais 5 e 6; na quinta-feira, com finais 7 e 8 e na sexta-feira, com finais 9 e 0. Com esse tipo de rodízio, supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, somente 80% da frota de veículos circulam diariamente. Considere outro rodízio de veículos como descrito na tabela a seguir.

Nova proposta de rodízio

Dia da semana	Finais de placas que NÃO podem circular
segunda-feira	0, 1, 2, 3
terça-feira	2, 3, 4, 5
quarta-feira	4, 5, 6, 7
quinta-feira	6, 7, 8, 9
sexta-feira	8, 9, 0, 1

Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, a partir da configuração proposta nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o percentual da frota que circulará diariamente.

a) 40%
b) 55%
c) 60%
d) 65%
e) 70%

GABARITO

1. A	2. C	3. B	4. C	5. E	6. E	7. *	8. 2	9. 55/3	10. *
11. D	12. C	13. A	14. A	15. D	16. B	17. E	18. A	19. D	20. C
21. E	22. --	23. --	24. --	25. --	26. --	27. 14	28. C	29. C	30. E
31. B	32. B	33. C	34. C	35. D	36. B	37. D	38. B	39. 13	40. B
41. B	42. E	43. C	44. E	45. D	46. B	47. *	48. C	49. E	50. C
51. C	52. B	53. A	54. C	55. D	56. A	57. C	58. B	59. B	60. E
61. C	62. B	63. C	64. A	65. C	66. E	67. *	68. *	69. *	70. C
71. A	72. B	73. A	74. B	75. D	76. 11	77. B	78. E	79. C	80. C
81. D	82. C	83. A	84. C	85. C	86. E	87. D	88. E	89. D	90. C
91. A	92. E	93. B	94. C	95. E	96. B	97. A	98. C	99. *	100. *
101. B	102. *	103. 9	104. A	105. E	106. B	107. D	108. C	109. C	110. D
111. C	112. B	113. E	114. A	115. E	116. D	117. *	118. E	119. E	120. E
121. C	122. A	123. D	124. D	125. E	126. *	127. C	128. *	129. *	130. *
131. 5	132. *	133. E	134. A	135. A	136. C	137. C	138. D	139. 15	140. B
141. E	142. *	143. E	144. B	145. E	146. B	147. B	148. B	149. D	150. B
151. A	152. *	153. D	154. A	155. C	156. *	157. 7	158. *	159. A	160. B
161. D	162. B	163. C	164. B	165. C	166. A	167. D	168. D	169. A	170. D
171. B	172. E	173. D	174. B	175. C	176. A	177. D	178. C	179. A	180. D
181. D	182. A	183. D	184. E	185. D	186. D	187. C	188. D	189. D	190. A
191. A	192. D	193. C	194. C	195. A	196. C	197. D	198. A	199. E	200. D
201. D	202. D	203. E	204. D	205. E	206. A	207. D	208. D	209. B	210. B
211. D	212. *	213. D	214. C	215. B	216. D	217. E	218. D	219. D	220. C
221. D	222. B	223. A	224. A	225. B	226. B	227. C	228. D	229. C	230. E
231. D	232. C	233. B	234. --	235. E	236. B	237. E	238. D	239. C	240. B
241. B	242. A	243. C	244. B	245. D	246. A	247. C	248. D	249. C	250. B
251. C	252. C	253. D	254. A	255. C	256. A	257. C	258. 15	259. A	260. B
261. B	262. B	263. B	264. B	265. A	266. B	267. D	268. A	269. A	270. B
271. A	272. A	273. A	274. D	275. B	276. B	277. C	278. E	279. B	280. A
281. *	282. B	283. D	284. D	285. B	286. A	287. B	288. E	289. B	290. D
291. D	292. A	293. B	294. B	295. *	296. C	297. A	298. C	299. 29	300. C

* na página seguinte.

7.

a) 2/3
b) 527/99
c) 677/330
d) 5
e) 7097/16500

9. 55/3

10.

a) {1,2,4,8,16}
b) {0,4,8,12, ...}
c) {4,5,6,7}
d) {-1,0,1,2}
e) {0,2,4,6,8, ...}
f) {1,3,5,7, ...}
g) {-2,-1,0,1,2,3}

47.

a) 25
b) -32
c) -81
d) 49
e) -3
f) 1
g) 1
h) 64/125
i) 1
j) -1
k) 1
l) $8x^3y^3$
m) $16m^6$
n) $1/a^2$
o) m^2

67.

a) 5
b) $2\sqrt[5]{8}$
c) 0
d) 5
e) -7
f) 9
g) -1

68.

a) $6\sqrt{2}$
b) $45\sqrt{2}$
c) $6\sqrt[3]{3}$
d) $10\sqrt{10}$
e) $2\sqrt[3]{20}$
f) $\sqrt[4]{45}$
g) $2\sqrt[12]{2}$
h) $\sqrt{2}$
i) 2
j) $\sqrt[10]{2}$
k) $\sqrt[6]{40}$

69.

a) $\sqrt{3}/3$
b) $\sqrt{2}$
c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$
d) $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$
e) $2\sqrt[3]{9}$
f) $\sqrt[7]{16}$
g) $\dfrac{2\sqrt[5]{81}}{3}$
h) $2\sqrt{2}-2$
i) $-\sqrt{3}-2$
j) $-\sqrt{2}-\sqrt{5}$

76. 11

99.
a) $9 + 6x + x^2$
b) $x^2 + 10x + 25$
c) $x^2 - 2xy + y^2$
d) $x^2 - 4x + 4$
e) $9x^2 - 12x + 4$
f) $x^2 - 1$
g) $25 - 9x^2$
h) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

100.

a) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
b) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$
c) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$
d) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
e) $(3 - x)(9 + 3x + x^2)$
f) $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$
g) $(x + 5)(x^2 - 5x + 25)$
h) $(5x - 4y)(25x^2 + 20xy + 16y^2)$
i) $(3xy^2 + 6a)(9x^2y^4 - 18ay^2x + 36a^2)$
j) $(4y^2 - 2xa^2z^3)(16y^4 + 8y^2a^2z^3 + 4x^2a^4z^6)$

102.

a) $x + 1 / x^2 + 1$
b) $a + b / a - b$
c) $x^2 / 5y$

103. 9

117. 2/3

126. 30

128. K<2/5

129. {7, -17}

130.
a) $S = \{1\}$
b) $S = \{2, 4\}$
c) $S = \{-4, 1\}$
d) $S = \left\{2, \dfrac{1}{4}\right\}$
e) $S = \{7\}$
f) $S = \{\ \}$
g) $S = \{7\}$

130.
h) $S = \{0, 4\}$
i) $S = \{8, -1\}$
j) $S = \{-4, 3\}$
k) $S = \varnothing$

131. 5

132.
a) S = {-4, 16}
b) S = {16/3, 8/3}
c) S = {0, 2}
d) S = {0, 2}
e) S = {-1/2, 1}
f) S = {1, 3}
g) S = {-5, 5}

142.

$x = -1 + \sqrt{5}$ ou $x = -1 - \sqrt{5}$

152.

a) S={(-1,2)}
b) S={(4,1)}
c) S={(1,2)}
d) S={(2,1)}
e) S={(1,3)}
f) S={(1,2)}
g) S={(4,-1)}
h) S={(2,1)}
i) S={(2,1)}
j) S={(6,4)}

156. {(5, 9, 6)}

157. 7

158. {(5, 3, 2)}

212. 2.500,00

281. R$ 800,00

295. R$ 600,00

ANÁLISE COMBINATÓRIA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Fatorial

Denominamos de fatorial de n, e representamos por n!, o produto dos números naturais começando em n e decrescendo até 1.

$$n! = n.(n-1).(n-2).(n-3)\ldots..3.2.1$$

Exemplos

I. Determine:

a) 5! =

b) 3! =

c) 4! + 2! =

Atenção!

a) (x + 4)! = (   ) . (   ) . (   ) . (   )!

b) (x - 4)! = (   ) . (   ) . (   ) . (   )!

c) 10! = (   ) . (   )!

d) 10! = (   ) . (   ) . (   )! ou ...

OBSERVAÇÃO:

$$\boxed{0! = 1} \qquad \boxed{1! = 1}$$

II. Simplifique:

a) $\dfrac{8!}{10!} =$

b) $\dfrac{6!}{5!} =$

c) $\dfrac{x!}{(x-2)!} =$

---

d) $\dfrac{(x+1)! + (x-1)!}{(x-1)!} =$

---

e) $\dfrac{8! + 8!}{7!} =$

Princípio Fundamental da Contagem

De acordo com o princípio fundamental da contagem, se um evento é composto por duas ou mais etapas sucessivas e independentes, o número de combinações será determinado pelo produto entre as possibilidades de cada conjunto.

$$\text{Evento} = \text{etapa}(1) \times \text{etapa}(2) \times \ldots \times \text{etapa}(n)$$

Exemplo

a) Vamos supor que uma fábrica produza motos de tamanhos grande, médio e pequeno, com motores de 125 ou 250 cilindradas de potência. O cliente ainda pode escolher as seguintes cores: preto, vermelha e prata. Quais são as possibilidades de venda que a empresa pode oferecer?

Tipos de venda: 3 . 2 . 3 = 18 possibilidades

Tamanho	Motor	Cor
Grande	125	Preta
		Vermelha
	250	Prata
Média	125	Preta
		Vermelha
	250	Prata
Pequena	125	Preta
		Vermelha
	250	Prata

Listando as possibilidades, tem-se:

Grande – 125 cc – preta	Média – 125 cc – preta	Pequena – 125 cc – preta
Grande – 125 cc – vermelha	Média – 125 cc – vermelha	Pequena – 125 cc – vermelha
Grande – 125 cc – prata	Média – 125 cc – prata	Pequena – 125 cc – prata
Grande – 250 cc – preta	Média – 250 cc – preta	Pequena – 250 cc – preta
Grande – 250 cc – vermelha	Média – 250 cc – vermelha	Pequena – 250 cc – vermelha
Grande – 250 cc – prata	Média – 250 cc – prata	Pequena – 250 cc – prata

Exercícios de Classe

i) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer o pedido?

(A) 2!
(B) 3!
(C) 4!
(D) 5!
(E) 6!

---

ii) Determine a quantidade de números de quatro algarismos formados por dígitos pares distintos.

(A) 96
(B) 20
(C) 40
(D) 100
(E) 48

---

iii) Uma pessoa está dentro de uma sala onde há sete portas (nenhuma trancada). Calcule de quantas maneiras distintas essa pessoa pode sair da sala e retornar sem utilizar a mesma porta.

(A) 7^7
(B) 49
(C) 42
(D) 14
(E) 8

Permutação

$$P_n = n!$$

Exemplos

a) P_3 =

b) P_5 =

c) $P_4 + P_6$ =

Dada a palavra CARTEL, diga:

d) Quantos anagramas possui?

e) Quantos anagramas iniciam com AE em qualquer ordem?

f) Quantos anagramas iniciam com L e terminam com T?

g) Quantos anagramas iniciam e terminam com vogais? E com consoantes?

h) Quantos anagramas têm vogais juntas e em qualquer ordem?

i) Quantos anagramas têm vogais juntas e em ordem alfabética?

j) Quantos anagramas possui a palavra GAUCHOS de modo que as vogais fiquem juntas e inicie pela letra S?

k) Seis amigos – Ana, Bernardo, Carlos, Douglas, Elisa e Fábio – estão sentados num banco de uma praça. Calcule de quantas maneiras podemos dispô-los sendo que Ana, Bernardo e Carlos sempre estejam juntos.

Permutação com elementos repetidos.

$$P_n^{\alpha,\beta,\gamma,\ldots} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma! \cdot \ldots}$$

l) Calcule a quantidade de anagramas da palavra ARARAQUARA.

m) Calcule de quantas maneiras podemos enfileirar três bolinhas brancas, uma preta e 2 azuis, sendo todas as bolinhas indistinguíveis a não ser pela cor.

Arranjo

Arranjo é “PFC sem repetir elementos”!

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplos

a) $A_{5,\,2} =$

b) $A_{7,\,3} =$

c) $A_{10,\,4} =$

d) $A_{9,\,1} =$

e) $A_{6,\,5} =$

f) $A_{7,\,7} =$

OBSERVAÇÃO:

$$A_{n,n} = P_n$$

g) Dez atletas participarão de uma maratona. Determine a quantidade máxima de pódios possíveis para os três primeiros lugares.

---

h) Um hotel possui quartos numerados de forma “estranha” - Cada quarto é composto por um número de três ou quatro dígitos ímpares distintos. Calcule o número máximo de quartos que esse hotel poderá possuir.

Combinação

Combinação é Arranjo dividido pela permutação!

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemplos

a) $C_{5,\,2} =$

b) $C_{10,\,4} =$

c) $C_{8,\,1} =$

d) $C_{5,\,5} =$

e) $C_{7,\,5} =$

f) $C_{6,\,5} =$

OBSERVAÇÕES

$$C_{n,p} = C_{n,n-p}$$

g) $C_{20,\,18} =$

h) $C_{9,\,6} =$

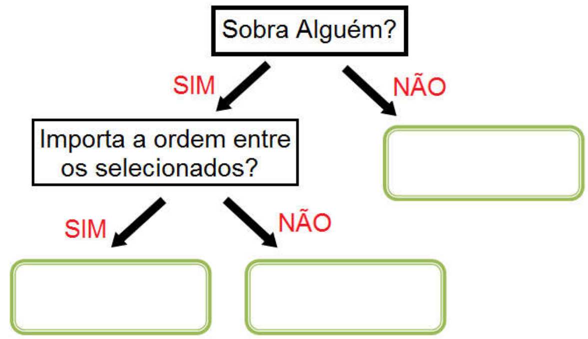
i) $C_{17,\,5} =$

j) Os 32 times que jogarão a copa do mundo 2014 no Brasil estão agrupados em oito grupos de quatro seleções cada. As quatro seleções de cada grupo se enfrentarão uma única vez entre si formando a primeira etapa da copa. Calcule a quantidade de jogos que cada grupo terá.

k) Numa sala há x homens. Todos esses homens são amigos e se cumprimentam sempre com um aperto de mão. Se houve 21 apertos de mão, determine o valor de x.

l) Uma lanchonete dispõe de seis frutas tropicais diferentes para a venda de sucos. No cardápio é possível escolher sucos com três ou quatro frutas misturadas. O número máximo de sucos distintos que essa lanchonete poderá vender é de:

Identificação - Resumo



Exercícios de Casa

1. (UNIFESP) Em um edifício residencial de São Paulo, os moradores foram convocados para uma reunião, com a finalidade de escolher um síndico e quatro membros do conselho fiscal, sendo proibida a acumulação de cargos. A escolha deverá ser feita entre dez moradores.
De quantas maneiras diferentes será possível fazer estas escolhas?

(A) 64.
(B) 126.
(C) 252.
(D) 640.
(E) 1260.

---

2. (FATEC) Há 12 inscritos em um campeonato de boxe. O número total de lutas que podem ser realizadas, entre os inscritos, é:

(A) 12
(B) 33
(C) 24
(D) 66
(E) 132

---

3. (FGV) De quantas maneiras diferentes podem ser dispostos em sequência , na prateleira de uma estante, 5 livros de matemática, 4 livros de raciocínio lógico e 2 de direito , todos diferentes, de modo que livros de mesma matéria fiquem juntos?

(A) 34.560
(B) 34,600
(C) 34.700
(D) 35.800
(E) 36.160

---

4. (ANEEL) Dez amigos, entre eles Mário e José, devem formar uma fila para comprar as entradas de um jogo de futebol. O número de diferentes formas que esta fila de amigos pode ser formada, de modo que Mário e José fiquem sempre juntos é igual a:
(A) 2! . 8!
(B) 0! . 18!
(C) 2! . 9!
(D) 1! . 9!
(E) 3! . 8!

5. (ESAF) Ana precisa fazer uma prova de matemática composta de 15 questões. Contudo, para ser aprovada, Ana só precisa resolver 10 questões das 15 propostas. Assim, de quantas maneiras diferentes Ana pode escolher as questões?

(A) 2800
(B) 3003
(C) 2980
(D) 3006
(E) 3005

---

6. (CEFET - PR) O número de anagramas da palavra NÚMERO, em que nem vogal, nem consoantes fiquem juntas é:

(A) 12
(B) 36
(C) 48
(D) 60
(E) 72

---

7. (Cesgranrio) Uma placa de automóvel é composta por três letras e quatro algarismos, nessa ordem. O número de placas que podem ser formadas com as letras K, Q ou L e cujos dois últimos algarismos são 2 e 6, nessa ordem, é:

(A) 540;
(B) 600;
(C) 2430;
(D) 2700;
(E) 3000.

---

8. (CESPE) Para ir de um acampamento A para um acampamento B, um escoteiro dispõe de 4 trilhas diferentes, enquanto que para ir de B ao acampamento C existem 6 trilhas distintas (qualquer trajeto de A até C, ou vice-versa, passa necessariamente por B).

Com base nisso, julgue os itens.

I) Se um escoteiro pretende ir de A até C e voltar a A sem utilizar, no percurso de volta, qualquer trecho do trajeto utilizado na ida, então ele dispõe de 360 maneiras distintas de fazer este percurso.

II) Se o escoteiro deseja fazer o percurso de ida e volta de A a C, podendo repetir na volta a mesma trilha entre B e C utilizada na ida, mas não a trilha para ir de A a B, então o número possível de tais trajetos é 576.

III) Admitindo que as trilhas de B a C estejam numeradas de 1 a 6 e que o escoteiro deseje fazer o percurso de A até C e voltar até B, sem repetir na volta a paridade da trilha de B a C usada na ida, então o número de trajetos é igual a 48.

Estão corretas:

(A) Apenas o item I.
(B) Apenas o item II.
(C) Apenas o item III.
(D) Apenas os itens I e II.
(E) Apenas os itens I e III.

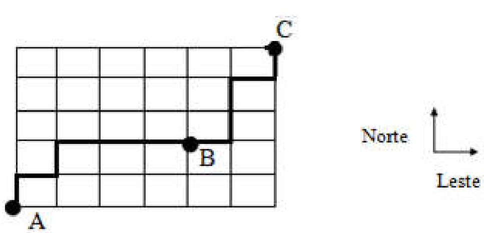
---

9. Usando 5 cores distintas, de quantas maneiras podemos pintar cinco casas alinhadas de maneira que casas adjacentes não possuam a mesma cor.

(A) 120
(B) 3125
(C) 615
(D) 1280
(E) 20

---

10. A figura abaixo representa parte do mapa de uma cidade onde estão assinalados as casas de João (A), de Maria (B), a escola (C) e um possível caminho que João percorre para, passando pela casa de Maria, chegar à escola. Qual o número total de caminhos distintos que João poderá percorrer, caminhando somente para o Norte ou Leste, para ir de sua casa à escola, passando pela casa de Maria?



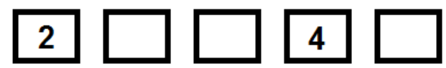
(A) 150
(B) 300
(C) 75
(D) 600
(E) 125

11. (ITA-SP) Quantos números de três algarismos distintos podemos formar empregando os caracteres 1, 3, 5, 6, 8 e 9?

(A) 60
(B) 120
(C) 240
(D) 40
(E) 80

---

12. (UFSM) Considerando o número de 5 algarismos distintos abaixo.



O número de formas possíveis para preencher as lacunas, de modo a obter um múltiplo de 5, é:

(A) 84
(B) 42
(C) 72
(D) 36
(E) 144

---

13. (CESGRANRIO) Em um computador digital, um bit é um dos algarismos 0 ou 1 e uma palavra é uma sucessão de bits. O número de palavras distintas de 32 bits é:

(A) $2.(2^{32}-1)$
(B) 2^{32}
(C) $\dfrac{32\ .\ 21}{2}$
(D) 32^2
(E) $2\ .\ 32$

---

14. (MACKENZIE) Se um quarto tem 5 portas, o número de maneiras distintas de se entrar nele e sair dele por uma porta diferente é:

(A) 5
(B) 10
(C) 15
(D) 20
(E) 25

15. (UBA) Num determinado país, todo rádio amador possui um prefixo formado por 5 símbolos assim dispostos: um par de letras, um algarismo diferente de zero, outro par de letras; por exemplo:

PY – 6 – CF

O primeiro par de letras é sempre PY, PT ou PV; o segundo par só pode ser constituído das 10 primeiras letras do alfabeto, não havendo letras repetidas. Nesse país o número de prefixos disponíveis é:

(A) 270
(B) 1230
(C) 2430
(D) 2700
(E) 1200

---

16. (FAAP-SP) - Num hospital existem 3 portas de entrada que dão para um amplo saguão no qual existem 5 elevadores. Um visitante deve se dirigir ao 6º andar utilizando-se de um dos elevadores. De quantas maneiras diferentes poderá fazê-lo?

(A) 15
(B) 30
(C) 8
(D) 243
(E) 125

---

17. (CEFET-PR) Um marinheiro dispõe de 3 bandeiras coloridas para enviar mensagens sinalizadas: uma vermelha, uma branca e uma preta. Qual o número de diferentes mensagens que pode enviar podendo usar qualquer número de bandeiras e considerando o posicionamento das mesmas?

(A) 90
(B) 20
(C) 25
(D) 40
(E) 15

18. (FGV) De quantas formas podemos permutar as letras da palavra ELOGIAR de modo que as letras A e R fiquem juntas em qualquer ordem?

(A) 360
(B) 720
(C) 1080
(D) 1440
(E) 1800

---

19. (FGV) Aconteceu um acidente: a chuva molhou o papel onde Teodoro marcou o telefone de Aninha e apagou os três últimos algarismos. Restaram apenas os dígitos 58347. Observador, Teodoro lembrou que o número do telefone da linda garota era um número par, não divisível por 5 e que não havia algarismos repetidos. Apaixonado, resolveu testar todas as combinações numéricas possíveis. Azarado! Restava apenas uma possibilidade, quando se esgotaram os créditos do seu telefone celular. Até então, Teodoro havia feito:

(A) 23 ligações
(B) 59 ligações
(C) 39 ligações
(D) 35 ligações
(E) 29 ligações

---

20. (UFPA) Qual o valor da expressão $\frac{n!}{n(n+1)!}$?

(A) $\frac{1}{n}$
(B) $\frac{1}{n+1}$
(C) $\frac{n}{n+1}$
(D) $\frac{1}{(n+1)!}$
(E) $\frac{1}{n(n+1)}$

21. (UFPA) A forma mais simples da expressão $\dfrac{(n+2)!+(n+1)(n-1)!}{(n+1)(n-1)!}$ é:

(A) $n(n+2)$
(B) $n!$
(C) $(n-1)!$
(D) $n+1$
(E) $(n+1)^2$

---

22. (FGV-SP) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, dois pratos de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer o pedido?

(A) 120.
(B) 144.
(C) 180.
(D) 60.
(E) 12.

---

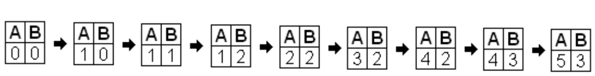
23. (UFRGS) Para colocar preço em seus produtos, uma empresa desenvolveu um sistema simplificado de código de barras formado por cinco linhas separadas por espaços. Podem ser usadas linhas de três larguras possíveis e espaços de duas larguras possíveis.

O número total de preços que podem ser representados por esse código é

(A) 1440.
(B) 2880.
(C) 3125.
(D) 3888.
(E) 4320.

---

24. (UFRGS) Se urna partida de futebol termina com o resultado de 5 gols para o time A e 3 gols para o time B, existem diversas maneiras de o placar evoluir de 0x0 a 5x3. Por exemplo, uma evolução poderia ser



Quantas maneiras, no total, tem o placar de evoluir de 0x0 a 5x3?

(A) 16.
(B) 24.
(C) 136.
(D) 48.
(E) 56.

---

25. (FURG) Em um certo país, os veículos são emplacados por meio de um código composto de 3 letras seguidas de 4 dígitos. As letras pertencem a um alfabeto com 26 letras, e os dígitos pertencem ao conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Se fosse mudado esse sistema para 4 letras seguidas de 3 dígitos e supondo que todas as possibilidades de códigos possam ser usadas como placas, o número de veículos a mais que podem ser emplacados neste novo sistema é

(A) $26 \cdot 10^3$.
(B) $16 \cdot 26^3 \cdot 10^3$.
(C) $16 \cdot 10^3$.
(D) $16^3 \cdot 26^3 \cdot 10^3$.
(E) $26^4 \cdot 10^4$.

---

26. Uma pessoa dispõe de 4 livros de matemática, 2 livros de física e 3 livros de química, todos distintos entre si. O número de maneiras diferentes de arrumar esses livros numa fileira de modo que os livros de cada matéria fiquem sempre juntos é

(A) 1728.
(B) 1287.
(C) 1872.
(D) 2781.
(E) 2000.

---

27. O número de segmentos de reta determinados por 10 pontos distintos, marcados sobre uma elipse, é

(A) 45
(B) 28
(C) 21
(D) 15
(E) 10

28. (IPA) Ao participar de uma comemoração de final de ano na empresa em que trabalha, o gerente, para testar os seus conhecimentos matemáticos, queria descobrir quantas pessoas estavam presentes na festa. Entretanto não queria fazer a contagem das pessoas pela maneira tradicional e sim pelo número de apertos de mãos dados naquela festa. Sabendo que todos apertaram-se às mãos uma única vez e que o total de apertos de mão foi 190, então, se ele fez a conta correta, o número de pessoas na festa era de:

(A) 20
(B) 19
(C) 21
(D) 18
(E) 22

---

29. (UFRGS) Quantos números inteiros positivos, com 3 algarismos significativos distintos, são múltiplos de 5?

(A) 128
(B) 136
(C) 144
(D) 162
(E) 648

---

30. (UFSCarlos) O número de agrupamentos de 6 letras que podemos formar com as letras da palavra PEDRAS, começando e terminando com uma letra que represente consoante, é

(A) 72
(B) 480
(C) 192
(D) 432
(E) 288

---

31. (Mackenzie) Os números pares com 4 algarismos distintos, que podemos obter com os elementos do conjunto {0; 3; 4; 5; 6; 7; 8}, são em número de:

(A) 6!
(B) 420
(C) 5.6!
(D) 5.4!
(E) 380

32. (UFSM) Por ocasião da Feira de Ciências, 10 alunos da turma de Susanita foram incumbidos de monitorar as salas Meio Ambiente e Informática. A sala Meio Ambiente deve ter 6 monitores. Como um dos principais objetivos é desenvolver a capacidade de o aluno pensar, refletir, e expressar seus conhecimentos perante os visitantes, todos deverão passar pelas duas salas. Assim, o número de maneiras diferentes que esses alunos podem ser distribuídos nas duas salas, sem que nenhum seja excluído, é

(A) 105.
(B) 210.
(C) 420.
(D) 5.040.
(E) 151.200.

---

33. (ESPM) Uma associação recém-formada vai constituir uma diretoria composta de 1 presidente, 1 tesoureiro e 2 secretários. Entre os membros da associação, 6 deles se candidataram a presidente, 4 outros se ofereceram para tesoureiro e 8 outros para a secretaria. O número de maneiras distintas que se tem para a formação dessa diretoria é igual a:

(A) 1344
(B) 672
(C) 432
(D) 384
(E) 192

---

34. (PUCRS) Marcam-se 3 pontos sobre uma reta r e 4 pontos sobre outra reta paralela a r. O número de triângulos que existem, com vértices nesses pontos, é

(A) 60
(B) 35
(C) 30
(D) 9
(E) 7

---

35. (Puccamp) Você faz parte de um grupo de 12 pessoas, 5 das quais deverão ser selecionadas para formar um grupo de trabalho. De quantos modos você poderá fazer parte do grupo a ser formado?

(A) 182
(B) 330
(C) 462
(D) 782
(E) 7920

36. (ENEM) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus Nacionais	Museus Internacionais
Masp – São Paulo	**Louvre** – Paris
MAM – São Paulo	**Prado** – Madri
Ipiranga – São Paulo	**British Museum** – Londres
Imperial – Petrópolis	**Metropolitan** – Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

(A) 6
(B) 8
(C) 20
(D) 24
(E) 36

37. (FURG) Uma pizzaria permite que seus clientes escolham pizzas com 1, 2 ou 3 sabores diferentes dentre os 7 sabores que constam no cardápio. O número de pizzas diferentes oferecidas por essa pizzaria, considerando somente os tipos e número de sabores possíveis, é igual a

(A) 210.
(B) 269.
(C) 63.
(D) 70.
(E) 98.

38. (UFRGS) O número máximo de quadriláteros com vértices em 8 pontos distintos marcados em um círculo é

(A) 24
(B) 70
(C) 350
(D) 840
(E) 1680

39. (V.UNIF-RS) A expressão $\frac{(n+1)!-n!}{(n-1)!+n!}$, com n natural estritamente positivo, vale:

(A) $\frac{n^2+n}{1+n}$
(B) $\frac{n^2-n}{1+n}$
(C) $\frac{n}{1+n}$
(D) $\frac{n^2+n-1}{2}$
(E) $\frac{n^2}{1+n}$

40. (UFRGS) Seis gremistas e um certo número de colorados assistem a um grenal. Com o empate final, todos os colorados cumprimentam-se entre si uma única vez e todos os gremistas cumprimentam-se entre si uma única vez, havendo um total de 43 cumprimentos. O número total de colorados é

(A) 6.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E)14.

41. (UEL-PR) Um professor entrega 08 questões aos alunos para que, em uma prova, escolham 05 questões para resolver, sendo que duas destas questões são obrigatórias. Ao analisar as provas, o professor percebeu que não havia provas com as mesmas 05 questões. Assim, é correto afirmar que o número máximo de alunos que entregou a prova é:

(A) 6
(B) 20
(C) 56
(D) 120
(E) 336

---

42. (UFSM) De quantas maneiras distintas podem-se alinhar cinco estacas azuis idênticas, uma vermelha e uma branca?

(A) 12
(B) 30
(C) 42
(D) 240
(E) 5040

---

43. (ENEM) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe abaixo um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.

Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

(A) 14
(B) 12
(C) 8
(D) 6
(E) 4

---

44. (FURG) O número de arranjos de n elementos distintos tomados 3 a 3 é o dobro do número de combinações simples desses elementos tomados 4 a 4. O valor de n é

(A) 15
(B) 12
(C) 10
(D) 9
(E) 16

---

45. (PUCRS) Suponha que no Brasil existam "n" jogadores de vôlei de praia. O número de duplas que podemos formar com esses jogadores é

(A) $\dfrac{n}{2}$.

(B) $\dfrac{n^2+2n}{2}$.

(C) $\dfrac{n^2-2n}{4}$.

(D) $\dfrac{n^2+n}{2}$.

(E) $\dfrac{n^2-n}{2}$.

46. (PUCRS) O número de frações diferentes entre si e diferentes de 1 que podem ser formados com os números 3, 5, 7, 11, 13, 19 e 23 é

(A) 35
(B) 42
(C) 49
(D) 60
(E) 120

---

47. (UFMG) Considere, formados e dispostos em ordem crescente, todos os números que se obtêm permutando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9. O número 75391 ocupa, nessa disposição, o lugar

(A) 21º
(B) 64º
(C) 88º
(D) 92º
(E) 120º

---

48. (PUCRS) Em uma sala existem 10 pessoas, sendo 8 mulheres e 2 homens. O número de possibilidades de formar, com essas 10 pessoas, um grupo que contenha exatamente 3 mulheres e 2 homens é

(A) C_8^3
(B) C_{10}^5
(C) $2\,C_8^3$
(D) A_{10}^5
(E) A_8^3

---

49. (Mackenzie) Em uma sala há 8 cadeiras e 4 pessoas. O número de modos distintos das pessoas ocuparem as cadeiras é:

(A) 1680
(B) 8!
(C) 8 . 4!
(D) 8! / 4
(E) 32

50. (PUC-RJ) Um torneio de xadrez, no qual cada jogador joga com todos os outros, tem 435 partidas. Quantos jogadores o disputaram?

(A) 25.
(B) 23.
(C) 20.
(D) 24.
(E) 30.

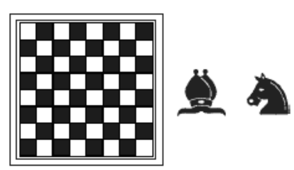
---

51. (UFSM) Para efetuar suas compras, o usuário que necessita sacar dinheiro no caixa eletrônico deve realizar duas operações: digitar uma senha composta por 6 algarismos distintos e outra composta por 3 letras escolhidas num alfabeto de 26 letras. Se essa pessoa esqueceu a senha, mas lembra que 8, 6 e 4 fazem parte dos três primeiros algarismos e que as letras são todas vogais distintas, sendo E a primeira delas, o número máximo de tentativas necessárias para acessar sua conta será

(A) 210
(B) 230
(C) 2.520
(D) 3.360
(E) 15.120

---

52. (PUCRS) Um tabuleiro de xadrez está vazio, conforme a figura abaixo. Se uma pessoa quiser colocar nesse tabuleiro, simultaneamente, um bispo e um cavalo, poderá fazê-lo de _______ maneiras diferentes.



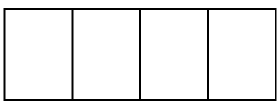
(A) 64
(B) 128
(C) 2016
(D) 4032
(E) 8064

53. (PUC-PR) Durante um exercício da Marinha de Guerra, empregaram-se sinais luminosos para transmitir o código Morse. Este código só emprega duas letras (sinais): ponto e traço. As palavras transmitidas tinham de uma a seis letras. O número de palavras que podiam ser transmitidas é:

(A) 30
(B) 15
(C) 720
(D) 126
(E) 64

---

54. (FFFCMPA) A figura abaixo pode ser colorida de diferentes maneiras, usando-se pelo menos duas de quatro cores disponíveis.

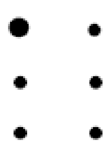


Sabendo-se que duas faixas consecutivas não podem ter cores iguais, o número de modos de colorir a figura é

(A) 12
(B) 24
(C) 48
(D) 72
(E) 108

---

55. (ENEM) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

(A) 12.
(B) 31.
(C) 36.
(D) 63.
(E) 720.

56. (UEL-PR) Para responder a certo questionário, preenche-se o cartão apresentado a seguir, colocando-se um "x" em uma só resposta para cada questão.

CARTÃO RESPOSTA					
QUESTÕES	1	2	3	4	5
SIM	☐	☐	☐	☐	☐
NÃO	☐	☐	☐	☐	☐

De quantas maneiras distintas pode-se responder a esse questionário?

(A) 3 125
(B) 120
(C) 32
(D) 25
(E) 10

---

57. (PUC-SP) O número de anagramas da palavra ALUNO que tem as vogais em ordem alfabética é:

(A) 20
(B) 30
(C) 60
(D) 80
(E) 100

---

58. (PUCMG) O número inteiro positivo que verifica a equação $A_{n,3} = 3 \cdot (n - 1)$ é

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

---

59. (UFCE) A quantidade de número inteiros compreendidos entre 30 000 e 65 000 que podemos formar utilizando-se somente os algarismos 2, 3, 4, 6 e 7 de modo que não fiquem algarismos repetidos é:

(A) 48
(B) 66
(C) 96
(D) 120
(E) 72

_60._ (FUVEST) O número de anagramas da palavra FUVEST que começam e terminam por vogal é

(A) 24
(B) 48
(C) 96
(D) 120
(E) 144

_61._ (UFSC) Quantos anagramas da palavra PALCO podemos formar de maneira que as letras A e L apareçam sempre juntas?

(A) 48
(B) 24
(C) 96
(D) 120
(E) 36

_62._ (FGV-SP) Sobre uma mesa são colocadas em linha 6 moedas. O número total de modos possíveis pelos quais podemos obter 2 caras e 4 coroas voltadas para cima é

(A) 360
(B) 48
(C) 30
(D) 120
(E) 15

_63._ (Mackenzie) O número de maneiras diferentes de colocar em uma linha de um tabuleiro de xadrez (8 posições) as peças brancas (2 torres, 2 cavalos, 2 bispos, a rainha e o rei) é

(A) 8!
(B) 504
(C) 5040
(D) 8
(E) 4

_64._ (UFSM) Numa Câmara de Vereadores, trabalham 6 vereadores do partido A, 5 vereadores do partido B e 4 vereadores do partido C. O número de comissões de 7 vereadores que podem ser formadas, devendo cada comissão ser constituída de 3 vereadores do partido A, 2 do partido B e 2 vereadores do partido C, é igual a

(A) 7
(B) 36
(C) 152
(D) 1200
(E) 28800

_65._ (UFSM) Uma enfermidade que tem sete sintomas conhecido é detectada pelo médico se o paciente apresentar 4 ou mais desse sintomas. Para que seja feito um diagnóstico seguro, o número de combinações possíveis de sintomas diferentes é:

(A) 1
(B) 7
(C) 21
(D) 35
(E) 64

_66._ (Cesgranrio) Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca-Cola traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: primeiro lugar, Brasil; segundo lugar, Nigéria; terceiro lugar, Holanda).
Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

(A) 69
(B) 2024
(C) 9562
(D) 12144
(E) 13824

_67._ (UFSM) Em uma viagem de estudos realizada pelos alunos dos Cursos de Matemática e Engenharia Mecânica da UFSM, observou-se que, dos 40 passageiros, 25 eram conhecidos entre si. Feitas as apresentações, os que não se conheciam apertaram-se as mãos, uns aos outros. O número de apertos de mão é

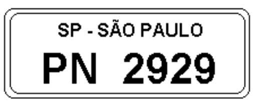
(A) 156
(B) 200
(C) 210
(D) 300
(E) 480

68. (UERJ) Ana dispunha de papéis com cores diferentes. Para enfeitar sua loja, cortou fitas desses papéis e embalou 30 caixinhas de modo a não usar a mesma cor no papel e na fita, em nenhuma das 30 embalagens.
A menor quantidade de cores diferentes que ela necessitou utilizar para a confecção de todas as embalagens foi igual a:

(A) 30
(B) 18
(C) 6
(D) 5
(E) 3

---

69. (UFSM) Assinale V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas.



( ) Na placa da figura, o algarismo da unidade é igual ao da centena, bem como o algarismo da dezena é igual ao do milhar. Assim, a quantidade de placas distintas com essa característica e com as letras PN nessa ordem é 100.

( ) Considerando placas formadas por 3 letras e 4 algarismos, a quantidade de placas distintas que contêm apenas as letras P e N e que têm os algarismos da unidade e da centena iguais é 6.10^3.

( ) Considerando placas formadas por 3 letras e 4 algarismos, a quantidade de placas distintas que contêm apenas as letras P e N e que têm os algarismos da dezena e do milhar iguais é $C_{(3,2)} . A_{(4,2)}$.

A sequência correta é

(A) F - F - V.
(B) V - F - V.
(C) V - V - F.
(D) F - V - F.
(E) F - F - F.

70. (CESGRANRIO) Seja M um conjunto de 20 elementos. O número de subconjuntos de M que contém exatamente 18 elementos, é:

(A) 360
(B) 190
(C) 180
(D) 120
(E) 18

---

71. (Cesgranrio) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes no município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

(A) 180
(B) 120
(C) 100
(D) 48
(E) 24

---

72. (UNESP) Nove times de futebol vão ser divididos em 3 chaves, todas com o mesmo número de times, para a disputa da primeira fase de um torneio. Cada uma das chaves já tem um cabeça de chave definido. Nessas condições, o número de maneiras possíveis e diferentes de se completarem as chaves é:

(A) 21.
(B) 30.
(C) 60.
(D) 90.
(E) 120.

---

73. (UFES) De quantas maneiras 10 clientes de um banco podem se posicionar na fila única dos caixas de modo que as 4 mulheres do grupo fiquem juntas?

(A) 4! . 7!
(B) 5! . 6!
(C) 6 . 6!
(D) 10 . 6!
(E) 4! + 10!

74. (Mackenzie) Numa Universidade, na confecção do horário escolar, seis turmas devem ser atribuídas a três professores, de modo que cada professor fique com duas turmas. O número de formas de se fazer a distribuição é:

(A) 21
(B) 15
(C) 45
(D) 60
(E) 90

---

75. (PUCRS) Uma melodia é uma sequência de notas musicais. Para compor um trecho de três notas musicais sem repeti-las, um músico pode utilizar as sete notas que existem na escala musical. O número de melodias diferentes possíveis de serem escritas é:

(A) 3
(B) 21
(C) 35
(D) 210
(E) 5040

PROBABILIDADES

PROBABILIDADE

Definição

$$P(A) = \frac{n^{\text{o}} \text{ de eventos favoráveis}}{n^{\text{o}} \text{ de eventos possíveis}}$$

Exemplos:

i) Se a probabilidade de chover num dia de um determinado período é 0,6, então:

a) Qual a probabilidade de não chover num desses dias?

b) Qual a probabilidade de chover dois dias seguidos?

c) Qual a probabilidade de não chover dois dias seguidos?

ii) Um sorteio consiste em escolher, aleatoriamente, uma letra da palavra VESTIBULAR. Qual a probabilidade de retirar uma vogal nessa escolha?

iii) Um jogo semanal consiste em apostar num sorteio em oito algarismos dos dez existentes. Qual a probabilidade de um jogador vencer três semanas seguidas?

iv) Numa urna há 3 bolas azuis, 2 brancas e 5 cinzas. Qual a probabilidade de retirar:

a) uma bola azul.

b) duas bolas azuis, com reposição.

c) duas bolas azuis, sem reposição.

d) duas bolas, sem reposição, sendo a primeira cinza e a segunda azul.

Probabilidade "pelo menos uma" ocorrência de determinado evento

$$P_{(alguma)} + P_{(nenhuma)} = 1$$

Exemplos:

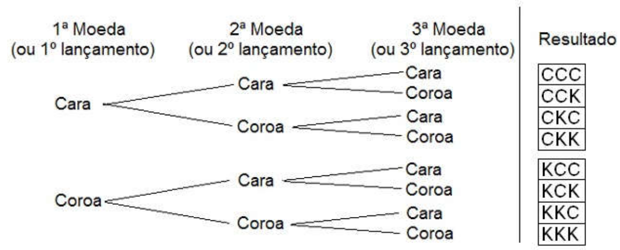
v) Numa urna há 3 bolas azuis, 2 brancas e 5 cinzas. Qual a probabilidade de retirar duas bolas, sem reposição, e pelo menos uma delas ser da cor azul.

---

vi) Qual a probabilidade de se jogar quatro moedas e sair pelo menos uma vez a face "coroa"?

Espaço Amostral - diagrama

No lançamento sucessivo de uma moeda 3 vezes ou de 3 moedas, quais as possíveis disposições?



Exemplos:

vii) Numa urna há três bolas, sendo uma verde, uma amarela e uma preta. Retirando-se uma bola e com reposição retirar outra bola, a probabilidade de que nessa escolha tenha alguma bola verde é

---

viii) Qual a probabilidade de um jogador acertar pelo menos duas cobranças de pênaltis em três tentativas?

Exercícios de Casa

76. (CESGRANRIO) Uma prova é composta por 10 testes de múltipla escolha. Cada teste contém 5 alternativas, das quais uma, e apenas uma, é correta. Qual é a probabilidade de que um candidato, respondendo todas ao acaso, acerte somente o primeiro teste?

(A) 0,2
(B) $(0,8)^5$
(C) $(0,2)^{10}$
(D) $0,2 . (0,8)^9$
(E) 0,2 . 0,8

---

77. (FUVEST) Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é

(A) 1/2.
(B) 1/3.
(C) 1/4.
(D) 1/5.
(E) 1/6.

---

78. (UFRGS) Uma parteira prevê, com 50% de chance de acerto, o sexo de cada criança que vai nascer. Num conjunto de três crianças, a probabilidade de ela acertar pelo menos duas previsões é de

(A) 12,5%.
(B) 25%.
(C) 37,5%.
(D) 50%.
(E) 66,6%.

---

79. (FGV) Um dado é lançado 3 vezes. A probabilidade de que a face 4 apareça ao menos uma vez é:

(A) $\frac{81}{216}$
(B) $\frac{91}{216}$
(C) $\frac{101}{216}$
(D) $\frac{111}{216}$
(E) $\frac{121}{216}$

---

80. (PUC-SP) Um aluno prestou vestibular em apenas duas Universidades. Suponha que, em uma delas a probabilidade de que ele seja aprovado é de 30%, enquanto na outra, pelo fato de a prova ter sido mais fácil, a probabilidade de sua aprovação sobe para 40%. Nessas condições, a probabilidade de que esse aluno seja aprovado em pelo menos uma dessas Universidades é de:

(A) 70%
(B) 68%
(C) 60%
(D) 58%
(E) 52%

---

81. (Santa Casa-SP) Numa caixa são colocados 10 cartões com letras A, G, I, L, N, O, R, T, U e com o acento circunflexo ^. Uma pessoa vai tirando cartão por cartão. Quando sai o acento circunflexo, ela o coloca sobre a última letra até então retirada. Se o circunflexo for o primeiro então, ela o coloca sobre a primeira letra em seguida. Qual a probabilidade dessa pessoa montar a palavra TRIÂNGULO?

(A) 1/ 10!
(B) 1/ (10! - 9!)
(C) 1/9!
(D) 9/10!
(E) 1/9

---

82. (URJ) Numa caixa existem 5 balas de hortelã e 3 balas de mel. Retirando-se sucessivamente e sem reposição duas dessas balas, a probabilidade de que as duas sejam de hortelã é:

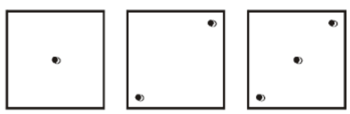
(A) 1/7
(B) 5/8
(C) 5/14
(D) 25/26
(E) 25/64

83. (URJ) O dispositivo que aciona a abertura do cofre de uma joalheria apresenta um teclado com nove teclas, sendo cinco algarismos (0, 1, 2, 3, 4) e quatro letras (x, y, z, w). O segredo do cofre é uma sequencia de três algarismos seguidos de duas letras. Qual a probabilidade de uma pessoa, numa única tentativa, ao acaso, abrir o cofre?

(A) 1/7200
(B) 1/2000
(C) 1/1500
(D) 1/720
(E) 1/200

---

84. Joga-se um dado três vezes consecutivas. A probabilidade de surgirem os resultados abaixo, em qualquer ordem, é:



(A) 1/216
(B) 1/72
(C) 1/36
(D) 1/18
(E) 1/3

---

85. (ESPM) Em relação aos alunos de uma sala, sabe-se que 60% são do sexo feminino, 30% usam óculos e 37,5% dos homens não usam óculos. Escolhendo-se, ao acaso, um aluno dessa sala, a probabilidade de que seja uma mulher de óculos é

(A) 10%.
(B) 15%.
(C) 5%.
(D) 8%.
(E) 12%.

---

86. (FFFCMPA) Em um grupo no qual o número de homens é a quarta parte do número de mulheres, a probabilidade de um homem estar infectado por um determinado vírus é de 0,05 e a de uma mulher estar infectada pelo mesmo vírus é de 0,10. Retirando-se do grupo, ao acaso, uma pessoa infectada por esse vírus, a probabilidade de ela ser mulher é de

(A) 0,075.
(B) 0,2.
(C) 40%.
(D) 7/9.
(E) 8/9.

---

87. (PUCRS) Em um recipiente existem 12 aranhas, das quais 8 são fêmeas. A probabilidade de se retirar uma aranha macho para um experimento é

(A) 4
(B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{2}$
(E) $\frac{2}{3}$

---

88. (UFRGS) Em uma gaveta, cinco pares diferentes de meias estão misturados. Retirando-se ao acaso duas meias, a probabilidade de que sejam do mesmo par é de

(A) 1/10.
(B) 1/9.
(C) 1/5.
(D) 2/5.
(E) 1/2.

---

89. (FFFCMPA) A Tabela mostra quantos segundos por minuto os aparelhos A_1, A_2, A_3 e A_4 de um laboratório emitem radiação.

A_1	A_2	A_3	A_4
20	30	12	36

Admita a total independência da emissão de radiação dos aparelhos, ou seja, se um aparelho estiver emitindo ou não radiação, em nada influenciará a emissão, ou não, de radiação pelos demais aparelhos. Nessas condições, a probabilidade de que os aparelhos A_1, A_2, A_3 e A_4 estarem emitindo radiações é

(A) 1/50.
(B) 1/5.
(C) 1/30.
(D) 1/3.
(E) 1/60.

---

90. (UFRGS) Dentre um grupo formado por dois homens e quatro mulheres, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um homem e duas mulheres é de

(A) 25%.
(B) 30%.
(C) 33%.
(D) 50%.
(E) 60%.

---

91. (IPA) Um dado é lançado três vezes consecutivas. A probabilidade de que os três números obtidos sejam diferentes é:

(A) $\frac{5}{6}$
(B) $\frac{5}{8}$
(C) $\frac{8}{9}$
(D) $\frac{3}{8}$
(E) $\frac{5}{9}$

---

92. (ESPM) Um grupo de 20 pessoas apresenta a seguinte composição:

15 brasileiras e 5 estrangeiras
10 homens e 10 mulheres
18 adultos e 2 crianças

A probabilidade de que, nesse grupo, exista um menino estrangeiro é de:

(A) 1,25%
(B) 2,5%
(C) 0,75%
(D) 2%
(E) 2,25%

93. (UNIRIO) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

(A) 3%
(B) 5%
(C) 17%
(D) 20%
(E) 25%

---

94. (UFRGS) Dois dados perfeitos numerados de 1 até 6 são jogados simultaneamente. Multiplicam-se os números sorteados. A probabilidade de que o produto seja par é

(A) 25%.
(B) 33%.
(C) 50%.
(D) 66%.
(E) 75%.

---

95. (PUCRS) Numa roleta, há números de 0 a 36. Supondo que a roleta não seja viciada, então a probabilidade de o número sorteado ser maior do que 25 é

(A) $\frac{11}{36}$
(B) $\frac{11}{37}$
(C) $\frac{25}{36}$
(D) $\frac{25}{37}$
(E) $\frac{12}{37}$

---

96. (UNESP) Em um colégio foi realizada uma pesquisa sobre as atividades extracurriculares de seus alunos. Dos 500 alunos entrevistados, 240 praticavam um tipo de esporte, 180 frequentavam um curso de idiomas e 120 realizavam estas duas atividades, ou seja, escolhiam um tipo de esporte e frequentavam um curso de idiomas. Se, nesse gruo de 500 alunos um é escolhido ao acaso, a probabilidade de que ele realize pelo menos uma dessas duas atividades, isto é, pratique um tipo de esporte ou frequente um curso de idiomas, é

(A) 18/25.
(B) 3/5.
(C) 12/25.
(D) 6/25.
(E) 2/5.

---

97. (UFRGS) As máquinas A e B produzem o mesmo tipo de parafuso. A porcentagem de parafusos defeituosos produzidos, respectivamente, pelas máquinas A e B é de 15% e de 5%. Foram misturados, numa caixa, 100 parafusos produzidos por A e 100 produzidos por B. Se tirarmos um parafuso ao acaso e ele for defeituoso, a probabilidade de que tenha sido produzido pela máquina A é de

(A) 10%.
(B) 15%.
(C) 30%.
(D) 50%.
(E) 75%.

---

98. (UFRGS) Inteiramente ao acaso, 14 alunos dividiram-se em 3 grupos de estudos. O primeiro, para estudar Matemática, o segundo, Física, e o terceiro, Química. Se em cada um dos grupos há pelo menos 4 alunos, a probabilidade de haver exatamente 5 alunos no grupo que estuda Matemática é de

(A) 1/3.
(B) 2/3.
(C) 3/4.
(D) 5/6.
(E) 1.

99. (MACKENZIE) Dois rapazes e duas moças ocupam ao acaso os quatro lugares de um banco. A probabilidade de não ficarem lado a lado duas pessoas do mesmo sexo é:

(A) 1/3.
(B) 2/3.
(C) 1/2.
(D) 3/4.
(E) 1/4.

---

100. (UFRGS) Numa maternidade, aguarda-se o nascimento de três bebês. Se a probabilidade de que cada bebê seja menino é igual à probabilidade de que cada bebê seja menina, a probabilidade de que os três bebês sejam do mesmo sexo é

(A) 1/2.
(B) 1/3.
(C) 1/4.
(D) 1/6.
(E) 1/8.

---

101. (UFRGS) Uma pessoa tem em sua carteira oito notas de R$1, cinco notas de R$2 e uma nota de R$5. Se ela retirar ao acaso três notas da carteira, a probabilidade de que as três notas retiradas sejam de R$1 está entre

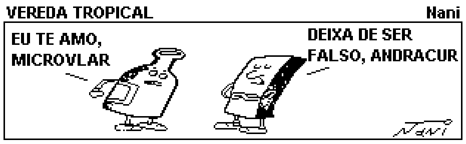
(A) 15% e 16%
(B) 16% e 17%
(C) 17% e 18%
(D) 18% e 19%
(E) 19% e 20%

---

102. (UFRGS) Uma caixa contém bolas azuis, brancas e amarelas, indistinguíveis a não ser pela cor. Na caixa existem 20 bolas brancas e 18 bolas azuis. Retirando-se ao acaso uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser amarela é 1/3. Então, o número de bolas amarelas nessa caixa é de

(A) 18.
(B) 19.
(C) 20.
(D) 21.
(E) 22.

103. (UERJ) Suponha haver uma probabilidade de 20% para uma caixa de Microvlar ser falsificada. Em duas caixas, a probabilidade de pelo menos uma delas ser falsa é:



(O Dia, 25/08/98)

(A) 4%
(B) 16%
(C) 20%
(D) 36%
(E) 40%

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.

Um apostador tem três opções para participar de certa modalidade de jogo, que consiste no sorteio aleatório de um número dentre dez.

1ª opção: comprar três números para um único sorteio.
2ª opção: comprar dois números para um sorteio e um número para um segundo sorteio.
3ª opção: comprar um número para cada sorteio, num total de três sorteios.

---

104. (ENEM) Se X, Y, Z representam as probabilidades de o apostador GANHAR ALGUM PRÊMIO, escolhendo, respectivamente, a 1ª, a 2ª ou a 3ª opções, é correto afirmar que:

(A) $X < Y < Z$.
(B) $X = Y = Z$.
(C) $X > Y = Z$.
(D) $X = Y > Z$.
(E) $X > Y > Z$.

---

105. (ENEM) Escolhendo a 2ª opção, a probabilidade de o apostador NÃO GANHAR em qualquer dos sorteios é igual a:

(A) 90%.
(B) 81%.
(C) 72%.
(D) 70%.
(E) 65%.

106. (FUVEST) Ao lançar um dado muitas vezes, uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de frequência da face 1, e que as outras faces saíam com a frequência esperada em um dado não viciado.

Qual a frequência da face 1?

(A) 1/3.
(B) 2/3.
(C) 1/9.
(D) 2/9.
(E) 1/12.

---

107. (PUCSP) Uma urna contém apenas cartões marcados com números de três algarismos distintos, escolhidos de 1 a 9. Se, nessa urna, não há cartões com números repetidos, a probabilidade de ser sorteado um cartão com um número menor que 500 é:

(A) 3/4.
(B) 1/2.
(C) 8/21.
(D) 4/9.
(E) 1/3.

---

108. (UNESP) Numa gaiola estão 9 camundongos rotulados, 1, 2, 3, ... , 9. Selecionando-se conjuntamente 2 camundongos ao acaso (todos têm igual possibilidade de serem escolhidos), a probabilidade de que na seleção ambos os camundongos tenham rótulo ímpar é:

(A) 0,3777...
(B) 0,47
(C) 0,17
(D) 0,2777...
(E) 0,1333...

---

109. (ENEM) Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

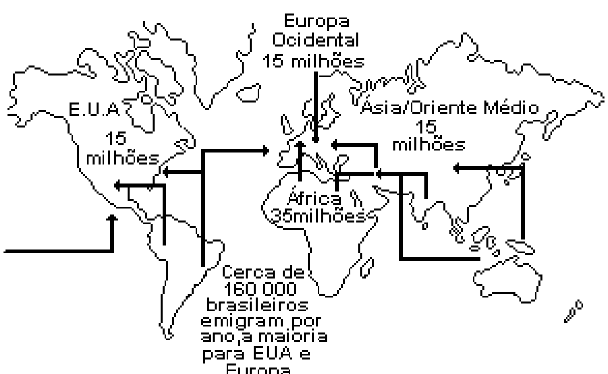
Disponível em: http:www.wwf.org.br. acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

(A) 63,31%
(B) 60,18%
(C) 56,52%
(D) 49,96%
(E) 43,27%

---

110. (UERJ) Um mundo em movimento cerca de 100 milhões de pessoas, ou 2% da população mundial, vivem fora de seus países de origem. Vinte milhões são refugiados na África, Ásia, América Latina e Europa. Veja onde estão os 80 milhões de imigrantes e os principais fluxos migratórios no mundo.



(Revista Veja, 14/07/93.)

Suponha que, dos imigrantes que chegaram aos Estados Unidos, 120 mil fossem brasileiros. Um dos 15 milhões de imigrantes teve sorte grande naquele país: ficou rico.

A probabilidade de que esse imigrante NÃO seja brasileiro é de:

(A) 0,80%
(B) 9,92%
(C) 80,00%
(D) 99,20%
(E) 100%

111. (ENEM) Uma estação distribuidora de energia elétrica foi atingida por um raio. Este fato provocou escuridão em uma extensa área. Segundo estatísticas, ocorre em média a cada 10 anos um fato desse tipo. Com base nessa informação, pode-se afirmar que

(A) a estação está em funcionamento há no máximo 10 anos.
(B) daqui a 10 anos deverá cair outro raio na mesma estação.
(C) se a estação já existe há mais de 10 anos, brevemente deverá cair outro raio na mesma.
(D) a probabilidade de ocorrência de um raio na estação independe do seu tempo de existência.
(E) é impossível a estação existir há mais de 30 anos sem que um raio já a tenha atingido anteriormente.

---

112. (ENEM) Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o rock e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1000 alunos de uma escola. Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

preferência musical	*rock*	samba	MPB	*rock* e samba	*rock* e MPB	samba e MPB	*rock*, samba e MPB
número de alunos	200	180	200	70	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

(A) 2%
(B) 5%
(C) 6%
(D) 11%
(E) 20%

---

113. (ENEM) Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz, podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.

Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é

(A) $\frac{1}{5}$
(B) $\frac{4}{5}$
(C) $\frac{19}{21}$
(D) $\frac{19}{25}$
(E) $\frac{21}{25}$

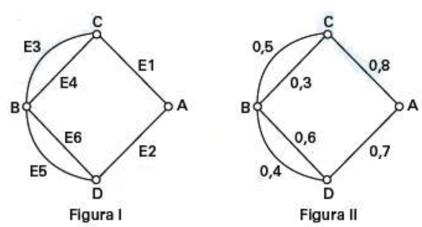
114. (ENEM) Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.
Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

(A) 3 doses.
(B) 4 doses.
(C) 6 doses.
(D) 8 doses.
(E) 10 doses.

115. (UNESP) Após uma partida de futebol, em que as equipes jogaram com as camisas numeradas de 1 a 11 e não houve substituições, procede-se ao sorteio de dois jogadores de cada equipe para exame anti-doping. Os jogadores da primeira equipe são representados por 11 bolas numeradas de 1 a 11 de uma urna A e os da segunda, da mesma maneira, por bolas de uma urna B. Sorteia-se primeiro, ao acaso e simultaneamente, uma bola de cada urna. Depois, para o segundo sorteio, o processo deve ser repetido com as 10 bolas restantes de cada urna. Se na primeira extração foram sorteados dois jogadores de números iguais, a probabilidade de que aconteça o mesmo na segunda extração é de:

(A) 0,09.
(B) 0,1.
(C) 0,12.
(D) 0,2.
(E) 0,25.

116. (ENEM) A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.



Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível. O melhor trajeto para Paula é

(A) E1E3.
(B) E1E4.
(C) E2E4.
(D) E2E5.
(E) E2E6.

117. (U.C.SALVADOR) Das 180 pessoas que trabalham em uma empresa, sabe-se que 40% têm nível universitário e 60% são do sexo masculino. Se 25% do número de mulheres têm nível universitário, a probabilidade de selecionar-se um funcionário dessa empresa que seja do sexo masculino e não tenha nível universitário é:

(A) 5/12
(B) 3/10
(C) 2/9
(D) 1/5
(E) 5/36

---

118. (UFRGS) O Google, site de buscas na internet criado há onze anos, usa um modelo matemático capaz de entregar resultados de pesquisas de forma muito eficiente. Na rede mundial de computadores, são realizadas, a cada segundo, 30.000 buscas, em média. A tabela abaixo apresenta a distribuição desse total entre os maiores sites de busca.

Sites	Buscas
Google	21.000
Yahoo	2.700
Microsoft	800
Outros	5.500
Total	30.000

De acordo com esses dados, se duas pessoas fazem simultaneamente uma busca na internet, a probabilidade de que pelo menos uma delas tenha usado o Google é

(A) 67%.
(B) 75%.
(C) 83%.
(D) 91%.
(E) 99%.

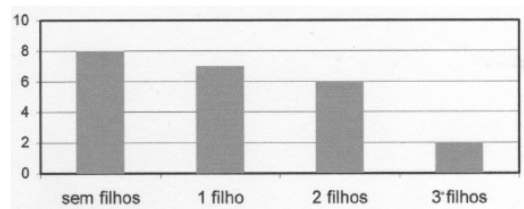
---

119. (FASP) Um colégio tem 400 alunos. Destes, 100 estudam Matemática, 80 estudam Física, 100 estudam Química, 20 estudam Matemática, Física e Química, 30 estudam Matemática e Física, 30 estudam Física e Química e 50 estudam somente Química. A probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, estudar Matemática e Química é

(A) 1/10
(B) 1/8
(C) 2/5
(D) 5/3
(E) 3/10

---

120. (ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo.



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é

(A) $\frac{1}{3}$.
(B) $\frac{1}{4}$.
(C) $\frac{7}{15}$.
(D) $\frac{7}{23}$.
(E) $\frac{7}{25}$.

---

121. (FEI-SP) Em uma pesquisa realizada em uma Faculdade foram feitas duas perguntas aos alunos. Cento e vinte responderam "sim" a ambas; 300 responderam "sim" à primeira; 250 responderam "sim" à segunda e 200 responderam "não" a ambas. Se um aluno for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de ele ter respondido "não" à primeira pergunta?

(A) 1/7
(B) 1/2
(C) 3/8
(D) 11/21
(E) 4/25

122. (UFRGS) Para a disputa da Copa do mundo de 2014, as 32 seleções que se classificarem serão divididas em 8 grupos, os quais serão constituídos de 4 seleções cada um. Nos jogos da primeira fase, cada seleção jogará com todas as outras seleções do seu grupo. Uma empresa adquiriu um ingresso para cada jogo da primeira fase do mesmo grupo. Ao sortear dois ingressos entre seus funcionários, a probabilidade de que esses ingressos envolvam uma mesma seleção é

(A) 20%.
(B) 25%.
(C) 50%.
(D) 80%.
(E) 85%.

123. (UnB-DF) Se a família Silva tiver 5 filhos e a família Oliveira tiver 4, qual a probabilidade de que todos os filhos dos Silva sejam meninas e todos os dos Oliveira sejam meninos?

(A) 1/325
(B) 1/512
(C) 1/682
(D) 1/921
(E) 1/1754

124. (UECE-CE). Numa família com 9 filhas, a probabilidade de o décimo filho ser homem é:

(A) 50%
(B) 70%
(C) 80%
(D) 90%
(E) 25%

125. (ENEM) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NÚMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	6

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0 a probabilidade de ela calçar 38,0 é

(A) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{2}{5}$
(D) $\frac{5}{7}$
(E) $\frac{5}{14}$

126. (FUVEST) Uma urna contém 5 bolas brancas e 3 bolas pretas. Três bolas são retiradas ao acaso, sucessivamente, sem reposição. Determine a probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca.

(A) 5/14
(B) 15/28
(C) 5/28
(D) 15/56
(E) 5/56

127. (CESCEM-SP) De um total de 100 alunos que se destinam aos cursos de Matemática, Física e Química, sabe-se que:

1) 30 destinam-se à Matemática e, destes, 20 são do sexo masculino;

2) o total de alunos do sexo masculino é 50, dos quais 10 destinam-se à Química;

3) existem 10 moças que se destinam ao curso de Química.

Nestas condições, sorteando-se um aluno, ao acaso, do grupo total e sabendo-se que é do sexo feminino, a probabilidade de que ele se destine ao curso de Matemática vale

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1

128. (FGV) Um jogador aposta que, em três lançamentos de uma moeda honesta, obterá duas caras e uma coroa. A probabilidade de que ele ganhe a aposta é:

(A) 1/3
(B) 2/3
(C) 1/8
(D) 3/8
(E) 5/8

---

129. (UFJF) Um soldado do esquadrão anti-bombas tenta desativar certo artefato explosivo que possui 5 fios expostos. Para desativá-lo, o soldado precisa cortar 2 fios específicos, um de cada vez, em uma determinada ordem. Se cortar um fio errado ou na ordem errada, o artefato explodirá. Se o soldado escolher aleatoriamente 2 fios para cortar, numa determinada ordem, a probabilidade do artefato não explodir ao cortá-los é igual a:

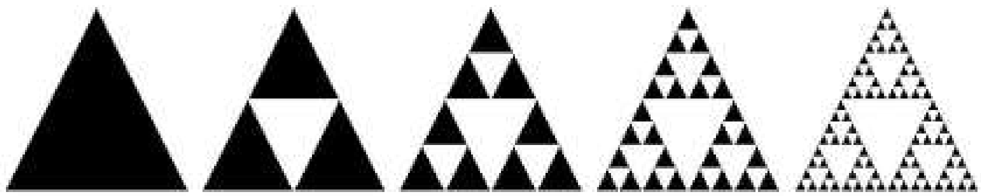
(A) 2/25
(B) 1/20
(C) 2/5
(D) 1/10
(E) 9/20

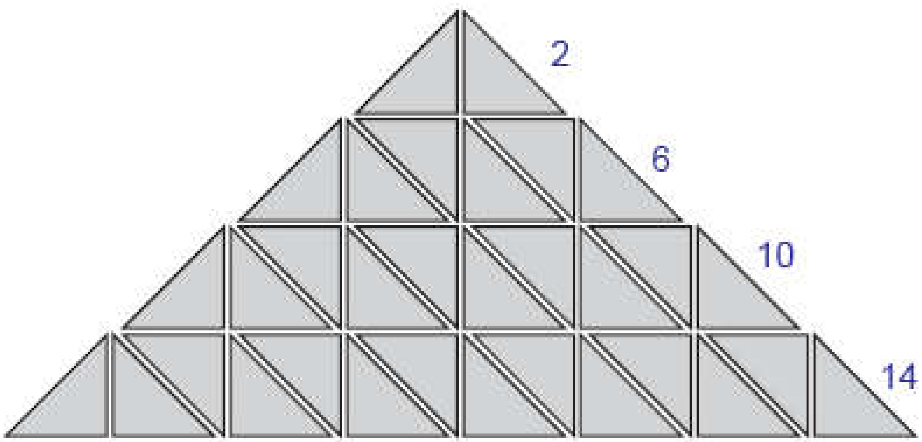
---

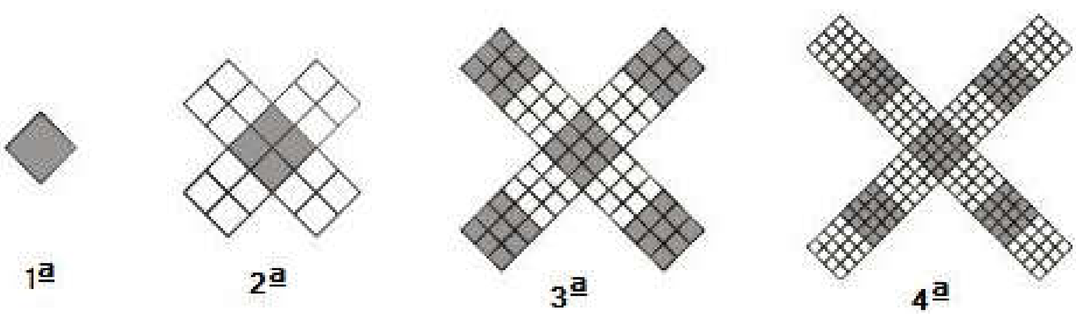
130. (VUNESP) Num grupo de 100 pessoas da zona rural, 25 estão afetadas por uma parasitose intestinal A e 11 por uma parasitose intestinal B, não se verificando nenhum caso de incidência conjunta de A e B. Duas pessoas desse grupo são escolhidas, aleatoriamente, uma após a outra. Determine a probabilidade de que, dessa dupla, a primeira pessoa esteja afetada por A e a segunda por B

(A) 1/36
(B) 11/400
(C) 9/25
(D) 9/50
(E) 1/18

PROGRESSÕES







PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

Definição

Progressão Aritmética é a sequência de números não nulos, onde qualquer termo (a partir do segundo) é igual ao antecedente adicionado por uma constante. Essa constante é denominada ***razão da progressão aritmética***, sendo indicada por **R**.

$$\boxed{P.A.\ \left(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6,\ \ldots\ , a_n\right)}$$

onde,

a_1

a_1

n

a_n

Razão

$$\boxed{r = a_n - a_{n-1}}$$

Exemplo:

a) (5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, ...)

Classificação

Uma P.A. pode ser classificada em **crescente**, **decrescente** ou **constante** dependendo da sua razão (R).

Exemplos:

a) (5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, ...) R = ____

b) (26, 18, 10, 2, -6, -14, -22, ...) R = ____

c) (7, 7, 7, 7, 7, ...) R = ____

Termo Geral

Ou enésimo termo – ou Último termo

Numa P.A. de **n** termos, chamamos de termo geral ou enésimo termo o último termo ou o termo genérico dessa sequência.

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

$\vdots$

$a_{10} =$

$\vdots$

$a_n =$

$$\boxed{a_n = a_1 - (n-1)r}$$

OBSERVAÇÃO!

$a_9 =$

$a_{15} =$

$a_{19} =$

$a_{50} =$

$a_{20} = a_1 +$ ___ . r

$a_{20} = a_7 +$ ___ . r

$a_{20} = a_{14} +$ ___ . r

$a_{20} = a_{18} +$ ___ . r

Exercícios de Classe

i) Dada a progressão aritmética (8, 11, 14, 17, ...), determine:

a) razão
b) décimo termo
c) a_{14}
d) termo geral

ii) Numa P.A. o primeiro termo e o oitavo termo valem, respectivamente, 7 e 42. Calcule:

a) razão
b) quinto termo
c) a_{21}
d) a_n

iii) Calcule a quantidade de múltiplos de 6, entre 50 e 500.

iv) Calcule a razão da P.A. onde o terceiro termo vale 14 e o décimo primeiro termo vale 40.

v) Calcule o vigésimo termo da progressão aritmética $\left(\frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \ \ldots\right)$.

vi) Calcule a quantidade de termos que possui a sequência $\left(3x, \frac{7x}{2}, 4x, \ \ldots \ , \frac{21x}{2}\right)$.

Termo Central

Média Aritmética!

$$P.A. \ (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ \ldots \ , a_n)$$

$$\boxed{T_c \rightarrow \ a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}}$$

vii) Calcule o termo central da progressão (31, 33, 35, ..., 79).

viii) Numa PA de nove termos, o primeiro termo é igual a 7 e o termo central é igual a 13. O nono termo dessa sequência é igual a

(A) 26
(B) 23
(C) 21
(D) 19
(E) 14

Termos Equidistantes

$$P.A. \ (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, \ \ldots \ , a_n)$$

$$P.A. \ (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, \ \ldots \ , a_n)$$

ix) A soma do segundo termo com o quinto termo de uma PA de seis termos é 46. A soma de todos esses seis termos vale

(A) 138
(B) 92
(C) 79
(D) 69
(E) 58

Interpolação

Interpolando (inserindo) **K** meios aritméticos entre dois extremos.

$$\left(a_1,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_,\ldots,\ a_n\right)$$

Exemplo:

x. Interpolando 8 meios aritméticos entre 4 e 70 tem-se uma razão R. É correto afirmar que:

(A) R = 22/3
(B) R = 22/9
(C) R = 22
(D) R = 74/9
(E) R = 74/3

PA com 3 Termos

Formas de se escrever:

$$\text{P.A.}\left(a_1, a_2, a_3\right)$$

Exercícios de Classe

xii) Os ângulos internos de um triângulo estão em PA. Se o maior ângulo é o dobro do menor ângulo, o maior ângulo é igual a

(A) 40°
(B) 50°
(C) 60°
(D) 70°
(E) 80°

---

xi) Determine a razão da P.A. (x+2, 2x, 13, ...).

xiii) As idades das três filhas de Carlos estão em progressão aritmética. Colocando em ordem crescente tem-se (x + 1, 2x, x^2 - 1). Calcule a idade da filha mais nova.

Soma dos Termos

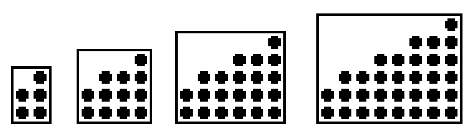
$$S_n = \frac{n\left(a_1 + a_n\right)}{2}$$

Exercícios de Classe

xiv) Calcule a soma dos dez primeiros termos da sequência (15, 21, 27, 33, ...).

---

xv) Uma exposição de arte mostrava a seguinte sequência lógica formada por bolinhas de gude:



O primeiro quadro contém 5 bolas, o segundo contém 12 bolas, o terceiro contém 21 bolas, o quarto contém 32 bolas ... . Cada quadro contém uma certa quantidade de bolas de gude e seguirá nesse padrão até chegar ao vigésimo quadro que tem **n** bolinhas. É correto afirmar que **n** vale:

(A) 420
(B) 440
(C) 460
(D) 480
(E) 500

Exercícios de Casa

131. (UFRJ) Mister MM, o Mágico da Matemática, apresentou-se diante de uma plateia com 50 fichas, cada uma contendo um número. Ele pediu a uma espectadora que ordenasse as fichas de forma que o número de cada uma, excetuando-se a primeira e a última, fosse a média aritmética do número da anterior com o da posterior. Mister MM solicitou a seguir à espectadora que lhe informasse o valor da décima sexta e da trigésima primeira ficha, obtendo como resposta 103 e 58 respectivamente. Para delírio da plateia, Mister MM adivinhou então o valor da última ficha. Determine você também este valor.

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

---

132. (UERJ) Observe a tabela de Pitágoras:

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
....	....	....

A soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha é:

(A) 2520
(B) 5040
(C) 1255
(D) 2700
(E) 4400

---

133. (FATEC) Inserindo-se 5 números entre 18 e 96, de modo que a sequência formada seja uma progressão aritmética, tem-se a_3 igual a:

(A) 43
(B) 44
(C) 45
(D) 46
(E) 47

134. (UERJ) Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto a distância. Em um treino, no qual saltou **n** vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho:

- Todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par, inválidos;

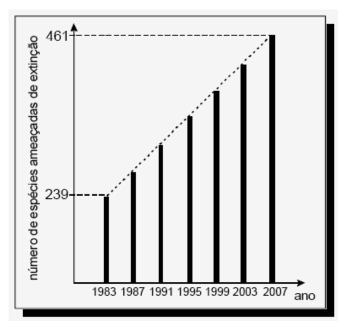
- O primeiro salto atingiu a marca de 7,04m, o terceiro a marca de 7,07m e assim sucessivamente cada salto válido aumentou sua medida em 3cm.

O último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22m Calcule **n**.

(A) 1
(B) 13
(C) 5
(D) 7
(E) 9

---

135. (ENEM) O gráfico, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a:

(A) 465
(B) 493
(C) 498
(D) 538
(E) 699

136. (PUCRS) Temos uma progressão aritmética de 20 termos onde o 1º termo é igual a 5. A soma de todos os termos dessa progressão aritmética é 480. O décimo termo é igual a:

(A) 20
(B) 21
(C) 22
(D) 23
(E) 24

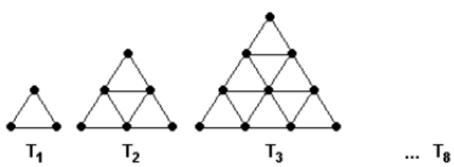
---

137. (FUVEST) A soma de todas as frações irredutíveis, positivas, menores do que 10, de denominador 4, é:

(A) 10
(B) 20
(C) 60
(D) 80
(E) 100

---

138. (UECE) A sequência de triângulos equiláteros, ilustrada na figura abaixo, apresenta certo número de pontos assinalados em cada triângulo.



Seguindo a lógica utilizada na construção da sequência, o número de pontos que estarão assinalados no oitavo triângulo é

(A) 65
(B) 54
(C) 45
(D) 56
(E) 75

---

139. (UFRJ)

©2000 by King Features Syndicate, Inc. World rights reserved.

Uma empresa madeireira, ao desmatar uma floresta, seguia este cronograma:

- no primeiro dia - uma árvore derrubada;
- no segundo dia - duas árvores derrubadas;
- no terceiro dia - três árvores derrubadas e, assim, sucessivamente.

Para compensar tal desmatamento, foi criada uma norma na qual se estabelecia que seriam plantadas árvores segundo a expressão $P = 2D - 1$, sendo P o número de árvores plantadas e D o número de árvores derrubadas a cada dia pela empresa.
Quando o total de árvores derrubadas chegar a 1275, o total de árvores plantadas, de acordo com a norma estabelecida, será equivalente a

(A) 2400
(B) 2500
(C) 2600
(D) 2700
(E) 2800

---

140. (UERJ) Leia com atenção a história em quadrinhos.

("O Globo", 16/03/2001.)

Considere que o leão da história acima tenha repetido o convite por várias semanas. Na primeira, convidou a Lana para sair 19 vezes; na segunda semana, convidou 23 vezes; na terceira, 27 vezes e assim sucessivamente, sempre aumentando em 4 unidades o número de convites feitos na semana anterior. Imediatamente após ter sido feito o último dos 492 convites, o número de semanas já decorridas desde o primeiro convite era igual a

(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 16
(E) 18

141. (PUC-MG) Na sequência (1/2, 5/6, 7/6, 3/2,...), o termo de ordem 30 é

(A) 29/2
(B) 61/6
(C) 21/2
(D) 65/6
(E) 67/6

---

142. (UNESP) As medidas dos lados de um triângulo retângulo formam uma progressão aritmética crescente de razão 4. Calcule a área desse triângulo.

(A) 24
(B) 36
(C) 48
(D) 72
(E) 96

---

143. (ENEM) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

(A) 497,25.
(B) 500,85.
(C) 502,87.
(D) 558,75.
(E) 563,25.

---

144. (UFF) Determine a média aritmética dos números pares de dois algarismos.

(A) 54
(B) 56
(C) 58
(D) 60
(E) 50

145. (FEI) O 10º termo da PA $\left(a, \frac{3a}{2}, \ldots\right)$ é igual a:

(A) $\frac{11a}{2}$
(B) $\frac{9a}{2}$
(C) $\frac{7a}{2}$
(D) $\frac{13a}{2}$
(E) $\frac{15a}{2}$

---

146. (UFAL) O termo geral de uma sequência é $a_n = 4n - 7$, $\forall n \in \mathbb{N} - \{0\}$. A soma dos vinte primeiros termos dessa sequência é:

(A) 720
(B) 700
(C) 670
(D) 640
(E) 580

---

147. (IPA) O número de meios aritméticos que devemos inserir entre 1 e 25 de modo que a sequência obtida tenha razão igual a 4 é:

(A) 7
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

---

148. (FEI-SP) A razão de uma PA de 10 termos, onde o primeiro termo é 42 e o último é –12, vale:

(A) -5
(B) -9
(C) -6
(D) -7
(E) 0

149. (UFPA) Numa progressão aritmética, temos $a_7 = 5$ e $a_{15} = 61$. Então, a razão pertence ao intervalo

(A) [8,10]
(B) [6,8[
(C) [4,6[
(D) [2,4[
(E) [0,2[

---

150. (PUC-SP) O número de múltiplos de 7, entre 1000 e 10000, é

(A) 1280
(B) 1284
(C) 1282
(D) 1286
(E) 1288

---

151. (UFPA) Sabendo que a sequência (1 – 3x, x – 2, 2x + 1) é uma P.A. o valor de $\sqrt{x^2+21}$ é

(A) 5
(B) 3
(C) 4
(D) 6
(E) 8

---

152. (UFRGS) A sequência (a ; b ; c) é uma progressão aritmética. Se a + b + c = 6 e a . b . c = -24, o maior dos termos é

(A) -6
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 6

---

153. (ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

(A) 38 000
(B) 40 500
(C) 41 000
(D) 42 000
(E) 48 000

---

154. (PUCRS) O termo geral de uma sucessão é $\mathbf{a_n = 3n + 1}$. A soma dos trinta primeiros termos dessa sucessão é igual a

(A) 91.
(B) 95.
(C) 110.
(D) 1425.
(E) 1560.

---

155. (UFSM) Numa progressão aritmética (PA) crescente, os dois primeiros termos são as raízes da equação $\mathbf{x^2 + 2x - 8 = 0}$. Sabendo que o número de termos dessa PA é igual ao triplo da sua razão, então a soma dos termos da PA é igual a

(A) -378.
(B) -282.
(C) 98.
(D) 294.
(E) 846.

---

156. (UFSM) No trecho de maior movimento de uma rodovia, ou seja, entre o km 35 e o km 41, foram colocados *outdoors* educativos de 300 em 300 metros. Como o 1° foi colocado exatamente a 50 metros após o km 35, a distância entre o 13° outdoor e o km 41 é, em metros,

(A) 3.700
(B) 3.650
(C) 2.750
(D) 2.350
(E) 2.150

---

157. (UFPEL) O 150º número ímpar positivo é:

(A) 151
(B) 291
(C) 301
(D) 299
(E) n.d.a.

158. (PUCRS) Devido à epidemia de gripe do último inverno, foram suspensos alguns concertos em lugares fechados. Uma alternativa foi realizar espetáculos em lugares abertos, como parques ou praças. Para uma apresentação, precisou-se compor uma platéia com oito filas, de tal forma que na primeira fila houvesse 10 cadeiras; na segunda, 14 cadeiras; na terceira, 18 cadeiras; e assim por diante. O total de cadeiras foi:

(A) 384
(B) 192
(C) 168
(D) 92
(E) 80

---

159. (UFRGS) O número de múltiplos de 7 entre 50 e 1206 é:

(A) 53
(B) 87
(C) 100
(D) 165
(E) 203

---

160. (MACKENZIE) O trigésimo primeiro termo de uma progressão aritmética de primeiro termo 2 e razão 3 é:

(A) 63
(B) 65
(C) 92
(D) 95
(E) 98

---

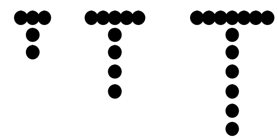
161. (PUCRS) Uma das atrações do MCT (Museu de Ciências e Tecnologia da PUCRS) é um jogo que sistematiza as operações adição e multiplicação. Observando um triângulo semelhante ao apresentado abaixo, constatamos que o vértice inferior possui uma peça, que a cada linha de peças sobrepostas a partir do vértice inferior é acrescentada uma peça a mais, e que o total de peças é 55.

Nessas circunstâncias, concluímos que o número de linhas que compõem o triângulo é

(A) 25
(B) 22
(C) 20
(D) 11
(E) 10

---

162. (UFSM) Tisiu ficou sem parceiro para jogar bolita (bola de gude); então pegou sua coleção de bolitas e formou uma sequência de “T” (a inicial de seu nome), conforme a figura.



Supondo que o guri conseguiu formar 10 “T” completos pode-se, seguindo o mesmo padrão, afirmar que ele possuía

(A) mais de 300 bolitas.
(B) pelo menos 230 bolitas.
(C) menos de 220 bolitas.
(D) exatamente 300 bolitas.
(E) exatamente 41 bolitas.

---

163. (PUCSP) Se uma PA de 3 termos a soma dos extremos é 12, o termo médio é:

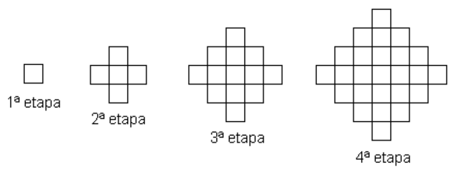
(A) 5
(B) -5
(C) 6
(D) -6
(E) 0

---

164. (UFRGS) As medidas dos lados de um triângulo são expressas por $x+1$, $2x$, $x^2 - 5$ estão em PA, nesta ordem. O perímetro do triângulo mede:

(A) 8
(B) 12
(C) 15
(D) 24
(E) 33

165. (UFRGS) Considere o enunciado abaixo, que descreve etapas de uma construção. Na primeira etapa, toma-se um quadrado de lado 1. Na segunda, justapõe-se um novo quadrado de lado 1 adjacente a cada lado do quadrado inicial. Em cada nova etapa, justapõe-se novos quadrados de lado 1 ao longo de todo o bordo da figura obtida na etapa anterior, como está representado abaixo.



Seguindo o padrão de construção, pode-se afirmar que o número de quadrado de lado 1 na vigésima etapa é

(A) 758.
(B) 759.
(C) 760.
(D) 761.
(E) 762.

---

166. (FGV-SP) A soma do 4º e 8º termos de PA é 20; o 31º termo é o dobro do 16º termo. Determine a PA:

(A) (-5, -2, 1, ...)
(B) (5, 6, 7, ...)
(C) (0, 2, 4, ...)
(D) (0, 3, 6, 9, ...)
(E) (1, 3, 5, ...)

---

167. (FURG) Qual a razão de uma progressão aritmética, cujo primeiro termo é igual a 1, para que a soma de seus 10 primeiros termos seja igual a 10 vezes a sua razão?

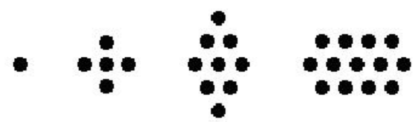
(A) $\frac{1}{3}$.
(B) $\frac{2}{7}$.
(C) $-\frac{2}{7}$.
(D) $-\frac{1}{3}$.
(E) -1,3.

168. (UFRGS) Em uma progressão aritmética limitada em que o 1º termo é 3 e o último 31, a soma de seus termos é 136. O número de termos dessa progressão é:

(A) 8
(B) 10
(C) 16
(D) 26
(E) 52

---

169. (UNESP) Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte seqüência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos.



Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, o número de vírus no final de 1 hora era de:

(A) 241.
(B) 238.
(C) 237.
(D) 233.
(E) 232.

---

170. (UFRGS) Em uma progressão aritmética, em que o primeiro termo é 23 e a razão é -6, a posição ocupada pelo elemento -13 é

(A) 8ª.
(B) 7ª.
(C) 6ª.
(D) 5ª.
(E) 4ª.

171. (Unifesp) Se os primeiros quatro termos de uma progressão aritmética são a, b, 5a, d, então o quociente d/b é igual a

(A) 1/4.
(B) 1/3.
(C) 2.
(D) 7/3.
(E) 5.

---

172. (UFSC) Sejam as sequências $(75, a_2, a_3, a_4, ...)$ e $(25, b_2, b_3, b_4, ...)$ duas progressões aritméticas de mesma razão. Se $a_{100} + b_{100} = 496$, então $\frac{a_{100}}{b_{100}}$ é igual a:

(A) $\frac{273}{223}$
(B) $\frac{269}{219}$
(C) $\frac{249}{187}$
(D) $\frac{258}{191}$
(E) $\frac{236}{171}$

---

173. (UFRGS) Os números que exprimem o lado, a altura e a área de um triângulo equilátero estão em progressão aritmética, nessa ordem. A altura desse triângulo mede

(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
(B) $\sqrt{3}-1$
(C) $2.(\sqrt{3}-1)$
(D) $4-\sqrt{3}$
(E) $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$

---

174. (UFU-MG) Os números a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 estão em P.A.. Se $a_1 + a_3 = 6$ e $a_1 + a_5 = 10$, então $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ é igual a:

(A) 27
(B) 26
(C) 25
(D) 24
(E) 23

---

175. (VUNESP) Duas pequenas fábricas de calçados, A e B, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica A aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica B aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica B superará a produção da fábrica A a partir de :

(A) março.
(B) maio.
(C) julho.
(D) setembro.
(E) novembro.

---

176. (UFRGS) Considere a disposição de números abaixo.

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
11 12 13 14 15
. . . . . .
. . . .

O primeiro elemento da quadragésima linha é

(A) 777.
(B) 778.
(C) 779.
(D) 780.
(E) 781.

---

177. (UFRGS) As medidas do lado, do perímetro e da área de um triângulo equilátero são, nessa ordem, números em progressão aritmética. A razão dessa progressão é

(A) $20\frac{\sqrt{3}}{3}$.
(B) 20.
(C) $40\frac{\sqrt{3}}{3}$
(D) $20\sqrt{3}$
(E) $40\sqrt{3}$

178. (UFPA) Sabendo que a sequência (1 - 3x, x - 2, 2x + 1) é uma P.A., determine o valor de x.

(A) -2
(B) 0
(C) 2
(D) 4
(E) 6

---

179. (SPEI) Numa P.A. crescente o nono e o quinto termo são, respectivamente, as raízes da equação $x^2 - 8x - 20 = 0$. A razão e o primeiro termo da P.A. valem, respectivamente:

(A) 2 e -10
(B) 5 e 15
(C) 3 e -14
(D) 4 e 14
(E) 5 e 8

---

180. (UFPA) Três números estão em P.A.. A soma desses números é 15 e o seu produto, 105. Qual a diferença entre o maior e o menor?

(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7
(E) 8

---

181. (ENEM) O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.
Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

FUNCIONÁRIO I: aproximadamente 200 estrelas.

FUNCIONÁRIO II: aproximadamente 6 000 estrelas.

FUNCIONÁRIO III: aproximadamente 12 000 estrelas.
FUNCIONÁRIO IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
FUNCIONÁRIO V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

(A) I
(B) II
(C) III
(D) IV
(E) V

---

182. (CEFET) A soma dos cem primeiros números ímpares positivos é:

(A) 10000
(B) 20000
(C) 30000
(D) 40000
(E) 50000

---

183. (FUVEST) Em uma P.A. de termos positivos, os três primeiros termos são: $1 - a, - a, \sqrt{11 - a}$. O quarto termo desta P.A. é

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

---

184. (FGV-SP) Colocando-se 1540 estudantes em filas, com 1 estudante na primeira, 2 estudantes na segunda, 3 na terceira e assim sucessivamente, formando-se um triângulo, quantas filas teremos?

(A) 55
(B) 20
(C) 154
(D) 3
(E) 200

185. (PUCRS) Na progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, ...), verificam-se as relações $a_1 + a_3 = 50$ e $a_2 + a_4 = 150$. O primeiro termo da progressão é

(A) -25.
(B) 10.
(C) 15.
(D) 20.
(E) 25.

186. (UFRGS) Os dois primeiros termos da progressão aritmética cuja soma dos **n** primeiros termos é $2n - n^2$, para todo n, são respectivamente

(A) 1 e 0
(B) 1 e -1
(C) 0 e -3
(D) 0 e 1
(E) 0 e -1

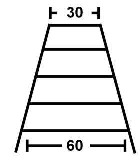
187. (RITTER) A medida do lado, da diagonal e da área de um quadrado formam, nessa ordem, uma progressão aritmética. A medida do lado dessa figura geométrica é

(A) $\sqrt{2}$.
(B) $2\sqrt{3}-1$.
(C) $2\sqrt{2}-1$.
(D) $2\sqrt{3}+1$.
(E) $2\sqrt{2}+1$.

188. (Mackenzie) O valor de x, de modo que $x^2, (x+1)^2$ e $(x+3)^2$ formem, nessa ordem, uma P.A., é:

(A) 3
(B) -5
(C) -1/2
(D) -7/2
(E) 3/4

189. (ENEM) Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 5 degraus, de forma que o mais baixo e o mais alto tenham larguras respectivamente iguais a 60 cm e a 30 cm, conforme a figura:



Os degraus serão obtidos cortando-se uma peça linear de madeira cujo comprimento mínimo, em cm, deve ser:

(A) 144.
(B) 180.
(C) 210.
(D) 225.
(E) 240.

190. (ENEM) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em:http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

(A) 12 dias.
(B) 13 dias.
(C) 14 dias.
(D) 15 dias.
(E) 16 dias.

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

Progressão Geométrica é a sequência de números não nulos, onde qualquer termo (a partir do segundo), é igual ao antecedente multiplicado por uma constante. Essa constante é denominada ***razão da progressão***, sendo indicada por **q**.

$$P.G.\ (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n)$$

onde,

a_1

a_2

a_n

n

Exemplos:

I - **(3, 9, 27, 81, 243, ...)**
é uma P.G. ________________ de razão q = _______.

II - **(90, 30, 10, 10/3, ...)**
é uma P.G. ________________ de razão q = _______.

III - **(-7, 14, -28, 56, -112, ...)**
é uma P.G. ________________ de razão q = _______.

IV - **(3, 3, 3, 3, 3, ...)**
é uma P.G. ________________ de razão q = _______.

Razão

$$P.G.\ (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n)$$

$$\boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$

Exemplo:

P.G. (5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640 ...)

Termo Geral

Enésimo termo – ou Último termo

Numa P.G. de **n** termos, chamamos de termo geral ou enésimo termo, o último termo ou o termo genérico dessa sequência.

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

$\vdots$

$a_{10} =$

$\vdots$

$a_n =$

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

OBSERVAÇÃO!

$a_9 =$

$a_{15} =$

$a_{20} =$

$a_{50} =$

Exercícios de Classe

i) Dada a progressão geométrica (5, 10, 20, 40, ...), determine:

a) razão
b) oitavo termo
c) a_{10}
d) termo geral

ii) Numa P.G. o primeiro termo e o quinto termo valem, respectivamente, 4 e 64. Calcule:

a) razão
b) terceiro termo
c) a_7
d) a_n

iii) Calcule a razão da P.G. na qual o primeiro termo vale 2 e o quarto termo vale 54.

iv)Determine o primeiro termo de uma progressão geométrica de razão negativa no qual $a_3 = 12$ e $a_5 = 48$.

Termo Central

$$\boxed{T_c \rightarrow a_4 = \sqrt{a_2 \cdot a_6}}$$

v) Calcule o termo central da progressão (2, 8, 32, ..., 512).

vi) Numa progressão geométrica de cinco termos, o primeiro termo vale 81 e o quinto temo vale 16. O termo central dessa progressão é

(A) 1,5
(B) 54
(C) 36
(D) 24
(E) 0,666...

Termos Equidistantes

$$P.G.\ (a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5,\ a_6)$$

$$P.G.\ (a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7)$$

Interpolação

Interpolando (inserindo) **K** meios geométricos entre dois extremos.

$$\left(a_1,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_,\ \_\_, \ldots,\ a_n\right)$$

vii) Inserindo 5 meios geométricos entre 3 e 192 tem-se uma P.G. cuja razão vale:

(A) 1
(B) 1,5
(C) 2
(D) 2,5
(E) 3

PG com 3 Termos

Formas de se escrever:

$$\text{P.G. } \left(a_1,\ a_2,\ a_3\right)$$

viii) Calcule a razão da P.G. (x-2, x+1, x+7, ...).

Soma dos Termos – P.G. Finita

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 \cdot \left(q^n - 1\right)}{q - 1}}$$

Exemplos:

ix) Calcule a soma dos oito primeiros termos da progressão (3, 6, 12, 24, ...)

---

x) A soma dos 7 termos da PG $\left(2^{-2}, 2^{-1}, 2^{0}, \ldots\right)$ é

(A) 31,75
(B) 31,5
(C) 31,25
(D) 31
(E) 30,75

Soma dos Termos – P.G. Infinita

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

Exemplos:

xi) Calcule a soma dos infinitos termos da progressão abaixo.

$\left(6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \ldots\right)$

---

xii) Determine x, sendo $x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + \ldots = 12$

Produto dos Termos

$$P_n = \pm\sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

Exemplo:

xiii) Calculando o produto dos nove primeiros termos da progressão $(5^2, 5^5, 5^8, \ldots)$ obtém-se

(A) 5^{126}
(B) 126
(C) 5^{26}
(D) 26
(E) 5^{90}

Exercícios de Casa

191. (PUCSP) Sabe-se que a sequência (1/3, a, 27), na qual a>0, é uma progressão geométrica e a sequência (x, y, z), na qual x + y + z = 15, é uma progressão aritmética. Se as duas progressões têm razões iguais, então:

(A) x = -4.
(B) y = 6.
(C) z = 12.
(D) x = 2y.
(E) y = 3x.

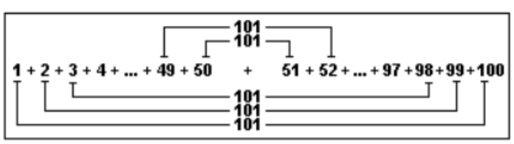
---

192. (Puccamp) Sabe-se que a sequência (x; y; 10) é uma progressão aritmética e a sequência (1/y; 2; 3y+4) é uma progressão geométrica. Nessas condições, é correto afirmar que

(A) a razão da progressão geométrica é 8.
(B) a razão da progressão aritmética é 4.
(C) y = 2x
(D) x + y = 0
(E) x . y = -16

---

193. (UFRN) Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) é considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Aos 10 anos de idade, ele apresentou uma solução genial para somar os números inteiros de 1 a 100. A solução apresentada por Gauss foi 5050, obtida multiplicando-se 101 por 50, como sugere a figura abaixo.



Usando a idéia de Gauss como inspiração, responda quanto vale o produto abaixo.

$$1 \times 2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128$$

(A) 4^{129}
(B) 4^{128}
(C) 129^{4}
(D) 128^{4}
(E) 128^{8}

194. (UFRRJ) A sequência (x, 6, y, z, 162) é uma Progressão Geométrica. É correto afirmar que o produto de x por z vale

(A) 36.
(B) 72.
(C) 108.
(D) 144.
(E) 180

---

195. (UFV) As medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado estão, nesta ordem, em progressão geométrica. A diagonal desse quadrado mede:

(A) $16\sqrt{2}$
(B) $10\sqrt{2}$
(C) $12\sqrt{2}$
(D) $14\sqrt{2}$
(E) $18\sqrt{2}$

---

196. (UFLAVRAS) Sabendo-se que os números a_1, a_2, 75, a_4 e 1875 estão em progressão geométrica, o valor de a_4 é

(A) 100
(B) 1500
(C) 225
(D) 375
(E) 1125

---

197. (FEI) Dada a progressão geométrica 1, 3, 9, 27, ... se a sua soma é 3280, então ela apresenta:

(A) 9 termos
(B) 8 termos
(C) 7 termos
(D) 6 termos
(E) 5 termos

198. (FUVEST) Uma progressão geométrica tem primeiro termo igual a 1 e razão igual a $\sqrt{2}$. Se o produto dos termos dessa progressão é 2^{39}, então o número de termos é igual a:

(A) 12
(B) 13
(C) 14
(D) 15
(E) 16

---

199. (Mackenzie) As sequências (x, 2y-x, 3y) e (x, y, 3x+y - 1), de termos não nulos, são, respectivamente, aritmética e geométricas. Então, 3x + y vale:

(A) -2
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

---

200. (Mackenzie) Se numa progressão geométrica de termos positivos o terceiro termo é igual à metade da razão, o produto dos três primeiros termos é igual a:

(A) 1/4
(B) 4
(C) 1/8
(D) 8
(E) 1/16

---

201. (UFF) Sendo x um número real não nulo, a soma do 3º termo da Progressão Aritmética (x, 2x, ...) com o 3º termo da Progressão Geométrica (x, 2x, ...) é igual a:

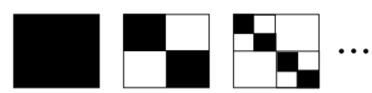
(A) 4x
(B) 5x
(C) 6x
(D) 7x
(E) 8x

202. (UFJF) Um aluno do curso de biologia estudou durante nove semanas o crescimento de uma determinada planta, a partir de sua germinação. Observou que, na primeira semana, a planta havia crescido 16 mm.
Constatou ainda que, em cada uma das oito semanas seguintes, o crescimento foi sempre a metade do crescimento da semana anterior. Dentre os valores a seguir, o que MELHOR aproxima o tamanho dessa planta, ao final dessas nove semanas, em milímetros, é:

(A) 48.
(B) 36.
(C) 32.
(D) 30.
(E) 24.

---

203. (UFOP-MG) Considere a sequência de figuras, na qual a área do primeiro quadrado é S.
Qual é a soma de todas as áreas sombreadas da sequência?



(A) 2S
(B) 3S
(C) 4S
(D) 5S
(E) 6S

---

204. (UFRGS) Durante um ano certo produto tem o seu preço reajustado em 15% ao mês. Os preços mensais do produto formam uma progressão

(A) aritmética com razão 15
(B) aritmética com razão 1,15
(C) geométrica com razão 115
(D) geométrica com razão 15
(E) geométrica com razão 1,15

205. (PUC-SP) Considere que em julho de 1986 foi constatado que era despejada uma certa quantidade de litros de poluentes em um rio e que, a partir de então, essa quantidade dobrou a cada ano. Se hoje a quantidade de poluentes despejados nesse rio é de 1 milhão de litros, há quantos anos ela era de 500 mil litros?

(A) Nada se pode concluir, já que não é dada a quantidade despejada em 1986.
(B) Seis.
(C) Quatro.
(D) Dois.
(E) Um.

---

206. (UFRGS) Para pagar uma dívida de x reais no seu cartão de crédito, uma pessoa, após um mês, passará a fazer pagamentos mensais de 20% sobre o saldo devedor. Antes de cada pagamento, serão lançados juros de 10% sobre o saldo devedor. Efetuados 12 pagamentos, a dívida, em reais, será

(A) zero.
(B) x/12.
(C) $(0{,}88)^{12}x$.
(D) $(0{,}92)^{12}x$.
(E) $(1{,}1)^{12}x$.

---

207. (UFRGS) Uma progressão geométrica tem **2m** termos, razão $\sqrt{\mathbf{m}}$ e primeiro termo **m**. A expressão do último termo é

(A) 2m
(B) $m^{m+1/2}$
(C) $\sqrt{m}+1$
(D) $m\sqrt{m}$
(E) $\frac{m^{2m}}{2m}$

208. (FUVEST) O quinto e o sétimo termo de uma P.G. de razão positiva valem respectivamente 10 e 16. O sexto termo desta P.G. é:

(A)13
(B) 10
(C) $4\sqrt{10}$
(D) 41
(E) 40

---

209. (PUCRS) A sequência numérica $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{2a}, \frac{1}{4a}, \ldots, \frac{1}{2^{n-1}a}\right)$, com $a \neq 0$, possui 101 termos. Seu termo médio é

(A) $\frac{1}{51}$
(B) $\frac{1}{50a}$
(C) $\frac{1}{a^{51}}$
(D) $\frac{1}{2^{50}a}$
(E) $\frac{1}{2^{51}a}$

---

210. (PUC-SP) Sabe-se que a sequência (1/3, a , 27), na qual a > 0, é uma progressão geométrica e a sequência (x , y , z) na qual x + y + z = 15, é uma progressão aritmética. Se as duas progressões têm razões iguais, então:

(A) x = -4
(B) y = 6
(C) z = 12
(D) x = 2y
(E) y = 3x

---

211. (Mackenzie) A sequência de números reais e positivos dada por (x - 2, $\sqrt{x^2+11}$, 2x + 2) é uma progressão geométrica cujo sétimo termo vale:

(A) 96
(B) 192
(C) 484
(D) 252
(E) 384

212. (FUVEST) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 16
(E) 18

---

213. (PUC-MG) O valor de x na igualdade x + (x/3) + (x/9) + ... = 12, na qual o primeiro membro é a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, é igual a:

(A) 8
(B) 9
(C) 10
(D) 11
(E) n.d.a.

---

214. (FESP) A soma dos seis primeiros termos da PG $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \ldots\right)$ é

(A) $\frac{12}{33}$
(B) $\frac{15}{32}$
(C) $\frac{21}{33}$
(D) $\frac{21}{32}$
(E) $\frac{2}{3}$

215. (UFJF) Uma progressão aritmética e uma geométrica têm o número 2 como primeiro termo. Seus quintos termos também coincidem e a razão da PG é 2. Sendo assim, a razão da PA é:

(A) 8.
(B) 6.
(C) 32/5.
(D) 4.
(E) 15/2.

---

216. (UFRGS) A disposição de números abaixo representa infinitas progressões.

$$\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$$
$$\frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16}$$
$$\bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$$
$$\bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$$

Considere as afirmações referentes à disposição dada.

I. A décima linha é formada por 19 elementos.

II. Chamando-se de a_1 o primeiro elemento de uma coluna qualquer, a soma dos termos desta coluna é $2a_1$.

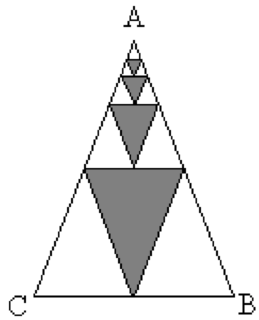
III. A soma dos infinitos elementos da disposição é 3.

Quais são verdadeiras?

(A) Apenas I.
(B) Apenas I e II.
(C) Apenas I e III.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

217. (UFRGS) Em um triângulo equilátero ABC são inscritos sucessivamente novos triângulos equiláteros, como mostra a figura. Sabendo-se que a área do triângulo ABC é 1, a soma das áreas dos triângulos sombreados é

(A) 1
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{4}$
(E) $\frac{1}{6}$



218. (PUC-SP) O terceiro e o sétimo termos de uma progressão geométrica valem respectivamente 10 e 18. O quinto termo dessa progressão é

(A) 14
(B) $\sqrt{30}$
(C) $2\sqrt{7}$
(D) $6\sqrt{5}$
(E) 30

219. (UFRGS) A sequência (x, xy, 2x), $x \neq 0$ é uma progressão geométrica. Então, necessariamente

(A) x é um número irracional.
(B) x é um número racional.
(C) y é um número irracional.
(D) y é um número racional.
(E) x / y é um número irracional.

220. (ENEM) O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8.000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para $t \geq 1$?

a) $P(t) = 0{,}5 \cdot t^{-1} + 8.000$
b) $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8.000$
c) $P(t) = 4.000 \cdot t^{-1} + 8.000$
d) $P(t) = 8.000 \cdot (0{,}5)^{t-1}$
e) $P(t) = 8.000 \cdot (1{,}5)^{t-1}$

221. (ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

(A) 38 000
(B) 40 500
(C) 41 000
(D) 42 000
(E) 48 000

222. (UFBA) Na P.G. cujos três primeiros termos são x-10, 15 e 3x, o valor positivo de **x** é

(A) 15.
(B) 10.
(C) 5.
(D) 20.
(E) 45.

223. (PUC-MG) Depois de percorrer um comprimento de arco de 8 m, uma criança deixa de empurrar o balanço em que está brincando. Se o atrito diminui a velocidade do balanço de modo que o comprimento de arco percorrido seja sempre igual a 60% do anterior, a distância total percorrida pela criança, em metros, até que o balanço pare completamente, é dada pela expressão:

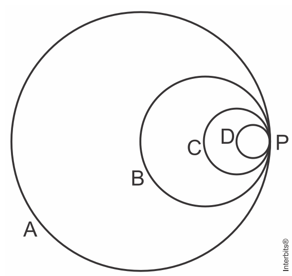
$$D = 8 + 0{,}60 \times 8 + 0{,}60 \times 0{,}60 \times 8 + \ldots .$$

Observando-se que o segundo membro dessa igualdade é a soma dos termos de uma progressão geométrica, pode-se estimar que o valor de D, em metros, é igual a:

(A) 13,33... (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 75

224. (UFRGS) Considere o padrão de construção representado pelo desenho abaixo.
O disco A tem raio medindo 1. O disco B é tangente ao disco A no ponto P e passa pelo centro do disco A. O disco C é tangente ao disco B no ponto P e passa pelo centro do disco B. O disco D é tangente ao disco C no ponto P e passa pelo centro do disco C. O processo de construção dos discos é repetido infinitamente.
Considerando a sucessão infinita de discos, a soma das áreas dos discos é

a) $\frac{\pi}{4}$.
b) $\frac{\pi}{3}$.
c) $\frac{2\pi}{3}$.
d) π.
e) $\frac{4\pi}{3}$.



225. (FUVEST) Sejam a e b números reais tais que:

(i) a, b e a + b formam, nessa ordem, uma PA;
(ii) 2^a, 16 e 2^b formam, nessa ordem, uma PG.

Então o valor de a é

(A) 2/3
(B) 4/3
(C) 5/3
(D) 7/3
(E) 8/3

226. (FUVEST) Três números positivos, cuja soma é 30, estão em progressão aritmética. Somando-se, respectivamente, 4, -4 e -9 aos primeiro, segundo e terceiro termos dessa progressão aritmética, obtemos três números em progressão geométrica. Então, um dos termos da progressão aritmética é

(A) 9
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 15

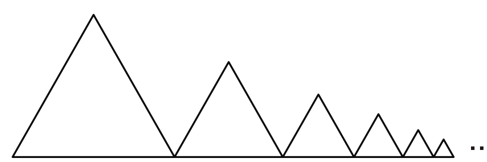
227. (CESCEA-SP) Se a_1, a_2, 1/4, 1/2, a_5, a_6, a_7, a_8 formam nesta ordem uma PG, então os valores de a_1 e a_8 são, respectivamente:

(A) 1/8 e 16
(B) 1/16 e 8
(C) 1/4 e 4
(D) 1/16 e 2
(E) 1/16 e 1/8

228. (UFB) O valor de **x** na equação $x \cdot \left(\frac{9}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{5}, \dots\right) = \frac{27}{4}$ é

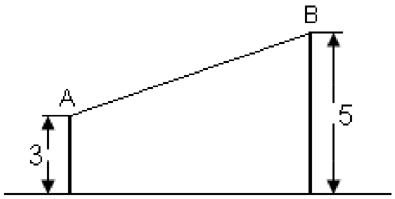
(A) 1
(B) 3/5
(C) 5/2
(D) 2
(E) 7/4

229. (UFRGS) A sequência representada, na figura abaixo, é formada por infinitos triângulos equiláteros. O lado do primeiro triângulo mede 1, e a medida do lado de cada um dos outros triângulos é $\frac{2}{3}$ da medida do lado do triângulo imediatamente anterior.
A soma dos perímetros dos triângulos dessa sequência infinita é



a) 9.
b) 12.
c) 15.
d) 18.
e) 21.

230. (UFRGS) Um engenheiro deseja colocar cinco colunas igualmente espaçadas entre duas já existentes, de modo a suportar a viga AB, conforme a figura. As alturas das colunas formarão uma progressão



(A) geométrica de razão 1/3
(B) aritmética de razão 1/3
(C) geométrica de razão 1/5
(D) aritmética de razão 1/5
(E) aritmética de razão 2/3

---

231. (UFPA) A soma da série infinita $1+\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+\ldots$ é

(A) $\frac{6}{5}$
(B) $\frac{7}{5}$
(C) $\frac{5}{4}$
(D) 2
(E) $\frac{7}{4}$

---

232. (FUVEST) Dado um quadrado Q_1 cujo lado tem comprimento *l* = 1, considere a sequência infinita de quadrados $\{Q_1, Q_2, Q_3, \ldots\}$ onde cada quadrado é obtido unindo-se os pontos médios dos lados do quadrado anterior. A soma das áreas de todos os quadrados da sequência é:

(A) 4
(B) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$
(C) $\frac{4}{3}$
(D) 2
(E) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

233. (UFSCAR) Uma bola cai de uma altura de 30m e salta, cada vez que toca o chão, dois terços da altura da qual caiu. Seja h(n) a altura da bola no salto de número n. A expressão matemática para h(n) é

(A) $30.\left(\frac{2}{3}\right)^n$
(B) $2/3.(30)^n$
(C) 20.n
(D) 2/3.n
(E) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

---

234. (PUCRS) Na 2ª feira, foram colocados 3 grãos de feijão num vidro vazio. Na 3ª feira, o vidro recebeu 9 grãos, na 4ª feira, 27 e assim por diante. No dia em que recebeu 2187 grãos, o vidro ficou completamente cheio, isso ocorreu:

(A) num sábado
(B) num domingo
(C) numa 2ª feira
(D) no 10º dia
(E) no 30º dia

---

235. (CESGRANRIO) Um artigo custa hoje Cr$ 100,00 e seu preço é aumentado, mensalmente, em 12% sobre o preço anterior. Se fizermos uma tabela do preço desse artigo mês a mês, obteremos uma progressão:

(A) aritmética de razão 12.
(B) aritmética de razão 0,12.
(C) geométrica de razão 12.
(D) geométrica de razão 1,12.
(E) geométrica de razão 0,12.

---

236. (UFRGS) O primeiro termo de uma progressão geométrica em que $a_3 = 1$ e $a_5 = 9$ é:

(A) 1/27
(B) 1/9
(C) 1/3
(D) 1
(E) 0

237. (PUCMG) O número de assinantes de uma revista de circulação na grande BH aumentou, nos quatro primeiros meses de 2005, em progressão geométrica, conforme assinalado na tabela abaixo:

Mês	janeiro	fevereiro	março	abril
Número de assinantes	5 000	5 500	6 050	–

Com base nessas informações, pode-se afirmar que, de fevereiro para abril, o número de assinantes dessa revista teve um aumento igual a:

(A) 1.050
(B) 1.155
(C) 1.510
(D) 1.600
(E) n.d.a.

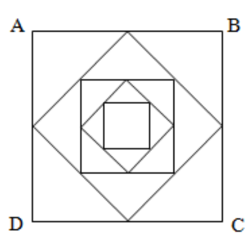
---

238. (FURG) Se os números 1, a, b formam nessa ordem uma progressão aritmética, e se os números 1, 7, a + 46 formam nessa ordem uma progressão geométrica, então

(A) a + b = 6
(B) a + b = 8
(C) ab = 6
(D) ab = 7
(E) ab = 3

---

239. (UFSM) No piso do *hall* de entrada do *shopping,* foi desenhado um quadrado Q_1 de 10 m de lado, no qual está inscrito um segundo quadrado Q_2, obtido da união dos pontos médios dos lados do quadrado anterior e, assim, sucessivamente, Q_3, Q_4, ..., formando uma sequência infinita de quadrados, segundo a figura.



Dessa forma, a soma das áreas dos quadrados é de

(A) 25 m²
(B) $25\sqrt{2}$ m²
(C) 200 m²
(D) $50\sqrt{2}$ m²
(E) $100(2+\sqrt{2})$ m²

240. (UFRGS) Para fazer a aposta mínima na Megassena uma pessoa deve escolher 6 números diferentes em um cartão de apostas que contém os números de 1 a 60. Uma pessoa escolheu os números de sua aposta, formando uma progressão geométrica de razão inteira.

Com esse critério, é correto afirmar que

(A) essa pessoa apostou no número 1.
(B) a razão da PG é maior do que 3.
(C) essa pessoa apostou no número 60.
(D) a razão da PG é 3.
(E) essa pessoa apostou somente em números ímpares.

---

241. (PUCRS) Numa PG de termos positivos $\mathbf{a_8 . a_{14} = 400}$.
O valor numérico do produto $\mathbf{a_1 . a_{11} . a_{21}}$ é

(A) 400.
(B) 600.
(C) 800.
(D) 4000.
(E) 8000.

---

242. (UFRGS) Associe as sequências numéricas (coluna da esquerda) ao termo geral mais adequado (coluna da direita), considerando $n \geq 0$, inteiro.

(1) $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \ldots$ ( ) $a_n = (\sqrt{2})^{1-n}$
(2) $\sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \ldots$ ( ) $a_n = (\sqrt{2})^{1-2n}$
(3) $\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \ldots$ ( ) $a_n = (\sqrt{2})^{n+1}$
(4) $\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}, \ldots$ ( ) $a_n = (\sqrt{2})(1-n)$

Associando-se os termos gerais as respectivas sequências, obtém-se, na coluna da direita, de cima para baixo

(A) 1 - 2 - 3 – 4
(B) 2 - 1 - 3 – 4
(C) 1 - 3 - 2 – 4
(D) 2 - 3 - 1 – 4
(E) 3 - 4 - 2 - 1

243. (UFRGS) Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.

Na Etapa 1, há um único quadrado com lado 10. Na Etapa 2, esse quadrado foi dividido em quatro quadrados congruentes, sendo um deles retirado, como indica a figura. Na Etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior.

Nessas condições, a área restante na Etapa 6 será de

(A) $100\left(\frac{1}{4}\right)^5$
(B) $100\left(\frac{1}{3}\right)^6$
(C) $100\left(\frac{1}{3}\right)^5$
(D) $100\left(\frac{3}{4}\right)^6$
(E) $100\left(\frac{3}{4}\right)^5$

---

244. (UECE) Seja (b_1, b_2, b_3, b_4) uma progressão geométrica de razão 1/3. Se $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 20$, então b_4 é igual a:

(A) 1/2
(B) 3/2
(C) 5/2
(D) 7/2
(E) 1

---

245. (UFRGS) Na progressão geométrica $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ onde o 1° termo é igual à soma de todos os demais, o valor da razão é:

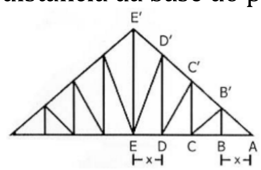
(A) -1
(B) -1/2
(C) ¼
(D) ½
(E) 1

246. (UFRGS) Numa progressão aritmética de razão 1/2, o primeiro, o sétimo e o décimo nono termo formam, nesta ordem, uma progressão geométrica cuja soma dos termos é

(A) 17.
(B) 18.
(C) 19.
(D) 20.
(E) 21.

---

247. (UFRGS) A figura abaixo representa a estrutura de madeira que apóia o telhado de um pavilhão. A altura do pilar EE' é de y metros. A distância entre dois pilares consecutivos quaisquer é de x metros, assim como a distância da base do pilar BB' ao ponto A.



Então, a sequência das alturas dos pilares BB', CC' e DD' forma uma progressão

(A) aritmética de razão 1/4
(B) aritmética de razão y/4
(C) aritmética de razão x/4
(D) geométrica de razão 1/4
(E) geométrica de razão x.y/4

---

248. (UFSM) "A matemática é um saco?" Talvez não, pelo menos depois de ler esse livro de Devlin, um norte-americano especialista em neurolinguística. Ele mostra que o raciocínio numérico é instintivo no ser humano e se baseia no mesmo princípio que rege a linguagem: a habilidade de lidar com símbolos. A partir daí, analisa o funcionamento do nosso cérebro e ressalta a beleza da matemática - a ciência dos padrões.

Superinteressante, junho, 2004. p. 91.

Lembrando que "o raciocínio numérico é instintivo no ser humano e se baseia (...) na habilidade de lidar com símbolos", a expressão do termo geral de uma progressão aritmética, formada de números naturais cuja soma dos n primeiros termos é dada por $S_n = 2n^2$, é

(A) 2n – 4
(B) 4n – 2
(C) 2n
(D) 4n
(E) 4 - 2n

249. (UFSM) Dado o sistema

$x + y + z + t = 2$
$x + y + z = 0$
$x + y + t = 1$
$x + z + t = 2$

os valores de x, y, z e t, nessa ordem, que satisfazem o sistema,

(A) formam uma P.G. crescente.
(B) formam uma P.G. decrescente.
(C) formam uma P.A. decrescente.
(D) formam uma P.A. crescente.
(E) são todos iguais.

---

250. (Puccamp) Funções exponenciais e progressões geométricas podem ser relacionadas de maneira natural. Por exemplo, para todo n inteiro e positivo, a função $f(x) = 5.\sqrt{3^x}$ relaciona-se com a progressão geométrica (a_n), de termo geral $a_n = f(n)$, na qual

(A) a razão é 3
(B) a razão é $\sqrt{3}$
(C) $a_4 = 30$
(D) $a_5 = 60$
(E) os termos decrescem.

ESTATÍSTICA BÁSICA

Questões de estatística sempre estiveram presentes nos mais diversos concursos e vestibulares do país. O apelo por tal conteúdo se dá, principalmente, pela larga aplicabilidade no cotidiano dos mais diversos ramos de atividade. Além disso, basta abrir algum jornal e lá encontraremos não apenas um, mas diversos gráficos; dos mais variados: setores circulares, histogramas, gráfico de colunas, barras, etc.

Informações percentuais, médias, manipulações numéricas em geral, sempre são pontuadas em suas matérias. Por isso, muito de seu conteúdo é sabido pelo empirismo, pela leitura. Entretanto, alguns termos técnicos devem ser conhecidos, além de fórmulas práticas que agilizam o processo algébrico.

O curso oferecido nas próximas páginas tem o intuito de lhe familiarizar com tais conceitos e doutriná-lo na arte de interpretar e avaliar a forma mais eficaz de resolução desses problemas.

ESTATÍSTICA BÁSICA

A ciência encarregada de coletar, organizar e interpretar dados é chamada de *estatística*. Seu objetivo é obter compreensão sobre os dados coletados. Muitas vezes utiliza-se de técnicas probabilísticas, a fim de prever um determinado acontecimento.

Nomenclatura

População: quantidade total de indivíduos com mesmas características submetidos a uma determinada coleta de dados.

Amostra: parte de uma população, onde se procura tirar conclusões sobre a população.

Frequência Absoluta: quantidade de vezes que determinado evento ocorreu.

Frequência Relativa: é a razão entre a frequência absoluta e a quantidade de elementos da população estatística. É conveniente a representação da frequência relativa em forma percentual.

Exemplo:

Numa prova de matemática a nota 6 foi obtida por cinco alunos. Sabendo que essa turma possui um total de 20 alunos, qual a frequência relativa dessa nota?

Representação Gráfica

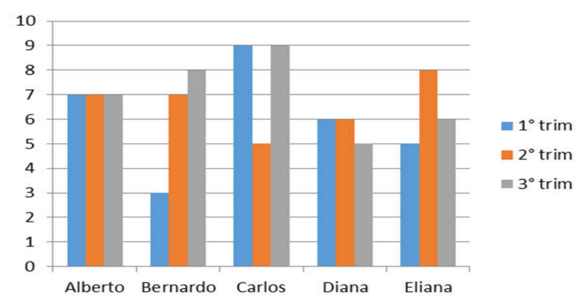
O uso do gráfico nas representações de situações estatísticas é de grande valia, pois auxilia na visualização dos dados. É prudente, porém, observar o tipo de gráfico escolhido para a representação, pois um gráfico inadequado pode omitir dados.

Os tipos de gráficos mais comuns são: o gráfico de colunas, de barras, o histograma, o gráfico de setores, também chamado de "torta" ou "pizza" e o gráfico de linha poligonal.

Gráfico de Colunas

Exemplo:

Distribuição das notas de Matemática de cinco alunos da 2ª série, ao longo do ano de 2008.



Responda:

a) Qual o aluno mais regular dessa turma?

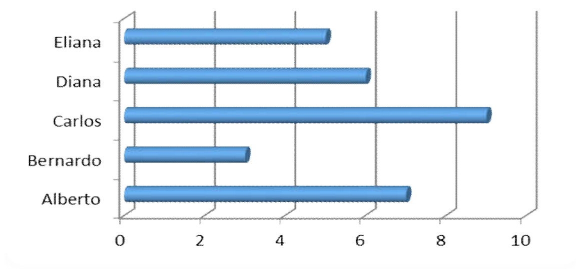
b) Qual aluno ficou com média 6?

c) Qual aluno teve desempenho crescente ao longo do ano?

Gráfico de barras

Exemplo:

Salário mensal dos engenheiros da empresa "Minérios Brasil".



Valores em milhares de reais.

Responda:

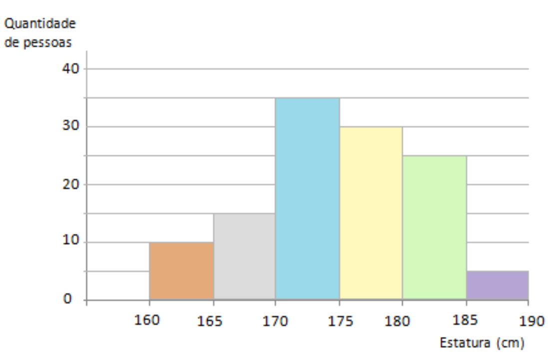
a) Qual o salário médio dos engenheiros na Minérios Brasil?

b) Qual o engenheiro mais remunerado?

Histograma

Exemplo:

Estatura dos alunos do curso de Física.



Responda:

a) Quantos alunos possuem estatura entre 1,70m e 1,80?

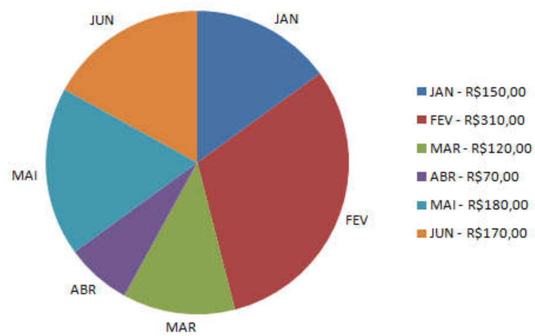
b) Quantos alunos tem mais do que 1,90m?

c) Quantos alunos responderam à pesquisa?

Gráfico de Setores

Exemplo:

Durante o primeiro semestre de 2009 a fatura telefônica de uma residência ficou distribuída conforme o gráfico:



Responda:

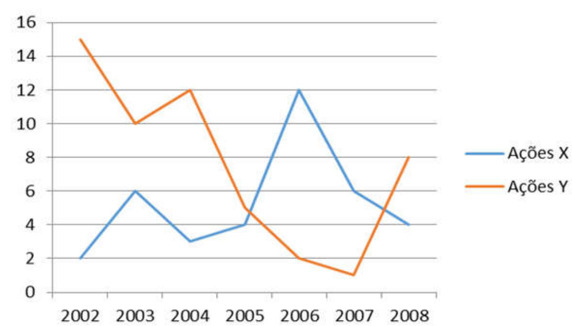
a) Qual o ângulo central no mês de fevereiro?

b) Qual o valor do menor ângulo central no gráfico acima?

Linha Poligonal

Exemplo:

Do ano 2002 a 2008 o mercado financeiro registrou uma grande oscilação no valor das ações X e Y, conforme representado no gráfico a seguir:



Valores em R$

Responda:

a) Em relação a 2002, as ações X, no fechamento de 2008, tiveram qual variação percentual?

b) Em 2006 qual era a ação mais valorizada?

Medidas de tendência central

Média Aritmética (M_a)

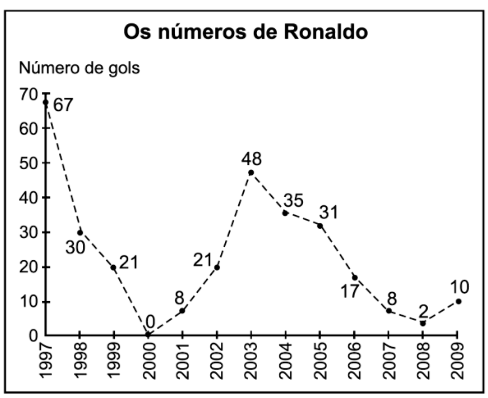
$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Exemplo:

a) Calcular a média aritmética entre os números 5, 7, 4 e 8.

---

b) Observe o gráfico abaixo:



Disponível em: <http://colunistas.ig.com.br/futebolemnumeros>. Acesso em: 20 dez. 2010.

O gráfico mostra o número de gols por temporada, marcados pelo atacante brasileiro Ronaldo "fenômeno", até maio de 2009.
Se não for considerado o ano de 2000, em que o craque esteve em tratamento de uma séria lesão no joelho e praticamente não jogou, a sua média de gols entre 1997 e 2008 foi de, aproximadamente,

(A) 26,18
(B) 25,84
(C) 25,52
(D) 25,26
(E) 24,92

Média Ponderada (M_p)

$$M_p = \frac{x_1 \cdot P_1 + x_2 \cdot P_2 + \ldots + x_n \cdot P_n}{P_1 + P_2 + \ldots + P_n}$$

Exemplo:

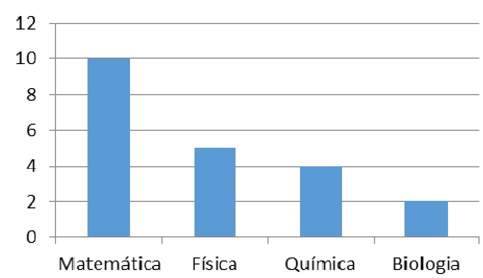
Nas quatro avaliações da disciplina de matemática um aluno obteve as seguintes notas: 3, 9, 4 e 6. Sabendo que seus pesos são 1, 2, 2 e 3 respectivamente, qual foi a média final deste aluno?

Média Harmônica (M_h)

$$M_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$

Exemplo:

O gráfico abaixo mostra o desempenho de um aluno nas disciplinas exatas. Determine sua média harmônica.



Média Geométrica (M_g)

$$M_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$$

Exemplo:

Determine a média geométrica entre 6, 8 e 36.

Mediana (Md)

A mediana é o valor central dos dados estatísticos dispostos em ordem crescente ou decrescente. Se o número de dadas do rol for par, temos que a mediana é a média aritmética dos dois valores centrais.

Exemplos:

a) A mediana dos dados 1, 16, 4, 5, 9, 2, 3, 12, 17 é

b) A mediana em 15, 12, 10, 2 vale

c) O Departamento de Comércio Exterior do Banco Central possui 30 funcionários com a seguinte distribuição salarial em reais.

Nº de funcionários	Salário em R$
10	2.000,00
12	3.600,00
5	4.000,00
3	6.000,00

Quantos funcionários que recebem R$ 3.600,00 devem ser demitidos para que a mediana desta distribuição de salários seja de R$ 2.800,00?

(A) 8
(B) 11
(C) 9
(D) 10
(E) 7

Moda (Mo)

A moda de um rol de números é o valor que ocorre com maior frequência. A moda pode não existir e também não ser única.

Exemplos:

a) O conjunto de números: 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 9 tem Mo = ____.

b) O conjunto de números: 7, 6, 6, 8, 8, 9 tem
Mo = ______ e Mo = ______.
É, portanto, dito bimodal.

c) Seja o rol de dados: 1, 3, 7, 9, 10. Como todos os dados têm a mesma frequência, dizemos que não existe moda.

d) As 10 medidas colhidas por um cientista num determinado experimento, todas na mesma unidade, foram as seguintes:

1,2 1,2 1,4 1,5 1,5 2,0 2,0 2,0 2,0 2,2.

Ao trabalhar na análise estatística dos dados, o cientista esqueceu-se, por descuido, de considerar uma dessas medidas. Dessa forma, comparando os resultados obtidos pelo cientista em sua análise estatística com os resultados corretos para esta amostra, podemos afirmar que:

(A) a moda e a média foram afetadas.
(B) a moda não foi afetada, mas a média foi.
(C) a moda foi afetada, mas a média não foi.
(D) a moda e a média não foram afetadas.
(E) N.D.A.

Medidas de dispersão

As medidas de dispersão determinam o "quanto" os dados ficam afastados da média. A sua principal característica é apontar se os dados analisados tem certa regularidade ou não. Quando mais alto o seu valor, mais heterogêneos são os dados submetidos à análise.

Variância (Var)

$$V_{ar} = \frac{(x_1 - Ma)^2 + (x_2 - Ma)^2 + \ldots + (x_n - Ma)^2}{n}$$

Exemplos:

a) As notas de Klaus em Biologia foram 2, 8, 6 e 4. Determine a variância nesse rol.

b) Exemplo:

As notas de Klaus em Matemática foram 4, 5, 6 e 5. Determine a variância nesse rol.

Observação

Se fossem anunciadas apenas as variâncias das notas de Klaus, em Biologia e Matemática, imediatamente poderíamos inferir que o aluno é mais regular em __________________, pois a variância em suas notas é _________.

Desvio Padrão (Dp)

$$D_p = \sqrt{V_{ar}}$$

Exemplos:

a) Qual o desvio padrão dos valores 3, 5 e 10?

---

b) O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
domingo	3
segunda	4
terça	6
quarta	9
quinta	5
sexta	7
sábado	8

Sobre as informações contidas nesse quadro, diga quais das seguintes afirmativas estão corretas.

I. O número médio de chamadas dos últimos sete dias foi 6.

II. A variância dos dados é 4.

III. O desvio padrão dos dados é $\sqrt{2}$

Exercícios de Casa

251. A nota final para uma disciplina de uma instituição de ensino superior é a média ponderada das notas A, B e C, cujos pesos são 1, 2 e 3 respectivamente. Paulo obteve $A = 3{,}0$ e $B = 6{,}0$. Quanto ele deve obter em C para que sua nota final seja 6,0?

(A) 7,0
(B) 9,0
(C) 8,0
(D) 10,0
(E) 6,0

252. A tabela abaixo mostra a quantidade de rebanho bovino e a área de pastagens entre 1970 e 2006 na região Centro-Oeste.

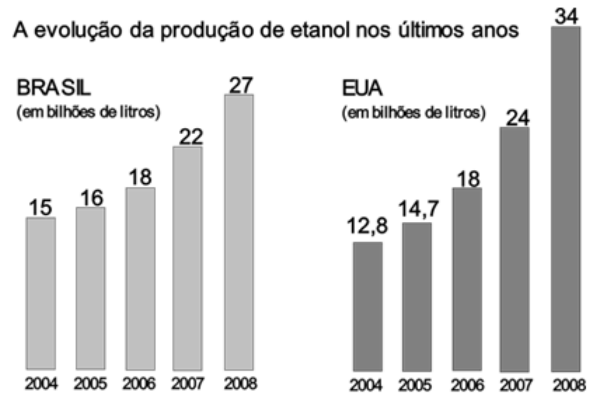
Período	Plantel (milhões de cabeças)	Pastagens (milhões de hectares)
1970	17,25	55,48
1975	24,75	61,31
1980	33,26	67,67
1985	36,12	59,24
1995	50,77	62,76
2006	53,75	56,84

GLOBORURAL. São Paulo, n. 22, set. 2008, p. 25. Especial Centro-Oeste. (Adaptado).

De acordo com os dados apresentados nessa tabela,

(A) De 1970 a 2006, a área de pastagens sempre aumentou de um ano para outro.
(B) Em 1980, cada animal ocupava em média uma área superior a 2 hectares.
(C) De 1970 a 2006, a área de pastagens aumentou na mesma proporção que o plantel de bovinos.
(D) Em 2006, a média de animais por hectare era aproximadamente igual ao dobro da média de animais por hectare em 1970.
(E) Em 2006, o rebanho representava cinco vezes o rebanho em 1970.

253. Os gráficos abaixo mostram a evolução da produção de etanol no Brasil e nos Estados Unidos, no período de 2004 a 2008.



GLOBORURAL. São Paulo n. 75, set. 08, p. 63. (Adaptado).

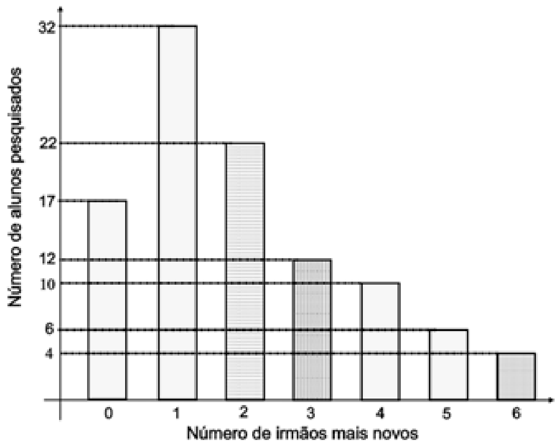
De acordo com os dados apresentados nos gráficos acima,

A) A taxa de crescimento da produção dos Estados Unidos, de 2004 para 2008, foi de 265%.
(B) No período de 2004 a 2006, a produção total americana foi superior à brasileira.
(C) O aumento da produção no Brasil, de 2007 para 2008, representou 30% do aumento da produção dos Estados Unidos, no mesmo período.
(D) No período de 2004 a 2008, a produção média americana foi superior à produção média brasileira.
(E) Na safra de 2008, os dois países produziram juntos mais de 65 bilhões de litros.

254. Seja x um inteiro positivo menor que 21. Se a mediana dos números 10, 2, 5, 2, 4, 2 e x é igual a 4, então, o número de possibilidades para x é

(A) 13.
(B) 14.
(C) 15.
(D) 16.
(E) 17.

255. Uma escola realiza uma pesquisa junto a todos os seus alunos da quinta série para saber a existência de irmãos mais novos na família e obteve os dados mostrados no gráfico ao lado.



Sobre os alunos matriculados na quinta série dessa escola, assinale o que for correto.

01. O número total de crianças matriculadas na quinta série dessa escola com pelo menos um irmão mais novo é 86.
02. O número mediano de irmãos mais novos é 1.
04. O número médio de irmãos mais novos é 2.
08. O percentual de alunos com mais de três irmãos mais novos é exatamente 20%.
16. Excluindo-se a primeira barra do gráfico, o número médio de irmãos mais novos diminui.

256. (ENEM) Os gráficos 1 e 2 a seguir mostram, em milhões de reais, o total do valor das vendas que uma empresa realizou em cada mês, nos anos de 2004 e 2005.

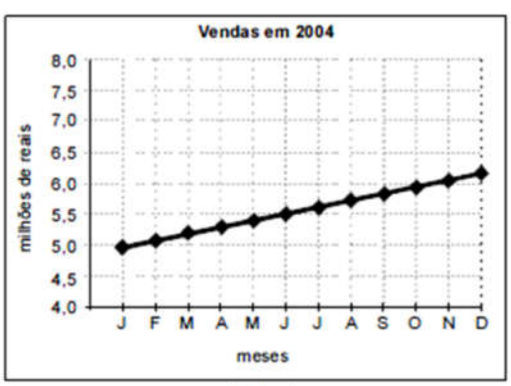


Gráfico 1

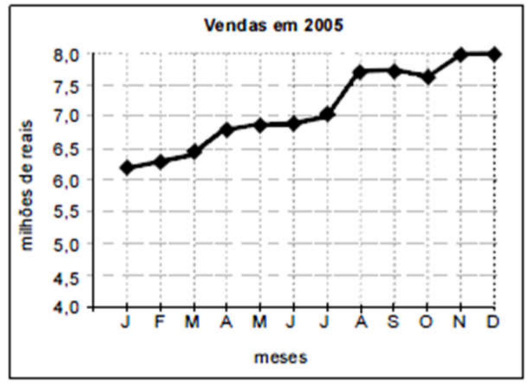


Gráfico 2

Como mostra o gráfico 1, durante o ano de 2004, houve, em cada mês, crescimento das vendas em relação ao mês anterior. A diretoria dessa empresa, porém, considerou muito lento o ritmo de crescimento naquele ano. Por isso, estabeleceu como meta mensal para o ano de 2005 o crescimento das vendas em ritmo mais acelerado que o de 2004. Pela análise do gráfico 2, conclui-se que a meta para 2005 foi atingida em

(A) janeiro, fevereiro e outubro.
(B) fevereiro, março e junho.
(C) março, maio e agosto.
(D) abril, agosto e novembro.
(E) julho, setembro e dezembro.

257. (ENEM) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0. Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

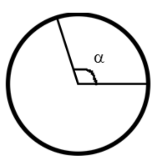
(A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
(B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
(C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
(D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
(E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

258. Dados os números reais positivos a e b e sua média harmônica (h), julgue verdadeiro ou falso os itens a seguir.

01. Se b é o dobro de a, então a média harmônica entre a e b é 4a/3.
02. Se a = 7 e b = 5, então h > $\sqrt{35}$.
03. Se os números positivos a, b, c, nesta ordem, formam uma progressão aritmética, então 1/b é a média harmônica entre 1/a e 1/c.
04. A média harmônica entre dois números positivos e distintos é menor do que a média aritmética desses números.

---

259. Um certo professor da UFPA, ao saber que seus alunos, às sextas-feiras, eram assíduos frequentadores do forró do Vadião, resolveu fazer uma pesquisa para saber qual a frequência relativa de cada aluno ao forró, durante o semestre letivo. Sabendo que durante o semestre houve doze sextas-feiras úteis no calendário da UFPA e que, portanto, doze forrós se realizaram, o professor, na pesquisa realizada, que envolveu seus 40 alunos, constatou que 6 alunos não foram a nenhum forró, 5 alunos foram a 2 forrós, 9 alunos foram a 5 forrós, 11 alunos foram a 10 forrós e o restante frequentou todos os forrós.
Com essas informações, o professor resolveu montar um gráfico de setor em formato de pizza.



Sabendo-se que o ângulo do setor circular (fatia de pizza) é dado pelo produto entre a frequência relativa e 360°, qual o ângulo α, aproximadamente, do setor circular (da fatia) que representa o percentual, em relação aos 40 alunos, daqueles que foram ao forró 10 vezes?

(A) 103°
(B) 105°
(C) 101°
(D) 99°
(E) 104°

260. (ENEM) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

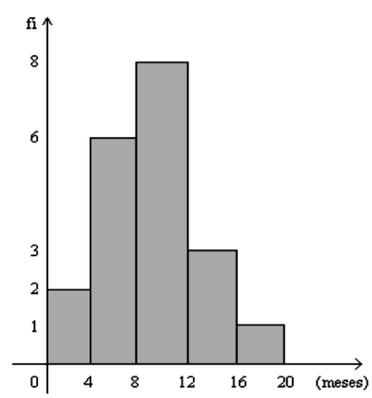
Mês	**Cotação**	**Ano**
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

(A) R$ 73,10.
(B) R$ 81,50.
(C) R$ 82,00.
(D) R$ 83,00.
(E) R$ 85,30.

---

261. O histograma de frequências abaixo mostra as vendas de um determinado produto ao longo de 20 meses em uma loja A.

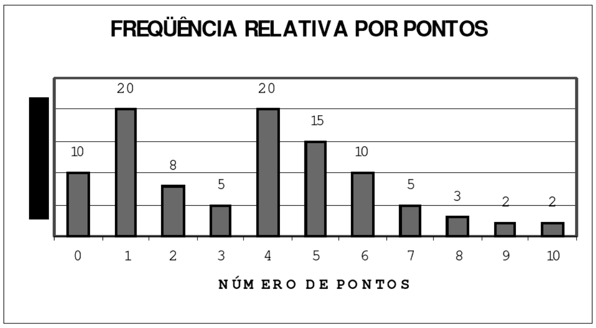


Após um estudo sobre as vendas desse produto, no mesmo período, em duas outras lojas B e C, observou-se que a variância na loja B é 9 e o desvio padrão na loja C é 4. Pode-se concluir que a (o)

(A) A variância na loja A é 15.
(B) O produto tem uma venda mais regular na loja A.
(C) A quantidade de vendas do produto na loja A ao longo do período analisado foi de 18 unidades.
(D) O desvio padrão na loja B é 81.
(E) O produto tem uma venda mais regular na loja C.

---

262. O gráfico a seguir fornece a frequência relativa por classe de pontos obtidos pelos alunos, em uma prova de 0 a 10 pontos. A nota na prova é atribuída pela frequência acumulada relativa na classe.



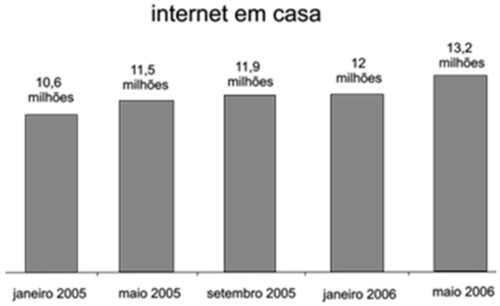
Ao aluno que obteve 7 (sete) pontos nessa prova, será atribuída nota igual a

(A) 43
(B) 63
(C) 78
(D) 88
(E) 93

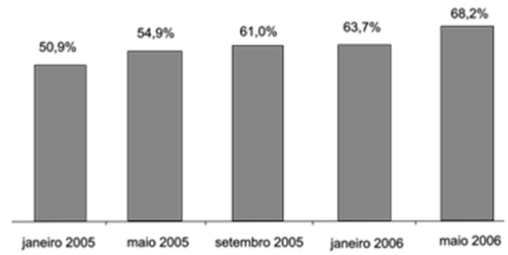
---

263. (UFRGS) Os gráficos abaixo mostram que o número de brasileiros com acesso à internet em casa evoluiu bastante e que esses usuários estão deixando de se conectar pela linha telefônica para usar a banda larga como plano de acesso mais rápido.

Número de brasileiros com acesso à internet em casa



Percentual de brasileiros com acesso à internet em casa por banda larga



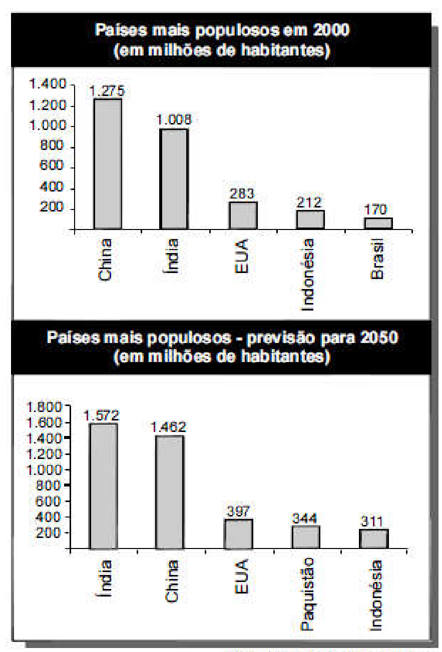
Adaptado de: Veja, 12 jul. 2006.

De acordo com essas informações, de janeiro de 2005 a maio de 2006, o número dos usuários da internet que utilizavam banda larga em casa cresceu entre

(A) 47% e 51%
(B) 51% e 57%
(C) 57% e 65%
(D) 65% e 75%
(E) 75% e 87%

Texto para as próximas duas questões

Nos últimos anos, ocorreu redução gradativa da taxa de crescimento populacional em quase todos os continentes. A seguir, são apresentados dados relativos aos países mais populosos em 2000 e também as projeções para 2050.



Internet: <www.ibge.gov.br>.

264. (ENEM) Com base nas informações acima é correto afirmar que, no período de 2000 a 2050,

(A) a taxa de crescimento populacional da China será negativa.
(B) a população do Brasil duplicará.
(C) a taxa de crescimento da população da Indonésia será menor que a dos EUA.
(D) a população do Paquistão crescerá mais de 100%.
(E) a China será o país com maior taxa de crescimento populacional do mundo.

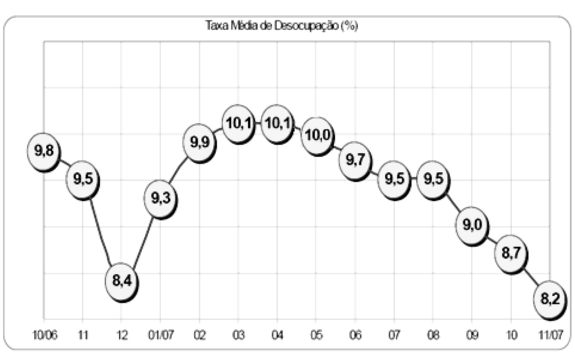
---

265. (ENEM) Com base nas informações dos gráficos mostrados, suponha que, no período 2050-2100, a taxa de crescimento populacional da Índia seja a mesma projetada para o período 2000-2050. Sendo assim, no início do século XXII, a população da Índia, em bilhões de habitantes, será

(A) inferior a 2,0.
(B) superior a 2,0 e inferior a 2,1.
(C) superior a 2,1 e inferior a 2,2.
(D) superior a 2,2 e inferior a 2,3.
(E) superior a 2,3.

---

266. Os índices de desemprego constituem um importante indicador para os formuladores da política econômica do País. O gráfico a seguir mostra a evolução da Taxa Média de Desocupação de OUTUBRO de 2006 a NOVEMBRO de 2007, medida pelo IBGE, nas seis regiões metropolitanas: Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.
Taxa Média de Desocupação é a porcentagem das pessoas desocupadas em relação às pessoas economicamente ativas.



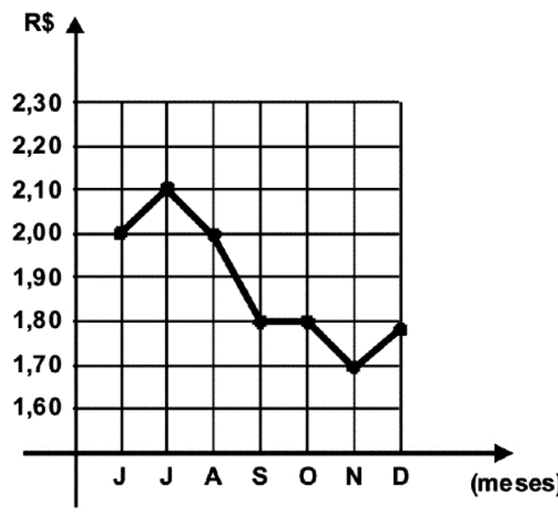
FONTE: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Com base no gráfico apresentado, pode-se afirmar que:

(A) A média aritmética é aproximadamente 9,3 e a moda é igual a 9,4.
(B) A média aritmética é aproximadamente 9,5 e a moda é igual a 8,4.
(C) A média aritmética é aproximadamente 9,2 e a moda é igual a 9,4.
(D) A média aritmética é aproximadamente 9,6 e a moda é igual a 10,1.
(E) A média aritmética é aproximadamente 9,4 e a moda é igual a 9,5.

---

267. O gráfico abaixo mostra o valor, em reais, do dólar no dia 10 dos últimos 7 meses.



Vinícius comprou um carro usando um sistema de financiamento chamado leasing corrigido pela variação do dólar e suas prestações vencem exatamente no dia 10 de cada mês. Em julho, Vinícius pagou R$ 987,00 de prestação. Com base na tabela dada, a prestação do mês de novembro foi de:

(A) R$ 879,00
(B) R$ 816,00
(C) R$ 799,00
(D) R$ 786,00
(E) R$ 779,00

268. (ENEM) Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais
(em milhões de dólares)

Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor:

(A) inferior a 300 milhões de dólares.
(B) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
(C) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
(D) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
(E) superior a 600 milhões de dólares.

269. (FGV) Sejam os números 7, 8, 3, 5, 9 e 5 seis números de uma lista de nove números inteiros. O maior valor possível para a mediana dos nove números da lista é

(A) 5.
(B) 6.
(C) 7.
(D) 8.
(E) 9.

270. (FUVEST) Sabe-se que a média aritmética de 5 números inteiros distintos, estritamente positivos, é 16. O maior valor que um desses inteiros pode assumir é:

(A) 16
(B) 20
(C) 50
(D) 70
(E) 100

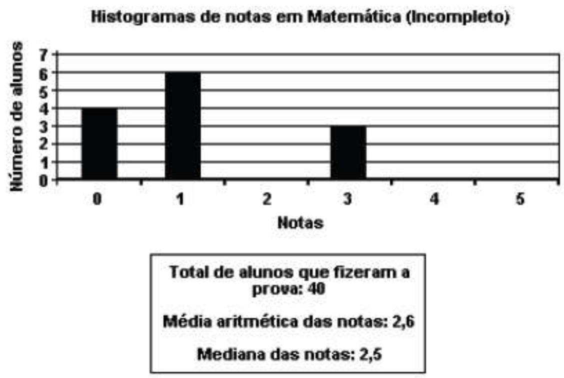
271. (UELondrina-PR) A média aritmética dos números a e b é $\frac{(a + b)}{2}$ e a média geométrica de a e b é $\sqrt{(a.b)}$. Dois números têm média aritmética 4,1 e média geométrica 4. A alternativa correta que apresenta o maior deles é:

(A) 1
(B) 4
(C) 2
(D) 8,2
(E) 5

272. (Unifesp) Para ser aprovado em um concurso, um estudante precisa submeter-se a três provas parciais durante o período letivo e a uma prova final, com pesos 1, 1, 2 e 3, respectivamente, e obter média no mínimo 7. Se um estudante obteve nas provas parciais as notas 5, 7 e 5, respectivamente, a nota mínima que necessita obter na prova final para ser aprovado é

(A) 9.
(B) 8.
(C) 7.
(D) 6.
(E) 5.

273. (UFJF) Um professor de matemática elaborou, através do computador, um histograma das notas obtidas pela turma em uma prova cujo valor era 5 pontos. Entretanto, o histograma ficou incompleto, pois este professor esqueceu-se de fornecer o número de alunos que obtiveram notas iguais a 2, 4 ou 5. Veja a ilustração a seguir.

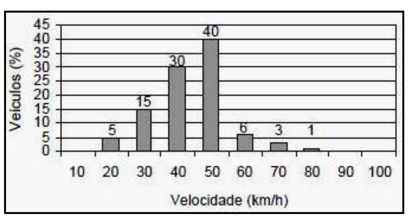


A moda dessas notas é:

(A) 1.
(B) 2.
(C) 3.
(D) 4.
(E) 5.

---

274. (ENEM) Um sistema de radar é programado para registrar automaticamente a velocidade de todos os veículos trafegando por uma avenida, onde passam em média 300 veículos por hora, sendo 55 km/h a máxima velocidade permitida. Um levantamento estatístico dos registros do radar permitiu a elaboração da distribuição percentual de veículos de acordo com sua velocidade aproximada. A velocidade média dos veículos que trafegam nessa avenida e, em km/h, de:

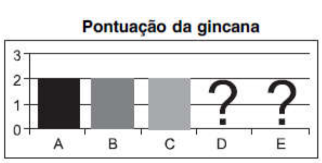


(A) 35
(B) 44
(C) 55
(D) 76
(E) 85

---

275. (ENEM) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A media das cinco equipes foi de 2 pontos.

As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente,

(A) 1,5 e 2,0.
(B) 2,0 e 1,5.
(C) 2,0 e 2,0.
(D) 2,0 e 3,0.
(E) 3,0 e 2,0.

---

276. (ENEM) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

(A) R$ 73,10.
(B) R$ 81,50.
(C) R$ 82,00.
(D) R$ 83,00.
(E) R$ 85,30.

---

277. (UFU) As 10 medidas colhidas por um cientista num determinado experimento, todas na mesma unidade, foram as seguintes:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

(A) 20,70.
(B) 20,77.
(C) 20,80.
(D) 20,85.
(E) 20,90.

278. (UFMG) Um carro, que pode utilizar como combustível álcool e gasolina misturados em qualquer proporção, é abastecido com 20 litros de gasolina e 10 litros de álcool.

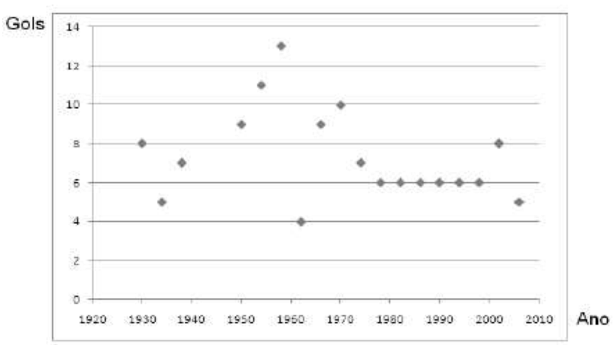
Sabe-se que o preço do litro de gasolina e do litro de álcool são, respectivamente, R$ 1,80 e R$ 1,20.
Nessa situação, o preço médio do litro do combustível que foi utilizado é de

(A) R$ 1,50.
(B) R$ 1,55.
(C) R$ 1,60.
(D) R$ 1,65.
(E) n.d.a.

---

279. (ENEM) O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.

Quantidades de gols dos artilheiros das copas do mundo



Disponível em: http://www.suapesquisa.com. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?

(A) 6 gols
(B) 6,5 gols
(C) 7 gols
(D) 7,3 gols
(E) 8,5 gols

280. (UFPEL) Em um concurso, as notas finais dos candidatos foram as seguintes:

Número de candidatos	Nota final
7	6,0
2	7,0
1	9,0

Com base na tabela anterior, é CORRETO afirmar que a variância das notas finais dos candidatos foi de

(A) 0,75.
(B) 0,65.
(C) $\sqrt{0,65}$
(D) $\sqrt{0,85}$
(E) 0,85.

---

281. (PUCRS) Quaisquer que sejam os números **m**, **n** e **p**, a média aritmética dos números $\frac{m}{2^p}$ e $\frac{n}{2^p}$ é:

(A) $\frac{m+n}{2^p}$

(B) $\frac{m+n}{2^{p+1}}$

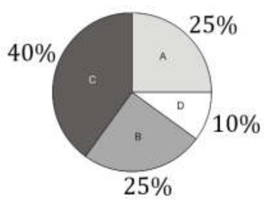
(C) $\frac{m+n}{2^{p+2}}$

(D) $\frac{m+n}{2^{p-1}}$

(E) $\frac{m+n}{4^p}$

---

282. (ENEM) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R$200,00; B = R$300,00; C = R$400,00 e D = R$600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

(A) 300,00.
(B) 345,00.
(C) 350,00.
(D) 375,00.
(E) 400,00.

---

283. (UFSM) A velocidade média em km/h é definida como o quociente do espaço percorrido, em quilômetros, pelo tempo gasto para percorrê-lo, em horas. Um automóvel percorreu a distância entre duas cidades, com velocidade média de 60 km/h e fez a viagem de regresso com velocidade média de 40 km/h. Então, pode-se afirmar que a velocidade média do percurso total, ida e volta, foi de:

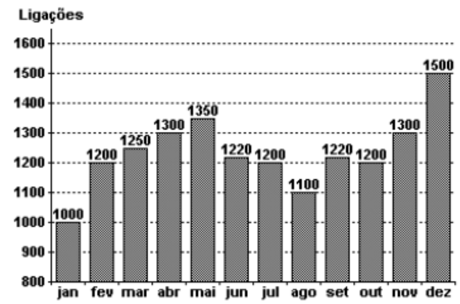
(A) 48 km/h
(B) 50 km/h
(C) 52 km/h
(D) 60 km/h
(E) 100 km/h

---

284. (FUVEST) Sabe-se que a média aritmética de 5 números inteiros distintos, estritamente positivos, é 16. O maior valor que um desses inteiros pode assumir é

(A) 16
(B) 20
(C) 50
(D) 70
(E) 100

285. (UNESP) O número de ligações telefônicas de uma empresa, mês a mês, no ano de 2005, pode ser representado pelo gráfico.

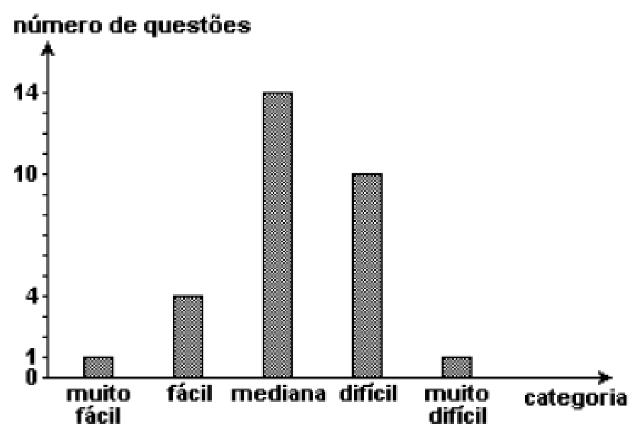


Com base no gráfico, pode-se afirmar que a quantidade total de meses em que o número de ligações foi maior ou igual a 1.200 e menor ou igual a 1.300 é:

(A) 2.
(B) 4.
(C) 6.
(D) 7.
(E) 8.

---

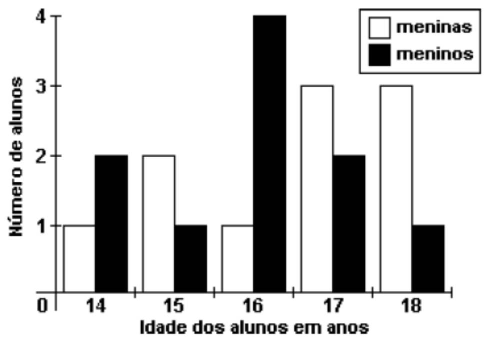
286. (UFRGS) As questões de Matemática do Concurso Vestibular da UFRGS de 2004 foram classificadas em categorias quanto ao índice de facilidade, como mostra o gráfico de barras a seguir.



Se esta classificação fosse apresentada em um gráfico de setores circulares, a cada categoria corresponderia um setor circular. O ângulo do maior desses setores mediria

(A) 80°.
(B) 120°.
(C) 157°.
(D) 168°.
(E) 172°.

287. (UFSCar) Num curso de iniciação à informática, a distribuição das idades dos alunos, segundo o sexo, é dada pelo gráfico seguinte.



Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar que:

(A) o número de meninas com, no máximo, 16 anos é maior que o número de meninos nesse mesmo intervalo de idades.
(B) o número total de alunos é 19.
(C) a média de idade das meninas é 15 anos.
(D) o número de meninos é igual ao número de meninas.
(E) o número de meninos com idade maior que 15 anos é maior que o número de meninas nesse mesmo intervalo de idades.

---

288. (PUC-MG) No concurso para o Tribunal de Alçada, os candidatos fizeram provas de Português, Conhecimentos Gerais e Direito, respectivamente com pesos 2, 4 e 6. Sabendo-se que cada prova teve o valor de 100 pontos, o candidato que obteve 68 em Português, 80 em Conhecimentos Gerais e 50 em Direito, teve média:

(A) 53
(B) 56
(C) 63
(D) 66
(E) 72

---

289. (FGV–SP) Em uma classe com 20 rapazes e 30 moças, foi realizada uma prova; a média dos rapazes foi 8 e a das moças, 7.A média da classe foi:

(A) 7,5
(B) 7,4
(C) 7,6
(D) 7,55
(E) 7,45

---

290. Sejam A e B as raízes da equação $2x^2 - 12x + 8 = 0$. Calcule a média aritmética e a média geométrica, respectivamente, de A e B.

(A) 3 e 2
(B) 2 e 3
(C) 1 e 2
(D) 2 e 1
(E) 4 e 4

EXPONENCIAIS

EXPONENCIAIS

Equações - 1° Tipo

São equações redutíveis a uma base comum e resolvidas eliminando as bases comuns nos dois lados da igualdade.

Exemplos

Determine a solução das equações exponenciais no conjunto universo *IR*

a) $2^{3x-1} = 32$

b) $3^{2-x} = \frac{1}{27}$

c) $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x+2} = 0{,}04$

d) $3^{x-1} \cdot 9^{x+2} \cdot 27^{x} = 1$

e) $100^{x^2} - 0{,}001 = 0$

f) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-3} = \frac{9}{25}$

g) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{6}\right)^{3}$

h) $\frac{1}{\sqrt{5}} = (0{,}2)^{3x}$

Equações - 2° Tipo

São equações resolvidas através da inserção de uma incógnita auxiliar no lugar da incógnita original e sua base.

Exemplos:

Determine a solução das equações exponenciais no conjunto universo IR

a) $4^x - 9.2^x + 8 = 0$

b) $9^x - 2.3^{x+1} + 3^2 = 0$

c) $25^x + 4.5^x - 5 = 0$

d) $4^{x+1} - 4.2^x + 1 = 0$

Função Exponencial

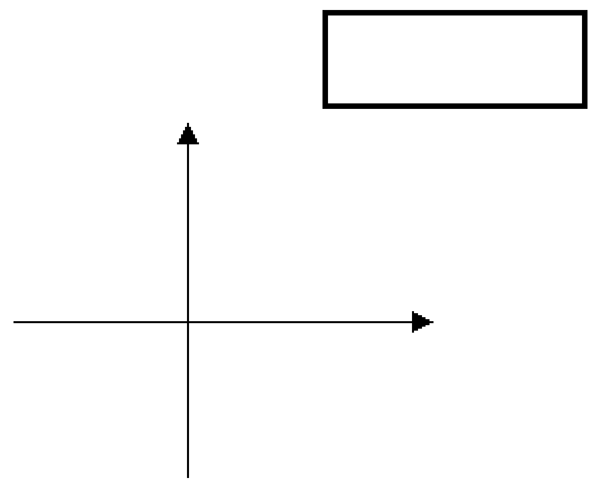
Chamamos de função exponencial qualquer função de $\Re$ em $\Re$, definida por:

$$f(x) = b^x$$

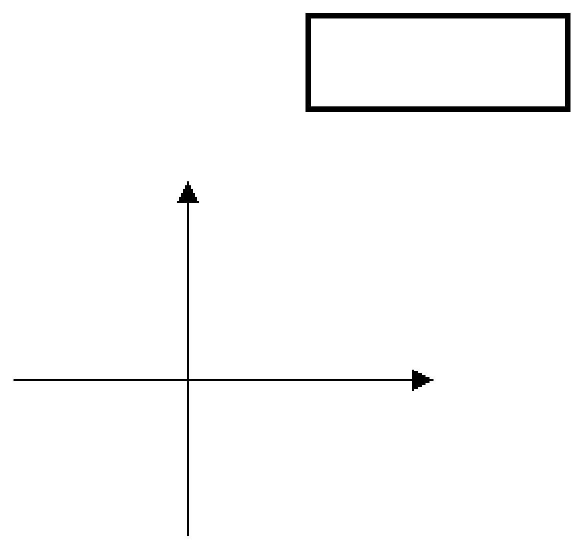
onde $\mathbf{a} \in \Re_+^*$ e $\mathbf{a} \neq 1$

Gráficos

Função Crescente

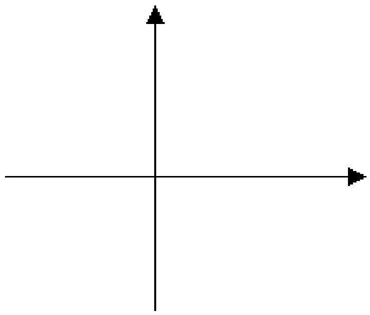


Função Decrescente

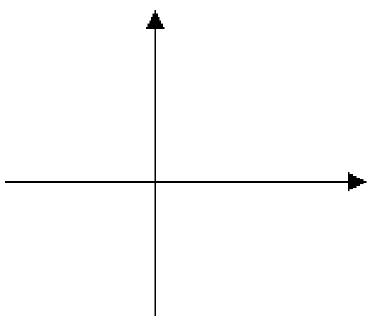


Esboce o gráfico das seguintes funções:

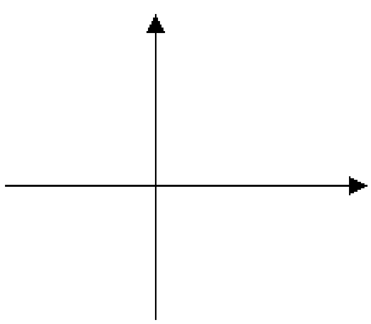
a) $f(x) = 10^x$



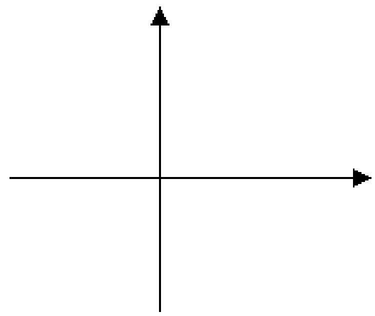
b) $f(x) = \left(\dfrac{1}{\pi}\right)^x$



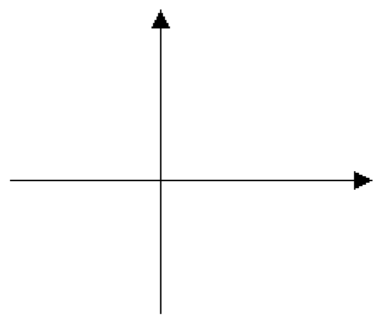
c) $y = 3^x - 2$



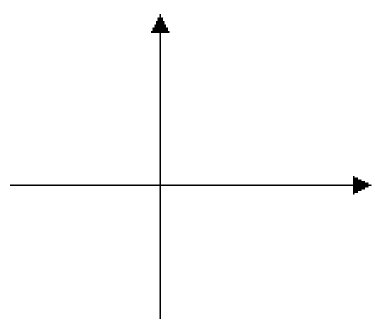
d) $f(x) = 10^{-x}$



e) $f(x) = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-x}$



f) $y = -2 \cdot 3^x$



Exercícios de Casa

291. (UNIFOR CE) No universo U =R, a equação $3^{x+1} - 9^{x} = 0$

(A) não admite soluções.
(B) admite uma única solução, que é um número natural.
(C) admite uma única solução, que é um número não inteiro.
(D) admite duas soluções distintas, que são números naturais.
(E) admite duas soluções, sendo uma delas um número irracional.

---

292. (UNIFOR CE) No intervalo R, a equação $22 + 2^{x} - 9 \cdot 2^{x} + 2 = 0$ admite

(A) uma única raiz
(B) duas raízes positivas, uma inteira e outra não inteira.
(C) duas raízes inteira de sinais contrários
(D) duas raízes inteira negativas
(D) quatro raízes inteira

---

293. (UEPG PR) Dada a equação $3^{2x} - 4.3^{x} + 3 = 0$, assinale o que for correto.

01. A soma entre suas raízes é 4 e o produto é 3
02. A soma entre suas raízes é nula.
04. Se s é a soma entre suas raízes, então 10s = 10
08. Se p é o produto entre suas raízes, então 3p =1
16. O produto entre suas raízes é um número ímpar.

---

294. (UFSM) O conjunto-solução da equação $(0{,}25)^{2x} = \sqrt{32}$ é

(A) $-\dfrac{5}{8}$

(B) $\dfrac{5}{8}$

(C) $\dfrac{1}{2}$

(D) $-\dfrac{5}{4}$

(E) $\dfrac{5}{4}$

295. (Mackenzie) A solução da equação $\left(\dfrac{9}{16}\right)^{x-3} = \left(\dfrac{12}{9}\right)^{x}$ é um número racional **x**, tal que

(A) $-1 \le x \le 0$
(B) $0 \le x \le 1$
(C) $1 \le x < 2$
(D) $2 \le x \le 3$
(E) $3 \le x \le 4$

---

296. (Santa Casa-SP) A equação $2^{2^{2x^2+1}} = 256$

(A) não admite soluções reais.
(B) admite 0 como solução.
(C) admite duas soluções reais positivas.
(D) admite uma única solução real, que é negativa.
(E) admite duas soluções reais, cuja soma é 0.

---

297. (PUCRS) Em uma cultura, o número de bactérias é dado por **$f(t) = 1000 \,.\, 3^{0,5t}$**, onde **t** é o tempo em horas. Quando o número de bactérias for 9000, o valor de **t** será

(A) 1.
(B) 2.
(C) 4.
(D) $1000 \,.\, 3^{4500}$
(E) 3000^{4500}

---

298. (UFSM) Num raio de x km, marcado a partir de uma escola de periferia, o Sr. Jones constatou que o número de famílias que recebem menos de 4 salários mínimos por $N(x) = K.\, 2^{2x}$, onde K é uma constante e x > 0. Se há 6.144 famílias nessa situação num raio de 5 km da escola, o número que você encontraria delas, num raio de 2 km da escola seria

(A) 2.048.
(B) 1.229.
(C) 192.
(D) 96.
(E) 48.

299. (ESPM) A soma das raízes reais da equação $\frac{9^x + 9}{10} = 3^x$ é igual a

(A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.
(E) 6.

---

300. O conjunto solução da equação $4^x + 2^{x+1} = 8$ é

(A) {-4, 2}
(B) {-2, 1}
(C) {2}
(D) {1}
(E) {-2}

---

301. (UNESP) Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei N(t) = $a.10^{L.t}$, onde N(t) é o número de bactérias em t horas, $t \geq 0$, e **a** e **L** são constantes estritamente positivas. Se após 2 horas o número inicial de bactérias, N(0), é duplicado, após 6 horas o número de bactérias

(A) 4a.
(B) $2a\sqrt{2}$.
(C) 6a.
(D) 8a.
(E) $8a\sqrt{2}$.

---

302. (UFRGS) A quantidade **Q** de uma certa medicação, presente no organismo do ser humano após **t** minutos da ingestão de $\mathbf{Q_0}$ unidades, é dada por $\mathbf{Q(t) = Q_0 \cdot 2^{-kt}}$, onde **k** é uma constante positiva. Sabe-se que a meia vida de uma medicação é o tempo necessário para que a quantidade inicial ingerida se reduza à metade. Se a meia-vida da mediação acima referida é 36 horas, o valor de **k** é

(A) $\frac{1}{36}$
(B) $\frac{1}{18}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) 18
(E) 36

---

303. (UECE-CE) Um empregado está executando a sua tarefa com mais eficiência a cada dia. Suponha que N = $640 \cdot (1 - 2^{-0,5t})$ seja o número de unidades fabricadas por dia por esse empregado, após *t* dias do início do processo de fabricação. Se, para $t = t_1$, N = 635, então t_1 é igual a:

(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 16
(E) n.d.a.

---

304. (PUCRS) A soma das raízes da equação $4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$ é:

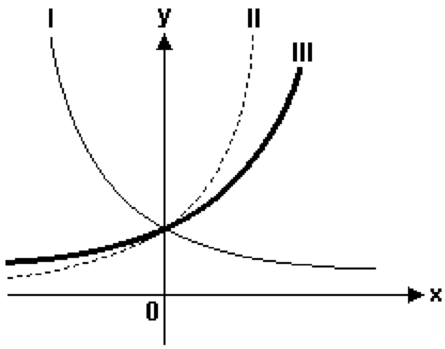
(A) -2
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

---

305. (FGV) Uma instituição financeira oferece um tipo de aplicação tal que, após t meses, o montante relativo ao capital aplicado é dado por $M(t) = C \cdot 2^{0,04t}$, onde C > 0.
O menor tempo possível para quadruplicar uma certa quantia aplicada nesse tipo de aplicação é

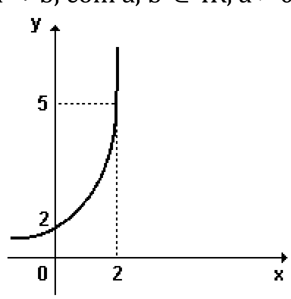
(A) 5 meses.
(B) 2 anos e 6 meses.
(C) 4 anos e 2 meses.
(D) 6 anos e 4 meses.
(E) 8 anos e 5 meses.

306. (Mackenzie) Na figura, os gráficos I, II e III referem-se, respectivamente, às funções $y = a^x$, $y = b^x$ e $y = c^x$. Então, está correto afirmar que



(A) $0 < a < b < c$
(B) $0 < b < c < a$
(C) $a < 0 < b < c$
(D) $0 < a < c < b$
(E) $a < 0 < c < b$

307. (UFSM) A figura mostra um esboço do gráfico da função $y = a^x + b$, com $a, b \in IR$, $a > 0$ e $a \neq 1$.



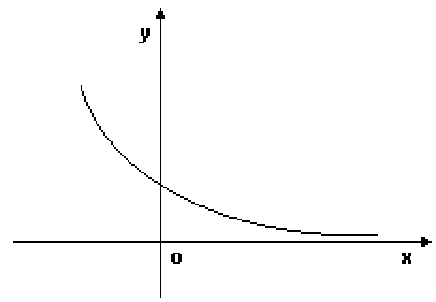
Então o valor de $a^2 - b^2$ é

(A) -3
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 3

308. (FUVEST) A equação $2^x = -3x + 2$, com x real,

(A) não tem solução.
(B) tem uma única solução entre 0 e 2/3.
(C) tem uma única solução entre - 2/3 e 0.
(D) tem duas soluções, sendo uma positiva e outra negativa.
(E) tem mais de duas soluções.

309. (UFMG) Observe a figura a seguir. Nessa figura, está representado o gráfico da função $f(x) = b^x$, $b > 0$.



Se $f(1) + f(-1) = 10/3$, a única afirmativa VERDADEIRA sobre o valor de b é

(A) $0 < b < 1/9$
(B) $2/9 < b < 4/9$
(C) $8/9 < b < 1$
(D) $1 < b < 4$
(E) $4 < b < 9$

310. (UFSM) Ao chegar a uma das livrarias do "shopping", um professor selecionou alguns livros de Matemática para o Ensino Médio, cujo conteúdo permitiu que ele elaborasse a questão a seguir. Resolva essa questão, assinalando a resposta correta.
O conjunto-solução da equação $(0{,}25)^{2x} = \sqrt{32}$ é

(A) {-5/8}
(B) {5/8}
(C) {1/2}
(D) {- 5/4}
(E) {5/4}

311. (UFPR) Para verificar a igualdade $2\sqrt{4^{2x^2+3}} = 256$, **x** deve valer

(A) 0
(B) +1
(C) -1
(D) ± 1
(E) $\pm\sqrt{2}$

312. (FGV) Resolvendo o sistema de equações
$$\begin{cases} 25^x \,.\, 125^y = \dfrac{1}{25} \\ 9^x \,.\, 27^{2y} = 3 \end{cases}$$
e multiplicando os valores de **x** e de **y** que satisfazem o sistema, teremos m = x.y. Qual será o valor de **m**?

(A) 4
(B) $-\frac{1}{6}$
(C) $-\frac{5}{2}$
(D) -6
(E) $\frac{1}{6}$

---

313. (FGV) A raiz da equação $\left(5^x - 5\sqrt{3}\right)\left(5^x + 5\sqrt{3}\right) = 50$ é

(A) - 2/3
(B) - 3/2
(C) 3/2
(D) 2/3
(E) 1/2

---

314. (CESGRANRIO) A solução de $2^{\frac{48}{x}} = 8$ é

(A) um múltiplo de 16
(B) um múltiplo de 9
(C) um número primo
(D) um divisor de 8
(E) um primo com 48

---

315. (FESP-SP) Se $5^{3x} = 8$, então o valor de 5^{-x} é

(A) 2
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{8}$
(E) $\frac{1}{6}$

316. (PUCRJ) Uma das soluções da equação $10^{x^2-3} = \frac{1}{100}$ é:

(A) x = 1
(B) x = 0
(C) x = $\sqrt{2}$
(D) x = -2
(E) x = 3

---

317. (UFCE-CE) Meia-vida de uma substância radioativa é o tempo necessário para que sua massa se reduza à metade. Tomemos, hoje, 16 gramas de uma substância radioativa cuja meia-vida é de 5 anos. Se daqui a *n* anos sua massa for 2^{-111} gramas, o valor de *n* é igual a

(A) 525
(B) 550
(C) 565
(D) 575
(E) 595

---

318. (UFRGS) Para os valores reais de x, a inequação $3^x < 2^x$ se, e só se,

(A) x < 0
(B) 0 < x < 1
(C) x < 1
(D) x > -1
(E) 2 < x < 3

---

319. (MACKENZIE) Um programa computacional, cada vez que é executado, reduz à metade o número de linhas verticais e de linhas horizontais que formam uma imagem digital. Uma imagem com 2048 linhas verticais e 1024 linhas horizontais sofreu uma redução para 256 linhas verticais e 128 linhas horizontais. Para que essa redução ocorresse, o programa foi executado k vezes. O valor de k é:

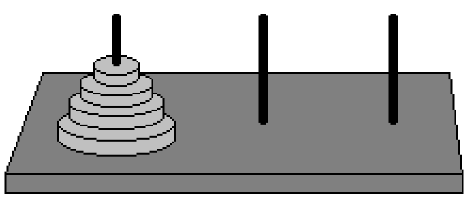
(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
(E) 7

320. (UFRGS) O cobalto - 60 é uma substância radioativa cuja meia-vida é de aproximadamente 5 anos, isto é, a cada 5 anosa quantidade em gramas da substância se reduz à metade do que se tinha anteriormente. O tempo necessário para que uma certa quantidade de cobalto - 60 se reduza a 25% da quantidade inicial é

(A) 20 anos
(B) 10 anos
(C) 7,5 anos
(D) 5,0 anos
(E) 2,5 anos

---

321. (UFRN) A torre de Hanoy é um quebra-cabeça constituído por três pinos fixados numa base de madeira e um certo número de discos de tamanhos diferentes. Uma torre é uma configuração de discos, como ilustra a figura abaixo. O desafio consiste em transportar uma torre do primeiro pino para qualquer um dos dois pinos livres observando a regra: os discos são transportados um a um, não sendo permitido colocar um disco maior sobre um menor, em nenhum dos pinos. Sabe-se que, se n é o número de discos encaixados num pino, o número mínimo de jogadas para se transportar essa torre para outro pino é $2^n - 1$.



Se um jogador faz uma jogada a cada 10 segundos e transporta a torre de um pino a outro em 10 min e 30 seg, utilizando o menor número de jogadas possíveis, podemos afirmar que a quantidade de discos na torre era

(A) 6.
(B) 5.
(C) 7.
(D) 8.
(E) 9.

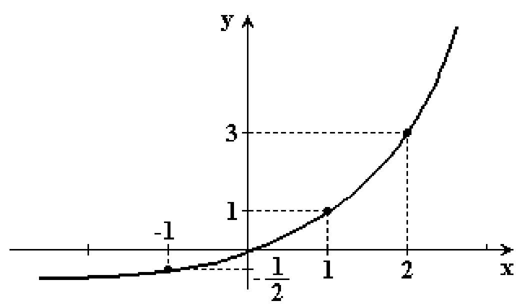
322. (UEL-PR) A relação a seguir descreve o crescimento de uma população de microorganismos, sendo P o número de microorganismos, t dias após o instante 0. O valor de P é superior a 63000 se, e somente se, t satisfazer à condição

$$P = 64000.\left(1 - 2^{0,1t}\right)$$

(A) $2 < t < 16$
(B) $t > 16$
(C) $t < 30$
(D) $t > 60$
(E) $32 < t < 64$

---

323. (UEL-PR) Observe o gráfico:

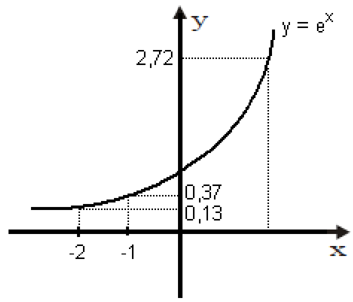


Esse gráfico corresponde a qual das funções de IR em IR, a seguir relacionadas?

(A) $y = 2^x - 1$
(B) $y = x + \log x$
(C) $y = 2^x/2$
(D) $y = 2^x + 1$
(E) $y = 3^x$

---

324. (UERJ) Uma empresa acompanha a produção diária de um funcionário recém-admitido, utilizando uma função f(D), cujo valor corresponde ao número mínimo de peças que a empresa espera que ele produza em cada dia (D), a partir da data de sua admissão. Considere o gráfico auxiliar abaixo, que representa a função $y = e^x$.

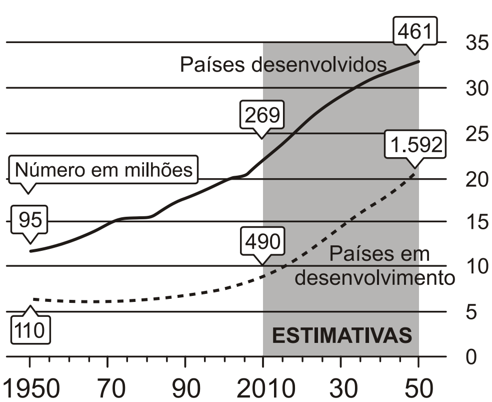


Utilizando $f(D) = 100 - 100.e^{-0,2d}$ e o gráfico acima, a empresa pode prever que o funcionário alcançará a produção de 87 peças num mesmo dia, quando d for igual a:

(A) 5
(B) 10
(C) 15
(D) 20
(E) n.d.a.

---

325. (ENEM) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: *Perspectivas da População Mundial*, ONU, 2009.

Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que o modelo exponencial $y = 363\ e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

(A) 490 e 510 milhões.
(B) 550 e 620 milhões.
(C) 780 e 800 milhões.
(D) 810 e 860 milhões.
(E) 870 e 910 milhões.

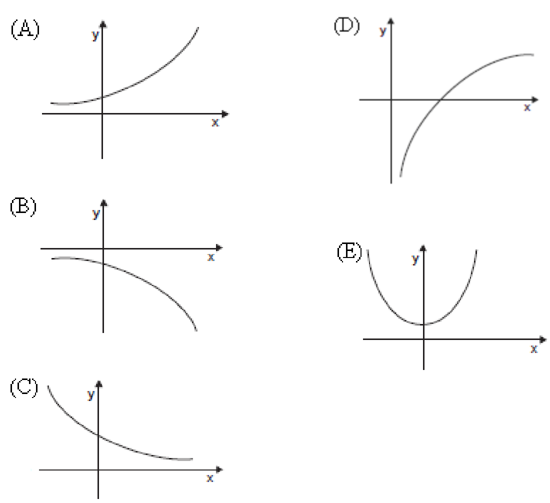
---

326. (PUCRS) Uma substância que se desintegra ao longo do tempo tem sua quantidade existente, após "t" anos, dada por $M(t) = M_0.(1,4)^{\frac{-t}{1000}}$, onde M_0 representa a quantidade inicial. A porcentagem da quantidade existente após 1000 anos em relação à quantidade inicial M_0 é, aproximadamente:

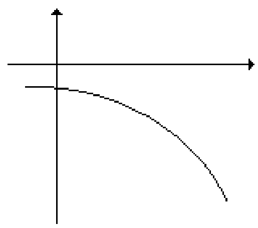
(A) 14%
(B) 28%
(C) 40%
(D) 56%
(E) 71%

---

327. (PUCRS) A função exponencial é usada para representar as frequências das notas musicais.
Dentre os gráficos abaixo, o que melhor representa a função $f(x) = e^x + 2$ é



328. (UFRGS) A função representada no gráfico é definida por **f(x) = a . b^x** . Então,



(A) a < 0 e b > 1
(B) a < 0 e 0 < b < 1
(C) a < 0 e b = 1
(D) a > 0 e b > 1
(E) a > 0 e 0 < b < 1

---

329. (UFRGS) As soluções reais das desigualdades $5^x > 1$ e $5^{x-1} > 0$ são, respectivamente, os valores de x, tais que

(A) x > 0 e x > 1.
(B) x > 0 e x $\in \Re$.
(C) x > 1 e x > 1.
(D) x > 1 e x > 0.
(E) x > 1 e x $\in \Re$.

---

330. (UFSM) A sentença $100.10^x = \sqrt[x]{1000^5}$ é verdadeira para **x** igual a:

(A) -3 e 5
(B) 3 e 5
(C) -3 e -5
(D) 3 e -5
(E) 1/3 e -5

---

331. (UFRGS) A solução da inequação $0{,}5^{(1-x)} > 1$ é o conjunto:

(A) $\{x \in \Re \mid x > 1\}$
(B) $\{x \in \Re \mid x < 1\}$
(C) $\{x \in \Re \mid x > 0\}$
(D) $\{x \in \Re \mid x < 0\}$
(E) IR

332. (PUCRS) Se $2^{2x-1} + 2^x = 12$, então (2x + 1) vale:

(A) 1
(B) 3
(C) 5
(D) 7
(E) 9

---

333. (PUCRS) Os gráficos das funções definidas por $f(x) = 2^{x-1}$ e $g(x) = 4^x$ se encontram no ponto de coordenadas

(A) $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$
(B) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$
(C) (-1, 2)
(D) (0, 1)
(E) (2, 4)

---

334. (UFRGS) O valor de x que verifica a equação $\sqrt{4^{x+1}} = \frac{1}{16^{x+1}}$ é

(A) -1
(B) -(1/2)
(C) 1
(D) 2
(E) 4

---

335. (UFRGS) O valor de x que verifica a equação $27^{x-1} = \sqrt{\sqrt{9^x}}$ é

(A) 0,4.
(B) 0,8333.
(C) 1,2.
(D) 2,5.
(E) inexistente

336. (UFBA) Calculando x na equação $2^x.4^{x+1}.\sqrt{2}=16^x$, obtém-se

(A) 1.
(B) 1,5.
(C) 2.
(D) 2,5.
(E) 0.

---

337. (PUCCAMP) Muitos fenômenos desse tipo podem ser descritos matematicamente por funções exponenciais.

Considere a função a seguir:

$$f(x)=k.2^{0,1x}$$

Sendo k uma constante real positiva e x um número real não negativo que representa o tempo em anos, a partir de um certo ano zero. Nessa função, a cada acréscimo de 10 unidades na variável x (10 anos de acréscimo), o valor da função é

(A) acrescido de um valor k.
(B) acrescido de um valor 2k.
(C) duplicado.
(D) quadruplicado.
(E) multiplicado por k.

---

338. (PUCRS) A soma das raízes da equação $9\ .\ 5^{x^2-2x+1}=5625$ é:

(A) -4
(B) -2
(C) -1
(D) 2
(E) 4

---

339. (UFRGS) Sabendo-se que $6^{x+2}=72$, tem-se que 6^{-x} vale:

(A) -4
(B) -2.
(C) 0.
(D) 1/2.
(E) 2.

340. (UFRGS) Sabendo que $4^x-4^{x-1}=24$ então $x^{\frac{1}{2}}$ vale

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(C) $\sqrt{2}$
(D) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(E) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

---

341. (PUCRS) A soma das raízes da equação $10^x=\dfrac{\sqrt[x]{1000^5}}{100}$ é:

(A) -2
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

Estudo Complementar

Inequação Exponencial

A resolução de inequações exponenciais inicia com o mesmo objetivo de uma equação exponencial: igualar as bases.
Podemos dividir as inequações em dois tipos.

1° TIPO (BASE > 1)

Exemplo resolvido:

$2^x < 8^3$	Como em uma equação, vamos fatorar ambos os lados:
$2^x < (2^3)^3$	Aplicando as propriedades de potenciação
$2^x < 2^9$	Pronto, com as bases iguais podemos cortá-las e trabalhar somente com os expoentes.
$x < 9$	Esta é a resposta

2° TIPO (0 < BASE <1)

Nesse tipo, há a inversão do sinal da desigualdade entre os expoentes após igualar as bases.

Exemplo resolvido:

$\left(\frac{1}{4}\right)^{4x+5} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3}$	Já temos as bases igualadas.
$4x + 5 \geq 2x + 3$ $4x + 5 \leq 2x + 3$	Vamos resolver a equação criada pelos expoentes, mas antes devemos inverter o sinal da desigualdade.
$4x - 2x \leq 3 - 5$ $2x \leq -2$ $x \leq -1$	Esta é a resposta correta!

OBSERVAÇÃO:

Sempre que tivermos ***0 < base < 1*** devemos INVERTER o sinal da desigualdade ao "cortar" as bases da inequação.

Exercícios de Casa

Determine a solução das inequações:

a) $25^{3x-1} \leq 125^{x+2}$

$$S = \{x \in IR / x \leq 8/3\}$$

b) $(0,3)^x > 0,09$

$$S = \{x \in IR / x < 2\}$$

c) $9^{x-1} < 81^{x+1} \leq 27^{-3x-5}$

$$S = \left\{x \in IR / -3 < x \leq -\frac{19}{13}\right\}$$

d) $2\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 \geq 0$

$$S = \{x \in IR / x \leq 0 \text{ ou } x \geq 1\}$$

LOGARITMOS

LOGARITMOS

Definição

$$\log_b a = x \quad \Rightarrow \quad a = b^x$$

Com $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$

Onde:

a é o logaritmando
b é a base
x é o logaritmo

Exemplos:

a) $\log_3 9$

b) $\log_2 \sqrt[3]{4}$

c) $\log_2 32$

d) $\log_{\sqrt{3}} 1$

Casos Especiais

$I)\ \log_b 1 = 0$

$III)\ \log_b b^n = n$

$II)\ b^{\log_b a} = a$

$IV)\ \log_{b^n} b^m = \dfrac{m}{n}$

OBSERVAÇÕES:

$\ln x = \log_e x,\ \text{onde } e = 2{,}718\ldots \quad (e \in I)$

$\log^2 x = (\log x)^2$

$co\log x = -\log x$

Propriedades

$I)\ \log_c a \cdot b = \log_c a + \log_c b$

$II)\ \log_c \dfrac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

$III)\ \log_c a^p = p \cdot \log_c a$

Mudança de Base

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

Exercícios de Classe

342. Dados os logaritmos abaixo, determine o valor de $\log \sqrt[3]{6}$. Dado $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$

(A) 0,20
(B) 0,23
(C) 0,26
(D) 0,30
(E) 0,33

343. (Mackenzie) O logaritmo de 144 na base $2\sqrt{3}$ é igual a

(A) $\sqrt{3}$
(B) $2\sqrt{3}$
(C) 2
(D) 3
(E) 4

344. (PUCRS) Se $\log_{x+3} a = 2$, com x + 3 > 0, x + 3 ≠ 1, a > 0 e $\sqrt{a} = 6$, então **a + x** é

(A) 50.
(B) 48.
(C) 45.
(D) 39.
(E) 15.

Exercícios de Casa

345. (Unifor-CE) O conjunto solução da equação $(\log x)^2 - 2.\log x + 1 = 0$, no universo $\Re$, é:

(A) {0}
(B) {0; 1}
(C) {1}
(D) {10}
(E) {100}

---

346. (CESCEM) Considere as afirmações

I - log 1 = 0
II - log 0,01 = -2
III - log (a + b) = log a + log b

Associe a cada uma delas a letra V se for verdadeira e F caso seja falsa. Na ordem apresentada, temos

(A) V, F, V
(B) V, V, F
(C) F, V, V
(D) V, V, V
(E) V, F, F

---

347. (ESPM) O valor de x na equação $100^x + 10^x = 90$ é

(A) log 3.
(B) log 9.
(C) log 18.
(D) log 6.
(E) log 27.

---

348. (UFRGS) A soma $\log\frac{2}{3} + \log\frac{3}{4} + \log\frac{4}{5} + \ldots + \log\frac{19}{20}$ é igual a

(A) colog 20
(B) -1
(C) log 2
(D) 1
(E) 2

349. (UFRGS) Se log 2 = x e log 3 = y, então log 375 é

(A) y + 3x
(B) y + 5x
(C) y - x + 3
(D) y - 3x + 3
(E) 3(x + y)

---

350. (UFRGS) O único valor de **x** que verifica a equação $\log(x+3) - \log(x+7) + 1 = \log 2$ sobre $\Re$

(A) é negativo.
(B) está entre 0 e 1.
(C) está entre 1 e 2.
(D) está entre 2 e 3.
(E) está entre 5 e 10.

---

351. (URCAMP) Dados o $\log 2 = 0{,}301$ e $\log 3 = 0{,}477$, calcule $\log_4 18$

(A) 1,0847
(B) 0,0847
(C) 2,0847
(D) 3,0847
(E) 1,255

Função Logaritmica

Chamamos de função logarítmica qualquer função de $\Re_+^*$ em $\Re$, definida por:

$$f(x) = \log_b x$$

, com $\mathbf{b} \in \Re_+^*$ e $\mathbf{b} \neq 1$

Exemplos:

a) f(x) = log x

b) f(x) = $\log_2(x-2)$

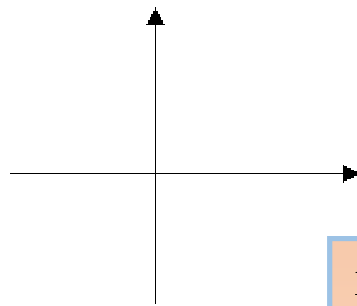
c) y = $\log_{\frac{1}{5}} x$

d) y = $\log_{0,4}(x)+5$

Gráficos

Função Crescente

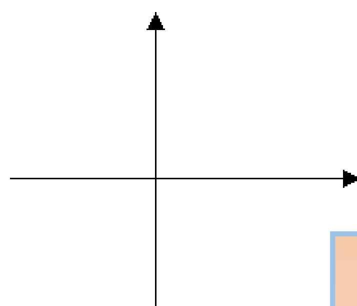
$b > 1$



$Dom(f)$:
$\mathrm{Im}(f)$:

Função Decrescente

$0 < b < 1$

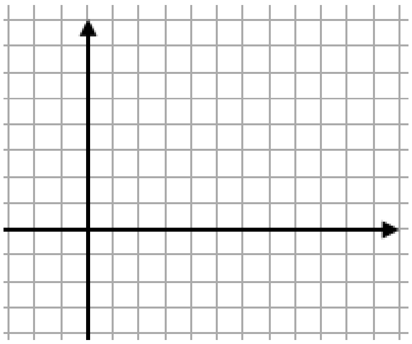


$Dom(f)$:
$\mathrm{Im}(f)$:

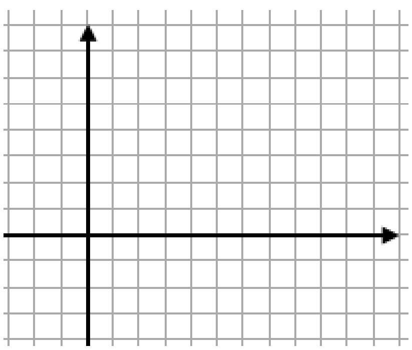
Exercícios de Classe

352. Esboce o gráfico das seguintes funções:

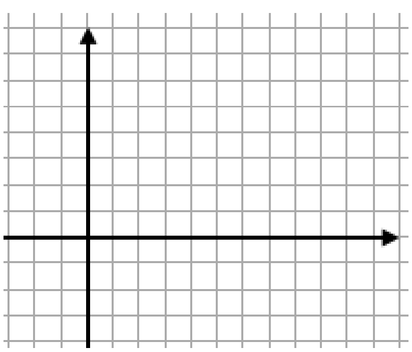
a) f(x) = $\log x$



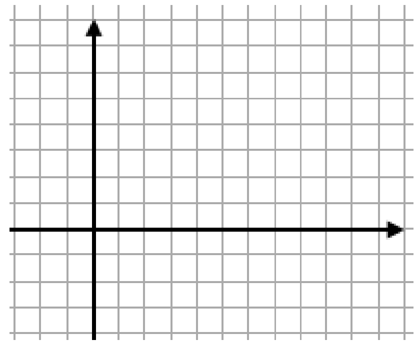
b) f(x) = $\log_{0,02} x$



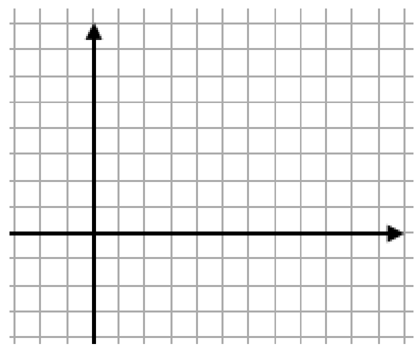
c) y = $\log_3(x) - 2$



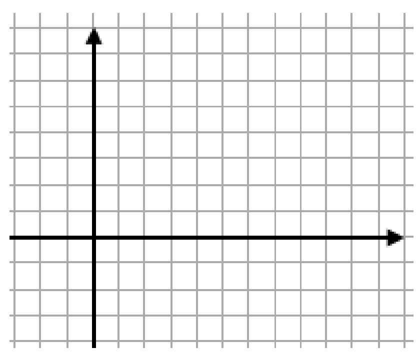
d) f(x) = $\log_3(x - 2)$



e) f(x) = $\log_2 \dfrac{1}{x}$



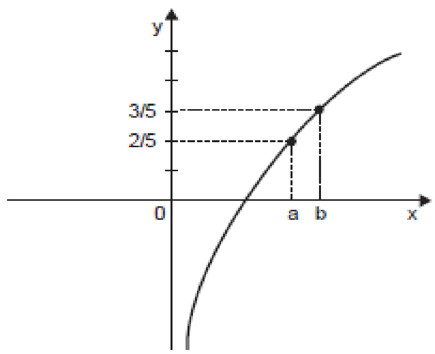
f) y = $\log_3 x^2$



Exercícios de Casa

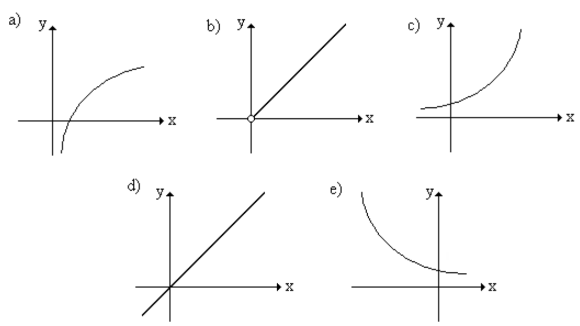
353. (PUCRS) Observe a representação da função dada por y = log(x), a seguir. Pelos dados da figura, podemos afirmar que valor de log(a.b) é

(A) 1
(B) 10
(C) $10^{2/5}$
(D) $10^{3/5}$
(E) 10^{5}



---

354. (UFRGS) Considere as funções numeradas de 1 até 5 e os gráficos de A até E



(1) y = log x
(2) y = 10^x
(3) y = $\left(\frac{1}{10}\right)^x$
(4) y = $10^{\log x}$
(5) y = log (10^x)

Associando-se as funções a seus gráficos, obtêm-se os pares

(A) (1,A), (2,B), (3,C), (4,D) e (5,E).
(B) (1,A), (2,B), (3,C), (4,E) e (5,D).
(C) (1,A), (2,C), (3,E), (4,B) e (5,D).
(D) (1,B), (2,A), (3,C), (4,D) e (5,E).
(E) (1,B), (2,C), (3,A), (4,E) e (5,D).

Transformação de Exponenciais em Logaritmos

Se $\log_B A = C \Leftrightarrow B^C = A$

então $B^C = A \Leftrightarrow \log_B A = C$

Exercícios de Classe

355. (FGV-SP) Daqui a t anos, o valor v de um produto será v(t) = 2000.$(0,75)^t$. A partir de hoje, daqui a quantos anos esse produto valerá a metade do que vale hoje? (use log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48)

(A) 3
(B) 2,5
(C) 2
(D) 4,5
(E) 6

---

356. (UNISANTOS-SP) Um aluno quer resolver a equação $3^x = 7$ utilizando uma calculadora que possui a tecla ln x. para obter um valor aproximado de x, o aluno deverá calcular

(A) $\frac{\ln 7}{\ln 3}$
(B) $\frac{\ln 3}{\ln 7}$
(C) ln 7 . ln 3
(D) ln 7 + ln 3
(E) n.d.a.

---

357. (UFRGS) Supondo que uma cidade, com P_0 habitantes no instante 0, terá $P = P_0 . e^{kt}$ habitantes no instante t, com $k \in IR$, que a população é de $2P_0$ no instante 30 e que $\ln 2 \cong 0,693$. Assim, o valor aproximado de k é

(A) 20,79
(B) 2,079
(C) 0,693
(D) 0,231
(E) 0,0231

Estudo Complementar

Inequação Logarítmica

Na resolução das inequações, procuraremos obter logaritmos de mesma base nos dois membros. A partir disso, trabalharemos apenas com os logaritmandos, analisando a base do logaritmo empregado.

1° Caso

Mantemos o sinal da inequação quando a base for maior que 1.

Exemplo: $\log_2 (x + 2) > \log_2 8$

Condição de existência:

$x + 2 > 0$
$x > -2$

$\log_2 (x + 2) > \log_2 8$

Como a base é maior do que 1, então:

$x + 2 > 8$ e, daí, $x > 6$, o que satisfaz a condição de existência.

2° Caso

Invertemos o sinal da inequação quando a base estiver entre 0 e 1.

Exemplo: $\log_{1/2} (x - 5) > \log_{1/2} 4$

Condição de existência:

$x - 5 > 0$
$x > 5$

$\log_{1/2} (x - 5) > \log_{1/2} 4$

Como a base está entre 0 e 1, então:

$x - 5 < 4$ e, daí, $x < 9$

Pela resolução temos que $x < 9$, e pela condição de existência, $x > 5$. Portanto o conjunto solução é:

$S = \{x \in IR \ / \ 5 < x < 9\}$.

Exercícios de Casa

358. (UFRGS) Os conjuntos de soluções reais das desigualdades $\log_x 1 > 0$, $\log x > 0$ e $\log 1 > x$ são, respectivamente

(A) $\varnothing$, $(1, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$.
(B) $\varnothing$, $(0, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$.
(C) $\varnothing$, $(1, +\infty)$ e $(0, +\infty)$.
(D) $(0, +\infty)$, $(1, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$.
(E) $(0, +\infty)$, $(0, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$.

---

359. (UFRGS) Um número real satisfaz somente uma das seguintes inequações.

I) $\log x \leq 0$
II) $2\log x \leq \log(4x)$
III) $2^{x^2+8} \leq 2^{6x}$

Então, esse número está entre

(A) 0 e 1.
(B) 1 e 2.
(C) 2 e 3.
(D) 2 e 4.
(E) 3 e 4.

---

360. (FUVEST) O conjunto dos números reais x que satisfazem a inequação abaixo é o intervalo:

$$\log_2(2x+5) - \log_2(3x-1) > 1$$

(A)] $-\infty$, 5/2 [
(B)] 7/4, $+\infty$ [
(C)] -5/2, 0 [
(D)] 1/3, 7/4 [
(E)] 0, 1 [

Exercícios de Casa

361. (FEI) Considere a > 1 e a expressão adiante x = $\log_{a^2} a + \log_a a^2$, então o valor de x é:

(A) 2
(B) 3/2
(C) 5/2
(D) 2/5
(E) 1

---

362. (UFRGS) Sendo y > 0 e $y \neq 1$, calcule o valor de m no sistema $\begin{cases} \log(10y) = 6 \\ \log(10y^m) = 11 \end{cases}$

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

---

363. Sabendo que log 2 = 0,30103, o valor de log 50 é igual a

(A) 7,52575
(B) 1,30103
(C) 1,69897
(D) 0,69897
(E) 0,50515

---

364. (UFMG) Para todos os números reais, a e b, pode-se afirmar que:

(A) $\log a^2 = 2.\log a$

(B) $\log (1 + a^2)^2 = 2.\log (1 + a^2)$

(C) log (a.b) = log a + log b

(D) $\log \left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

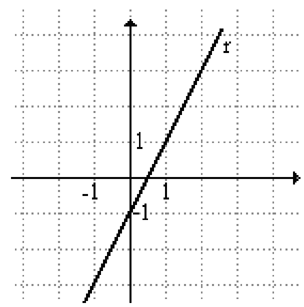
(E) $\log a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\log a}$

365. (UFPA) Determine o par de valores (x, y) que satisfaz o sistema $\begin{cases} 2^x - \log y^2 = 2 \\ 2^{x+1} + \log y = 9 \end{cases}$.

(A) (1, -1)
(B) (4, 2)
(C) (2, 10)
(D) (2, 2)
(E) (4, 10)

---

366. (UFRGS) Na figura abaixo, a reta r é o gráfico da função real de variável real definida por
y = log (b.a^x), onde a e b são números reais positivos.



O valor de $\frac{a}{b}$

(A) 0,1
(B) 1
(C) 10
(D) 10^2
(E) 10^3

---

367. (FUVEST) O número real x que satisfaz a equação $\log_2 (12 - 2^x) = 2x$ é:

(A) $\log_2 5$
(B) $\log_2 \sqrt{3}$
(C) 2
(D) $\log_2 \sqrt{5}$
(E) $\log_2 3$

368. (UFRGS) A raiz da equação
log (log (x + 1)) = 0 é

(A) 0
(B) 1
(C) 9
(D) 10
(E) 11

---

369. (UPF) Se $\log_x 1024 = 4$, então x é

(A) $-\sqrt{2}$
(B) $2\sqrt{2}$
(C) 4
(D) 5
(E) $4\sqrt{2}$

---

370. (PUCRS) Se $\log_x 25 = -2$, então $\log_5 x$ é igual a

(A) -2
(B) -1
(C) 1
(D) 2
(E) 4

---

371. (Mackenzie) Se $\log_{1/3} 1/81 = x$, então o valor de $\log_2 x$ é

(A) 4
(B) 3
(C) 1/2
(D) 2
(E) 1/4

---

372. (CESCEM) A base do sistema de logaritmos no qual o logaritmo de $\sqrt{2}$ vale -1 é

(A) $\sqrt{2}$
(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $2\sqrt{2}$
(D) 2
(E) -2

373. (UFRGS) Se $x^y = 4x$ e $\log_x 16 = y$, então x + y é

(A) 6
(B) 4
(C) 2
(D) 1
(E) 0

---

374. (PUCRS) O produto das raízes da equação $\log(x^2 - 3x) = 1$

(A) -10
(B) -7
(C) -3
(D) 3
(E) 10

---

375. (PUC-SP) Se x + y = 20 e x - y = 5, então $\log_{10}(x^2 - y^2)$ é igual a:

(A) 100
(B) 2
(C) 25
(D) 12,5
(E) 15

---

376. (FATEC) Se M é o menor número inteiro, solução da inequação $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-x+1} < \dfrac{9}{16}$, então $\log_2 M$ é igual a:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

---

377. (FGV) Sabendo-se que $\log_{10} 2 = 0{,}3010$ e $\log_{10} 3 = 0{,}4771$, então $\log_{10} 0{,}6$ é igual a:

(A) 1,7781
(B) -0,7781
(C) 0,7781
(D) 0,2219
(E) -0,2219

---

378. (PUC-RS) O conjunto solução da equação $\log_x (10 + 3x) = 2$, em $\Re$, é:

(A) $\varnothing$
(B) {-2}
(C) {5}
(D) {-2 , 5}
(E) {-5 , 2}

---

379. (FUVEST) Seja x = 2^{1000}. Sabendo que $\log_{10} 2$ é aproximadamente igual a 0,30103 pode-se afirmar que o número de algarismos de x é:

(A) 300
(B) 301
(C) 302
(D) 1000
(E) 2000

---

380. (FCC-SP) Em $\Re$, o conjunto verdade da equação $\dfrac{3 - \log_4 x}{2 - \log_4 x^3} = 1$ é:

(A) $\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$
(B) $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$
(C) $\varnothing$
(D) $\left\{-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right\}$
(E) {-2 ; 2}

381. (PUC-SP) A energia nuclear, derivada de isótopos radiativos, pode ser usada em veículos espaciais para fornecer potência. Fontes de energia nuclear perdem potência gradualmente, no decorrer do tempo. Isso pode ser descrito pela função exponencial $P = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{250}}$ na qual P é a potência instantânea, em watts, de radioisótopos de um veículo espacial; P_0 é a potência inicial do veículo; t é o intervalo de tempo, em dias, a partir de $t_0 = 0$; e é a base do sistema de logaritmos neperianos. Nessas condições, quantos dias são necessários, aproximadamente, para que a potência de um veículo espacial se reduza à quarta parte da potência inicial?

(Dado: ln 2 = 0,693)

(A) 336
(B) 338
(C) 340
(D) 342
(E) 346

---

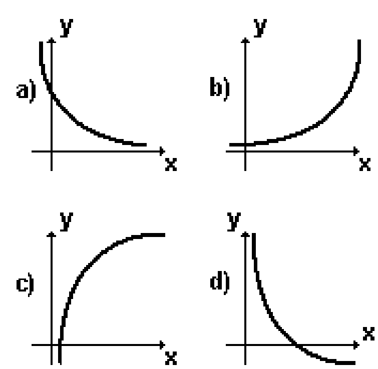
382. (UFV) Considere as seguintes funções reais e os seguintes gráficos:

I. $f(x) = 5^x$

II. $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$

III. $f(x) = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$

IV. $f(x) = \log x$



Fazendo a correspondência entre as funções e os gráficos, assinale, dentre as alternativas a seguir, a sequencia CORRETA:

(A) I-A, II-B, III-C, IV-D
(B) I-A, II-D, III-C, IV-B
(C) I-B, II-D, III-A, IV-C
(D) I-C, II-B, III-A, IV-D
(E) I-B, II-C, III-D, IV-A

383. (MACKENZIE) O produto das raízes da equação $(4+\log_3 x).(4-\log_3 x)=12$ é:

(A) $\frac{1}{9}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) 1
(D) 3
(E) 9

---

384. (UFC-CE) Suponha que o nível sonoro β e a intensidade I de um som estejam relacionados pela equação logarítmica

$$\beta = 120 + 10.\log_{10} I$$

em que β é medido em decibéis e I, em watts por metro quadrado. Sejam I_1 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 80 decibéis de um cruzamento de duas avenidas movimentadas e I_2 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel com ar-condicionado. A razão $\frac{I_1}{I_2}$ é igual a

(A) 1/10
(B) 1
(C) 10
(D) 100
(E) 1000

---

385. (UEPG-PR)Sendo
$(\log_2 x)^2 - 3\log_2(x) - 4 = 0$
então o produto entre as raízes da equação vale

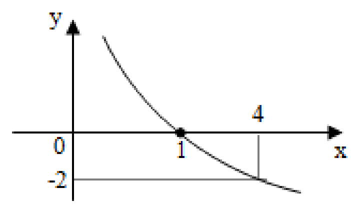
(A) -8
(B) 16
(C) $-\frac{1}{4}$
(D) 4
(E) 8

386. (FURG) Dada a equação
$\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2 = \left(\log_{\frac{1}{3}} x^4\right) - 4$, em que x representa um número real, é correto afirmar que essa equação

(A) tem mais que duas soluções.
(B) tem uma única solução entre $1 < x < 3$.
(C) tem duas soluções.
(D) tem uma única solução entre $0 < x < 1$.
(E) não tem solução.

---

387. (UFSM) O gráfico mostra o comportamento da função logarítmica na base a.



Então o valor de a é

(A) 10
(B) 2
(C) 1
(D) $\frac{1}{2}$
(E) -2

---

388. (UFSM) Um piscicultor deseja construir uma represa para criar traíras. Inicialmente, colocou 1000 traíras na represa e, por um descuido, soltou 8 lambaris. Suponha-se que o aumento das populações de lambaris e traíras ocorre, respectivamente, sendo as leis $L(t) = L_0 10^t$ e $T(t) = T_0 2^t$, onde L_0 é a população inicial de lambaris, T_0, a população inicial de traíras e t, o número de anos que se conta a partir do ano inicial.
Considerando-se log 2 = 0,3, o número de lambaris será igual ao de traíras depois de quantos anos?

(A) 30
(B) 18
(C) 12
(D) 6
(E) 3

389. (ESPM) Certo tipo de planta tem seu crescimento aproximado pela função

$$h(x) = \log_3(x+1),$$

onde x é o número de dias após a germinação e h(x) é a altura da planta em cm. Assim, podemos dizer que a altura dessa planta após 2 anos da germinação será de aproximadamente:

(A) 4 cm
(B) 5 cm
(C) 6 cm
(D) 7 cm
(E) 8 cm

---

390. (UFSM) Os projetos sociais que visam a melhorar a qualidade de vida de certa cidade são realizados segundo a previsão populacional para a época de implementação. Sabe-se que a população da cidade aumenta de acordo com a lei $P(t) = 2000.10^t$, onde t é o tempo em anos e P(t) é o total de habitantes após t anos. Para atender uma população de 160000 habitantes, adotando log 2 = a, o projeto deverá estar pronto num total de anos igual a

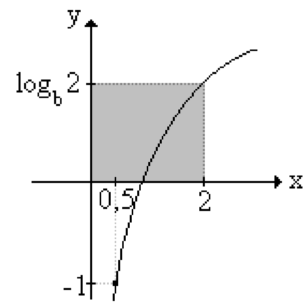
(A) 3a + 1
(B) 3a
(C) 3a - 1
(D) a + 1
(E) a - 1

---

391. (FURG) Se x for solução da equação
$\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = \log_2 8$, então

(A) existem dois valores possíveis para x.
(B) existe um valor possível para x que é ímpar.
(C) existe um valor possível para x que é par.
(D) existe um valor possível para x que é primo.
(E) existe um valor possível para x que é irracional.

392. (UFRGS) Na figura abaixo está representado o gráfico da função $f(x) = \log_b x$.



A área da região sombreada é

(A) 2
(B) 2,2
(C) 2,5
(D) 2,8
(E) 3

---

393. (UFSM) Se $\log_8 x - \log_8 y = \frac{1}{3}$, então a relação entre x e y é

(A) x= 3y.
(B) 2x - y = 0.
(C) $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$.
(D) y = 8x.
(E) x = 2y.

---

394. A equação log(x + 2) + log(x – 2) = 1

A) tem duas raízes opostas
B) tem uma única raiz irracional
C) tem uma única raiz menor que 3
D) tem uma única raiz maior que 7
E) tem conjunto solução vazio

---

395. (MACKENZIE) Se
$\log_3 3x - \log_9 x - \log_3 x = 2$,então $\log_{\frac{1}{3}} 3x$ vale

(A) -1
(B) -1/3
(C) 1/9
(D) 1/3
(E)1

396. (UNIFESP) O valor de x que é solução da equação log 2 + log (x + 1) – log x = 1 é

(A) 0,15.
(B)0,25
(C) 0,35
(D) 0,45.
(E) 0,55.

---

397. (MACKENZIE) Se a e b são reais, positivos e diferentes de 1, tais que $\log_a b - \frac{1}{2}\log b = 0$, então o valor de a é

(A)100
(B) 1/ 4
(C) $\sqrt{10}$
(D) 1/ 2
(E)2

---

398. O valor de x que satisfaz a equação log(2x + 7) = log2x + log7 é um número

(A) menor que 1/2
(B) entre ½ e 1
(C) entre 1 e 3/2
(D) entre 3/2 e 2
(E) maior que 2

---

399. Se log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48, a raiz da equação 5^x = 60 vale aproximadamente

(A) 2,15
(B) 2,54
(C) 2,28
(D) 2,67
(E) 41

---

400. Resolvendo a equação
log (x – 2) + log (x + 2) = 2, obtemos

(A) 2
(B) $2\sqrt{26}$
(C) 8
(D) $\sqrt{26}$
(E) $3\sqrt{3}$

FUNÇÕES

A parte principal da Matemática moderna gira em torno dos conceitos de função e de limite. Uma expressão do tipo

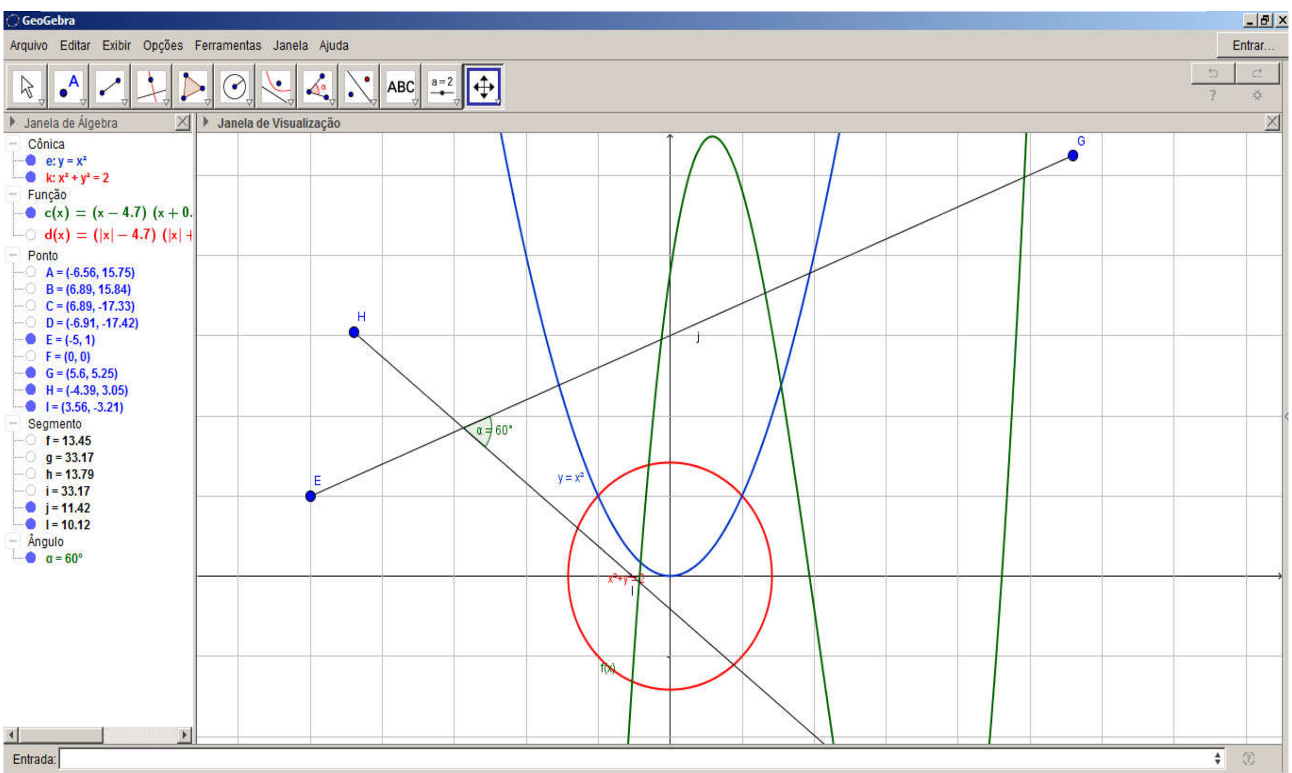
$$x^2 + 3x - 1$$

não tem qualquer valor numérico definido até que seja atribuído um valor a *x*. Dizemos que o valor desta expressão é uma *função* do valor de x, e escrevemos

$$x^2 + 3x - 1 = f(x).$$

Por exemplo: quando $x = 4$, teremos $4^2 + 3 \cdot 4 - 1 = 27$, de modo que $f(4) = 27$. Da mesma forma, podemos encontrar por substituição direta o valor de $f(x)$ para qualquer número *x* inteiro, fracionário, irracional, ou até mesmo imaginário.

O capítulo apresentado a seguir visa esclarecer os conceito dessa extraordinária ferramenta da Matemática, deixando-o suficientemente familiarizado para aplicar suas propriedades nos vestibulares, no ENEM e em sua vida.
Para um trabalho mais aprofundado e aprazível, tenha ao alcance o software GEOGEBRA, o qual pode ser baixado gratuitamente em seu PC. Abaixo está sua interface, onde você já visualiza a construção de alguns importantes entes do mundo das *funções*.

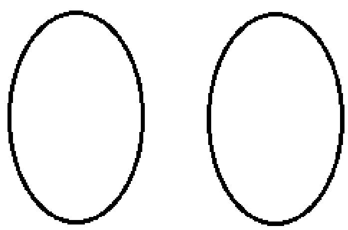


FUNÇÃO

Sejam A e B dois conjuntos não vazios e uma relação R de A em B, essa relação será chamada de função quando todo e qualquer elemento de A estiver associado a um único elemento em B.

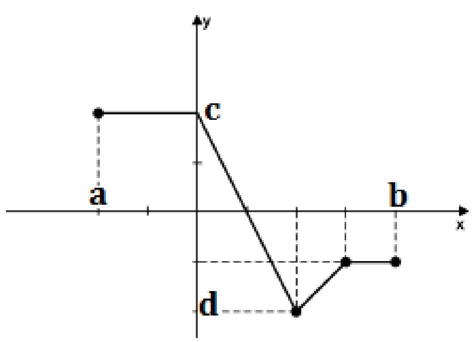
Elementos.

Conjunto de Partida: A
Domínio: Valores de x para os quais existe y.
Contra Domínio: B
Conjunto Imagem: Valores de y para os quais existe x.



Gráfico

O domínio de uma função é o intervalo representado pela projeção do gráfico no eixo das abscissas.
A imagem é o intervalo representado pela projeção do gráfico no eixo y.



Domínio:

Imagem:

Exemplo

Nos casos abaixo, determine o domínio de cada função real.

a) $y = 2x + 1$

b) $y = \dfrac{7}{2x - 7}$

c) $y = \sqrt{3x - 2}$

d) $y = \dfrac{\sqrt{-x + 3}}{2x - 2}$

Observação

Podemos reconhecer, através do gráfico de uma relação, se essa relação é ou não função. Para isso, deve-se traçar retas verticais. Se toda reta interceptar o gráfico em apenas um ponto, teremos uma função.

Valor numérico de uma função

Denomina-se valor numérico de uma função f(x) o valor que a variável y assume quando a variável x é substituída por um valor que lhe é atribuído.

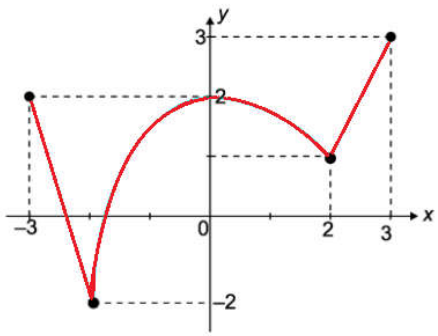
Exemplos

a) Dada a função f(x) = 5x + 2. Calcule o valor de f(4).

b) Dada a função f(x+3) = 2x - 5. Calcule o valor de f(7).

Exercícios de Classe

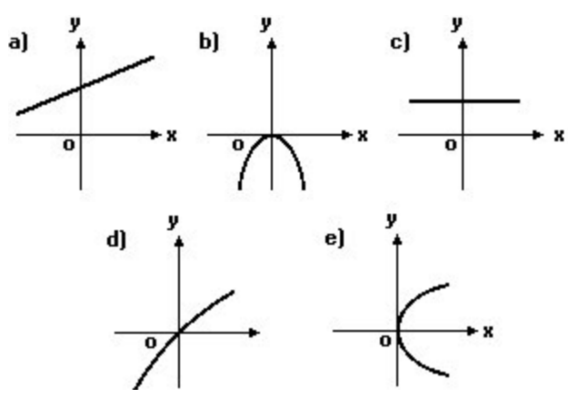
401. Seja o gráfico abaixo da função f, determine a soma dos números associados às proposições corretas.



01. O domínio da função f é $\{x \in IR \,/\, -3 \le x \le 3\}$
02. A imagem da função f é $\{y \in IR \,/\, -2 \le x \le 3\}$
04. para x = 3, tem-se y = 3
08. para x = 0, tem-se y = 2
16. para x = - 3, tem-se y = 0
32. A função é decrescente em todo seu domínio

---

402. Qual dos seguintes gráficos não representa uma função $f: IR \to IR$?



---

403. (UFPE) Dados os conjuntos A = {a, b, c, d} e B = {1, 2, 3, 4, 5}, assinale a única alternativa que define uma função de A em B.

(A) {(a, 1), (b, 3), (c, 2)}
(B) {(a, 3), (b, 1), (c, 5), (a, 1)}
(C) {(a, 1), (b, 1), (c, 1), (d, 1)}
(D) {(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5)}
(E) {(1, a), (2, b), (3, c), (4, d), (5, a)}

404. Considere as funções $f: \text{IR} \to \text{IR}$ e $g: \text{IR} \to \text{IR}$, dadas por $f(x) = x^2 - 3x$ e $g(x+2) = 2x - 1$. Determine $f(5) - 2g(3)$.

(A) 8
(B) 7
(C) 6
(D) 4
(E) 2

FUNÇÃO DE 1° GRAU

Forma:

$$f(x) = ax + b$$

Onde: $\begin{cases} a, b \in IR \\ a \neq 0 \end{cases}$

Nomenclatura

a:

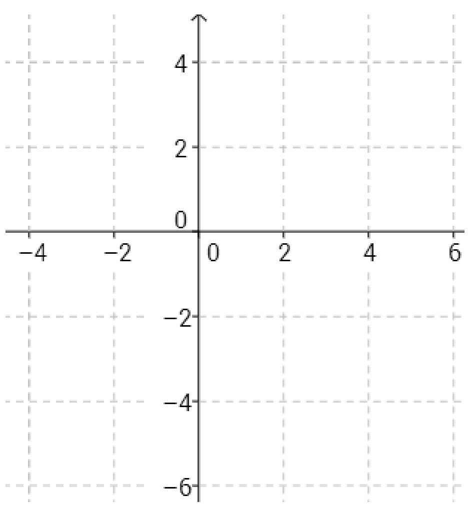
b:

Gráfico

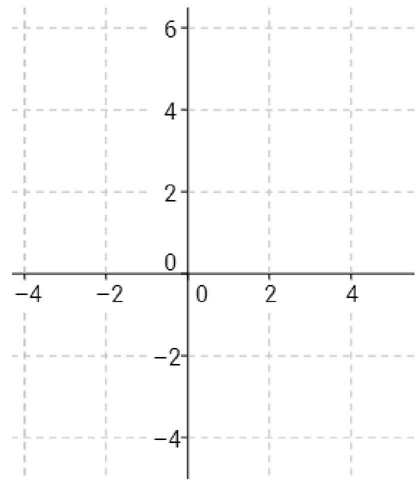
O gráfico de uma função do 1° grau será sempre uma reta.

Exemplos

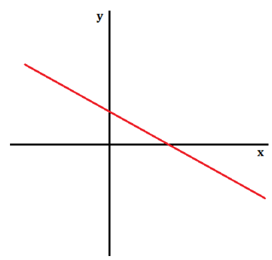
a) $f(x) = x - 2$

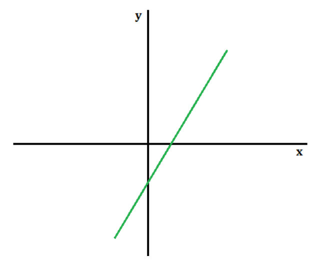


b) $g(x) = -2x + 4$



Resumo



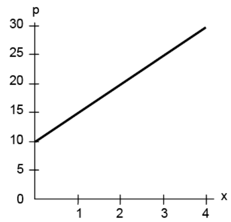


OBSERVAÇÃO

O coeficiente angular é a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas (no sentido positivo).

Exercícios de Classe

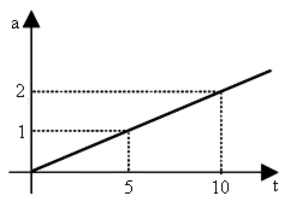
405. (UFPE) O gráfico a seguir ilustra o peso p, em gramas, de uma carta, incluindo o peso do envelope, em termos do número x de folhas utilizadas. O gráfico é parte de uma reta e passa pelo ponto com abscissa 0 e ordenada 10,2 e pelo ponto com abscissa 4 e ordenada 29,4.
Qual o peso de uma folha?



(A) 4,2g
(B) 4,4g
(C) 4,6g
(D) 4,8g
(E) 5,0g

---

406. (UCS) Em uma experiência realizada na aula de Biologia, um grupo de alunos mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias.
Plotando os pontos (t,a), em que t corresponde ao tempo em dias, e a corresponde à altura da planta em centímetros, os alunos obtiveram a figura a seguir.



Se essa relação entre tempo e altura da planta for mantida, estima-se que, no 34º dia, a planta tenha, aproximadamente,

(A) 10 cm.
(B) 6 cm.
(C) 8 cm.
(D) 5 cm.
(E) 7 cm.

---

407. (UFSM) Em um termômetro de mercúrio, a temperatura é uma função afim (função do 1º grau) da altura do mercúrio. Sabendo que as temperaturas 0º C e 100º C correspondem, respectivamente, às alturas 20 ml e 270 ml do mercúrio, então a temperatura correspondente a 112,5 ml é

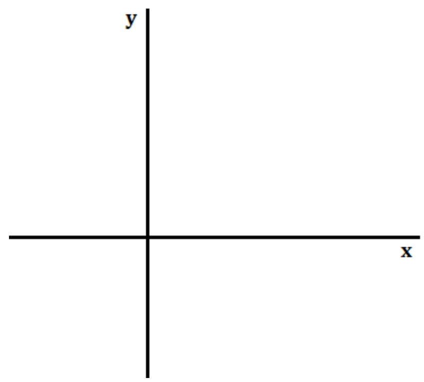
(A) 36º C
(B) 37º C
(C) 37,5º C
(D) 38º C
(E) 40º C

Função Constante

Uma função será constante se for da forma $f(x) = k$, onde $k \in IR$.

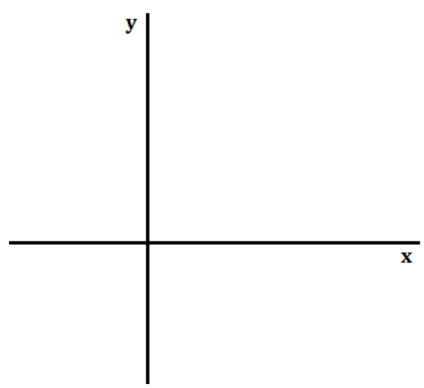
Exemplos

a) $f(x) = 3$



---

b) $g(x) = -2$



FUNÇÃO DE 2º GRAU

Uma função polinomial do 2° grau é toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Gráfico

Seu gráfico é sempre uma parábola e sua concavidade é determinada pelo sinal do coeficiente *a*.

Quando

- $a > 0$, tem-se uma parábola com concavidade voltada para cima
- $a < 0$, tem-se uma parábola com concavidade voltada para baixo

Intersecções com os eixos coordenados

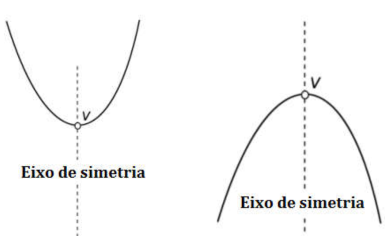
- O ponto em que o gráfico corta o eixo y possui coordenadas (0, c)
- Para achar o(s) ponto(s) em que o gráfico corta o eixo x, deve-se fazer y = 0. Tem-se então uma equação do 2º grau, que pode ser resolvida com a fórmula de Bháskara.

Observe que se:

Se $\Delta > 0$ a função possui duas Raízes Reais
Se $\Delta = 0$ a função possui uma Raiz Real dupla
Se $\Delta < 0$ a função não possui Raízes Reais

Vértice da Parábola

O gráfico de uma função do 2° grau é representado por uma Parábola, dividida em duas partes simétricas. Essa divisão é feita por um eixo chamado de eixo de simetria. A intersecção desse eixo com a parábola recebe o nome de vértice da parábola.



Coordenadas do vértice

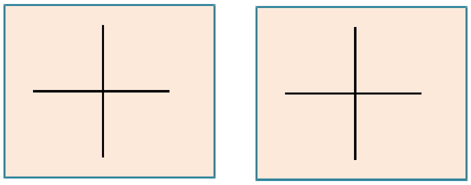
Exemplos

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

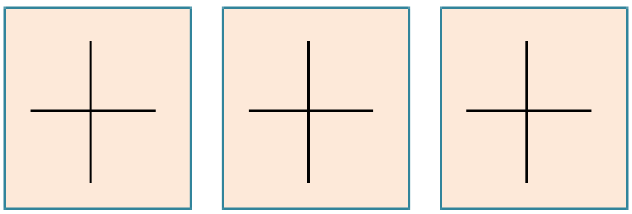
b) $f(x) = -x^2 + 4x$

Resumo Gráfico

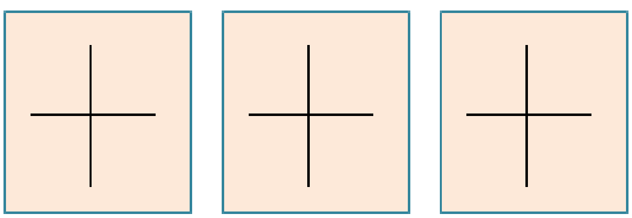
- **Influência de "a"**



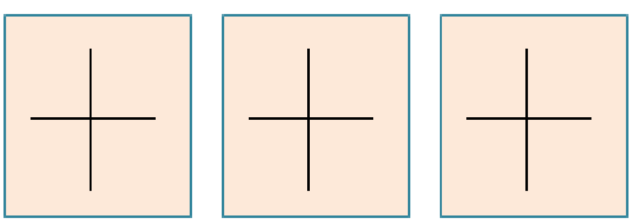
- **Influência de "b"**



- **Influência de "c"**

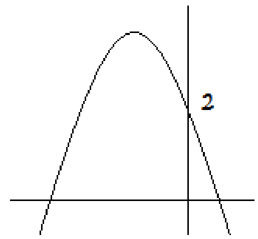


- **Influência de Δ**



Exercícios de Classe

408. (UFRGS) A parábola na figura abaixo tem vértice no ponto (-1, 3) e representa a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Portanto, a + b é

(A) -3.
(B) -2.
(C) -1.
(D) 0.
(E) 1.

---

409. (PUCCAMP) A soma e o produto das raízes de uma função do 2º grau são, respectivamente, 6 e 5. Se o valor mínimo dessa função é -4, então seu vértice é o ponto:

(A) (3, -4)
(B) $\left(\frac{11}{2}, 4\right)$
(C) (0, -4)
(D) (-4, 3)
(E) (-4, 6)

---

410. (IPA) Uma bola é lançada ao alto. Sua altura h, em metros, t segundos após o lançamento, é expressa por $\mathbf{h = -t^2 + 20t - 125}$. O instante, em segundos, em que a bola atinge sua altura máxima é:

(A) 10
(B) 25
(C) 20
(D) 16
(E) 8

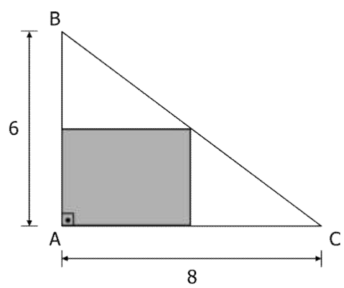
Exercícios de Casa

411. (PUCMG) Na parábola $y = 2x^2 - (m - 3)x + 5$, o vértice tem abscissa 1. A ordenada do vértice é:

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
(E) 7

---

412. (Mackenzie) O retângulo assinalado na figura possui área máxima.



Essa área é igual a

(A) 12
(B) 10
(C) 15
(D) 8
(E) 14

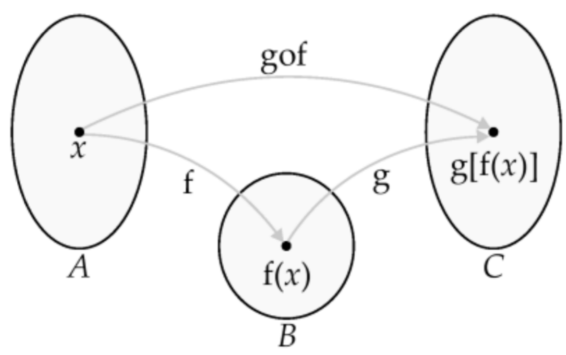
---

413. (UFRGS) O gráfico da função quadrática $f(x) = x^2 + px + 1$ intercepta o eixo das abscissas em dois pontos distintos, se e somente se:

(A) $p < -2$
(B) $p < 0$
(C) $-2 < p < 2$
(D) $p < 0$ ou $p > 2$
(E) $p < -2$ ou $p > 2$

Função Composta

Dadas as funções $f: A \to B$ e $g: B \to C$, denomina-se função composta de g com f a função gof definida de $A \to C$ tal que gof = g(f(x))



$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g[f(x)]$$

Nomenclatura:

$\boxed{f \circ g = f_{(g(x))}}$ $\boxed{g \circ f = g_{(f(x))}}$

Exemplos:

Seja $f(x) = x - 3$ e $g(x) = x^2$, determine:

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) $f \circ f$

d) $g \circ g$

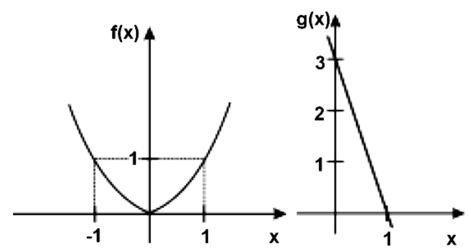
e) $f \circ f \circ g$

Exercícios de Classe

414. (Mackenzie) As funções $f(x) = 3 - 4x$ e $g(x) = 3x + m$ são tais que f(g(x)) = g(f(x)), qualquer que seja x real. O valor de m é

(A) $\frac{9}{4}$
(B) $\frac{5}{4}$
(C) $-\frac{6}{5}$
(D) $\frac{9}{5}$
(E) $-\frac{2}{3}$

415. (UFPel) Os gráficos abaixo representam as funções reais f(x) e g(x), respectivamente:

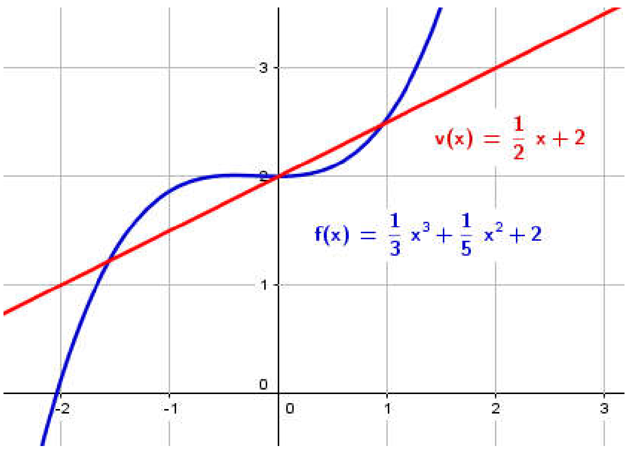


De acordo com os textos e seus conhecimentos, é correto afirmar que a função h(x) = $f_o g$(x) (função composta de f e g) é dada por

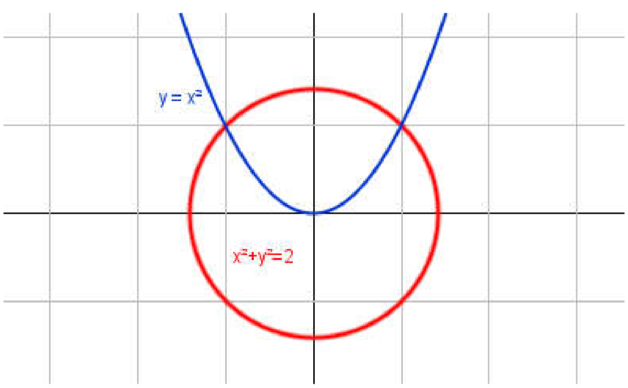
(A) h(x) = $9x^2 + 9$.
(B) h(x) = $9x^2 - 18x + 9$.
(C) h(x) = $-3x^2 + 3$.
(D) h(x) = $3x^2 + 3$.
(E) h(x) = $x^2 - 2x + 1$.

Interseção entre Equações

Para determinarmos os pontos de interseção entre quaisquer funções reais, basta encontrarmos as soluções do sistema dado por essas funções.



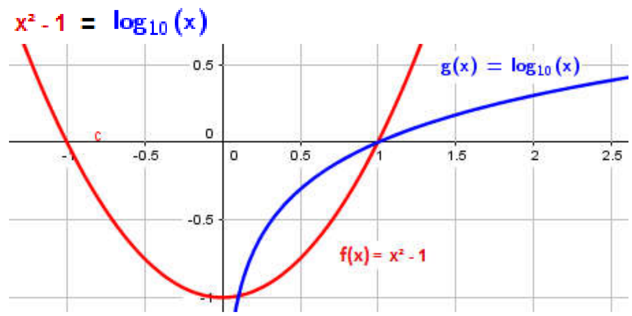
O método de resolução descrito nesse capítulo não é exclusividade das funções. Quaisquer aplicações binárias podem ser analisadas graficamente e ter seus pontos de interseção determinados pela solução do sistema de equações.



No gráfico acima, se a intenção for determinar os dois pontos de interseção entre os gráficos, devemos resolver o sistema de equações. As soluções serão os pontos procurados.

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

Em outros casos, onde equações algébricas trazem diferentes tipos de funções, o gráfico pode mostrar uma ótima aproximação para o resultado, bem como o número de soluções da referida equação.



---

416. (UFRGS) Definindo funções convenientes e traçando seus gráficos num mesmo sistema de coordenadas, verifica-se que o número de soluções da equação $\log(x+1) = x^2 - 3x$ é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

---

417. (UFRGS) Representando no mesmo sistema de coordenadas os gráficos das funções reais de variável real $f(x) = \log|x|$ e $g(x) = x\left(x^2 - 4\right)$, verificamos que o número de soluções da equação f(x) = g(x) é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

---

418. Dadas as retas r: 2x-y-1=0 e s: x+y-5=0, o ponto em que se intersecionam é

(A) $(-2,-3)$.
(B) $(-2,3)$.
(C) $(2,-3)$.
(D) $(2,6)$.
(E) $(2,3)$.

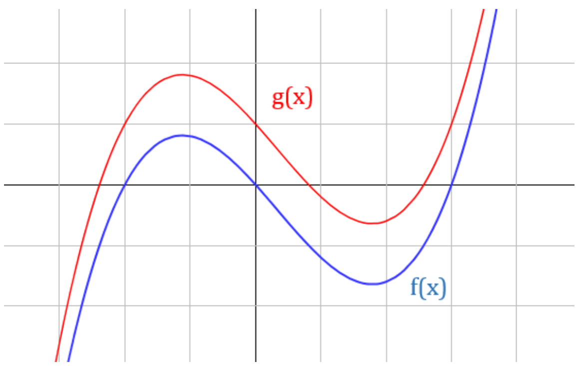
Movimento Gráfico

Em muitas situações, basta conhecermos o gráfico de uma função simples, para imediatamente visualizarmos o gráfico de uma função mais intrincada, fazendo apenas uma análise das transformações que originaram a nova função. Conheça agora as principais transformações gráficas.

Translação vertical

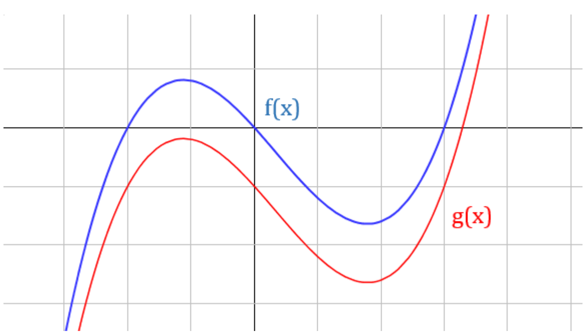
$$g(x) = f(x) + k \qquad \text{com } k > 0$$

Translada o gráfico k unidades para cima.



$$g(x) = f(x) - k \qquad \text{com } k > 0$$

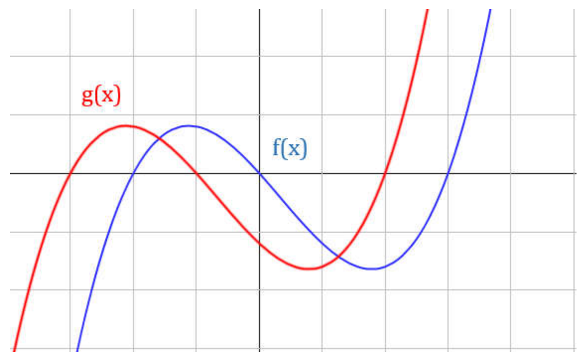
Translada o gráfico k unidades para baixo.



Translação Horizontal

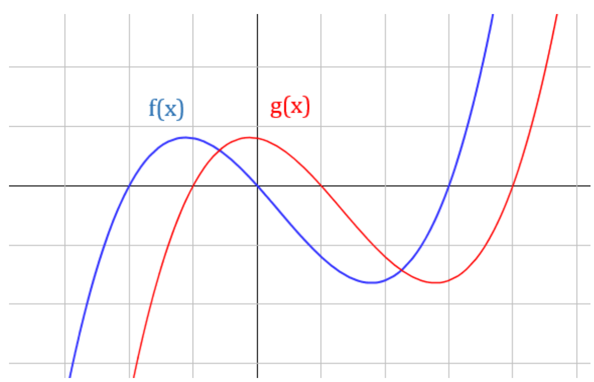
$$g(x) = f(x + k) \qquad \text{com } k > 0$$

Translada o gráfico k unidades para a esquerda.



$$g(x) = f(x - k) \qquad \text{com } k > 0$$

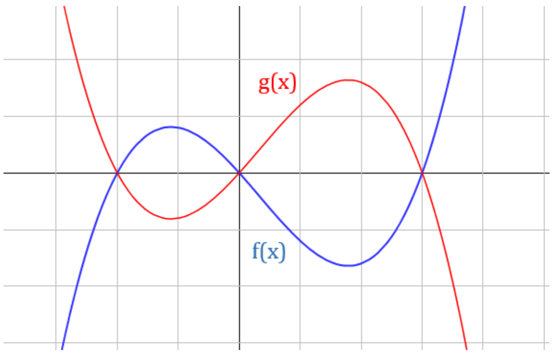
Translada o gráfico k unidades para a direita.



Reflexão

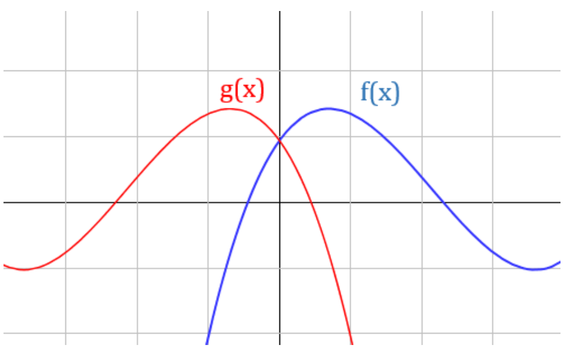
$$g(x) = -f(x)$$

Reflete o gráfico em torno do eixo *x*.



$$g(x) = f(-x)$$

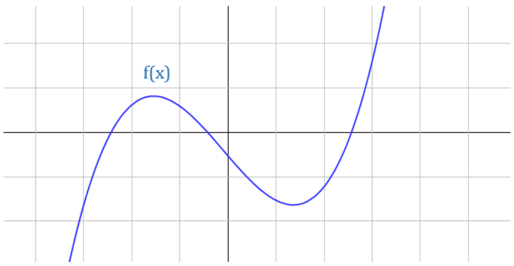
Reflete o gráfico em torno do eixo *y*.

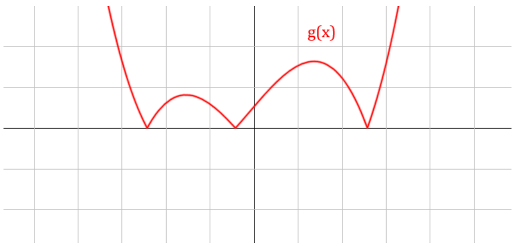


Módulo

$$g(x) = |f(x)|$$

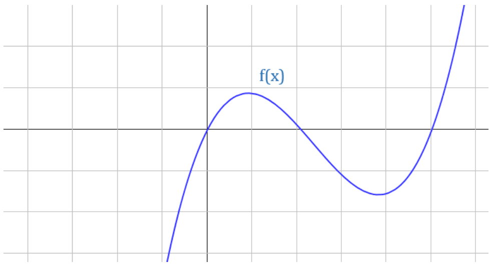
A porção do gráfico, situada abaixo do eixo *x,* é refletida em torno desse eixo.

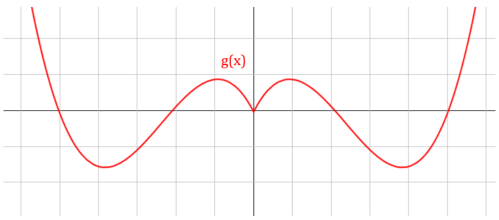




$$g(x) = f(|x|)$$

A porção do gráfico, situada à esquerda do eixo *y* desaparece.
A porção do gráfico, situada à direita do eixo *y* permanece inalterada e é refletida em torno desse eixo.

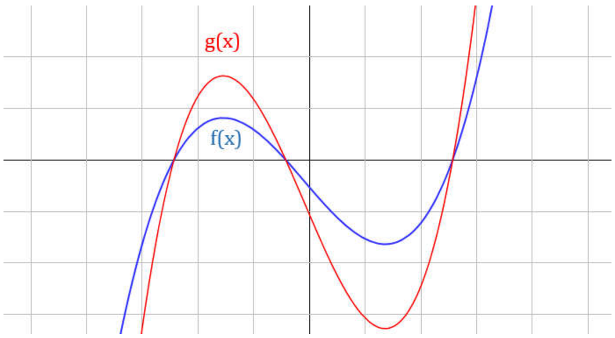




Compressão e Alongamento - Vertical

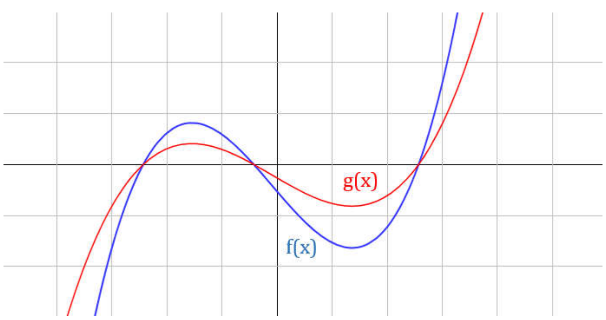
$$g(x) = k \cdot f(x) \qquad \text{com } k > 1$$

Alonga o gráfico em torno do eixo *x*.
Alongamento vertical.



$$g(x) = \frac{f(x)}{k} \qquad \text{com } k > 1$$

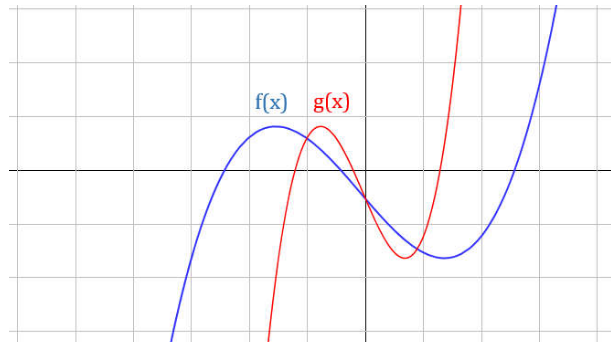
Comprime o gráfico em torno do eixo *x*.
Compressão vertical.



Compressão e Alongamento - Horizontal

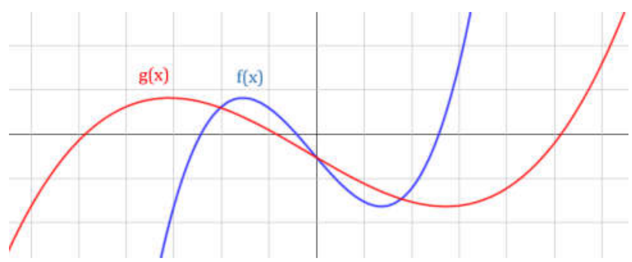
$$g(x) = f(k \cdot x) \qquad \text{com } k > 1$$

Comprime o gráfico em torno do eixo *y*.
Compressão horizontal.



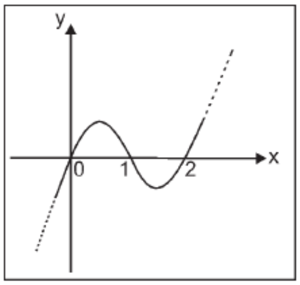
$$g(x) = f\left(\frac{x}{k}\right) \qquad \text{com } k > 1$$

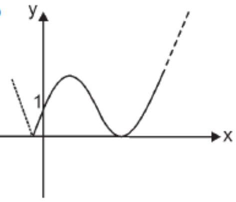
Alonga o gráfico em torno do eixo *y*.
Alongamento horizontal.

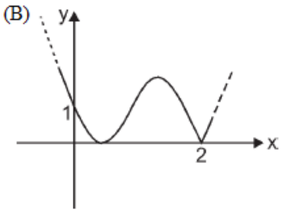


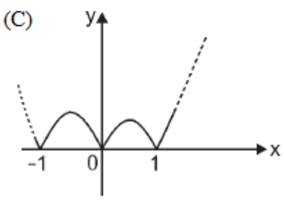
Exercícios de Classe

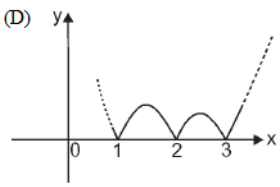
419. (ESPM) O gráfico em destaque representa uma função real y = f (x). Entre as alternativas dadas, assinale a que melhor representa a função $y = |f(x+1)|$.

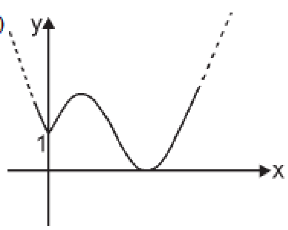


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


---

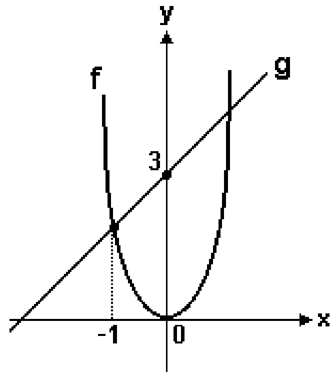
420. (FURG) O produto de todas as raízes da equação $| x^2 - 8 | - 4 = 0$ é

(A) 4
(B) -4
(C) -8
(D) -48
(E) 48

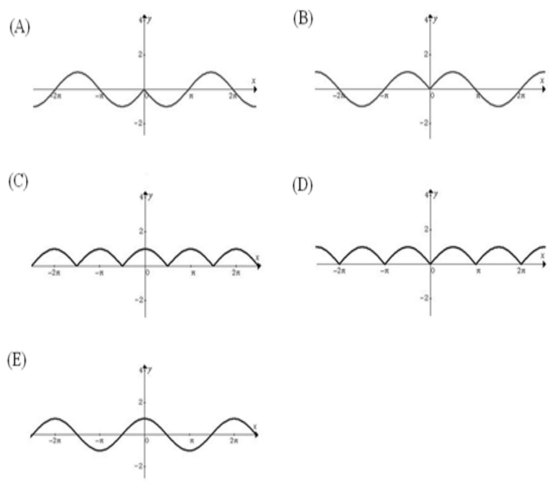
Exercícios de Casa

421. (MACKENZIE) Na figura temos os gráficos das funções f e g. Se $f(x) = 2x^2$, então g(3) vale:

(A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 14



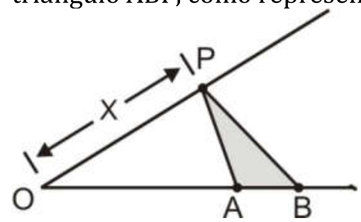
422. (UFRGS) Assinale a alternativa que pode representar o gráfico de f (x) = sen |x|.



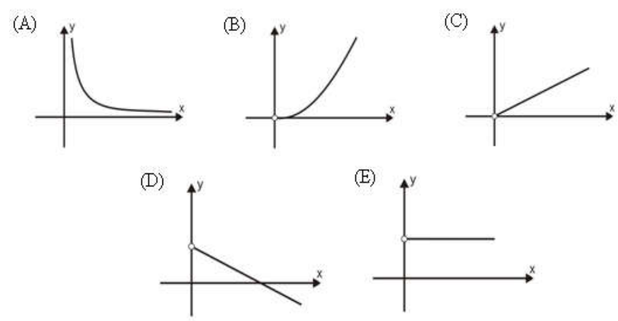
423. (PUCMG) O gráfico da função $f(x) = x^2 - 2mx + m$ está todo acima do eixo das abscissas. O número m é tal que:

(A) m < 0 ou m > 1
(B) m > 0
(C) -1 < m < 0
(D) -1 < m < 1
(E) 0 < m < 1

424. (UFRGS) Considere a função f que a cada número real x positivo faz corresponder a área do triângulo ABP, como representado na figura abaixo.



Entre os gráficos das alternativas, o que melhor representa o gráfico da função f é



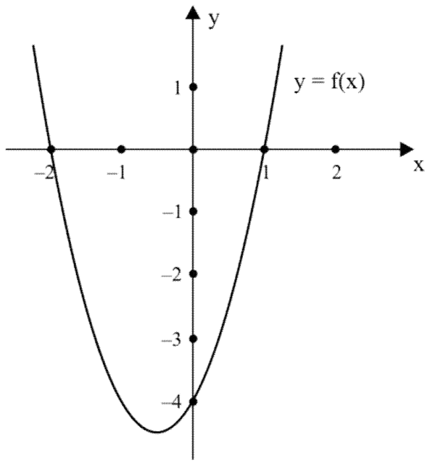
425. (FGV) Sejam f e g duas funções de R em R, tais que f(x) = 2x e g(x) = 2 – x. Então, o gráfico cartesiano da função f (g(x)) + g (f(x))

(A) passa pela origem.
(B) corta o eixo x no ponto (–4,0).
(C) corta o eixo y no ponto (6,0).
(D) tem declividade positiva.
(E) passa pelo ponto (1,2).

426. (FGV) Uma função polinomial f do 1° grau é tal que f(3) = 6 e f(4) = 8. Portanto, o valor de f(10) é:

(A) 16
(B) 17
(C) 18
(D) 19
(E) 20

427. (UNESP) A expressão que define a função quadrática f(x), cujo gráfico está esboçado, é



(A) $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$.
(B) $f(x) = x^2 + 2x - 4$.
(C) $f(x) = x^2 + x - 2$.
(D) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$.
(E) $f(x) = 2x^2 + 2x - 2$.

---

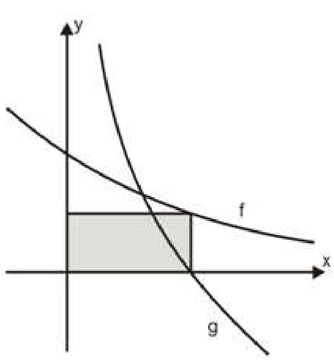
428. (UFSM) Considere a função f: $\Re \to \Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \in Q \\ x^2 - 1, & \text{se } x \notin Q \end{cases}$.

O valor de $f(\pi) + f(\sqrt{2}) - f(1)$ é

(A) $\pi^2 + 2\sqrt{\pi} - 2$
(B) $2\pi + 2\sqrt{2} - 2$
(C) $\pi^2 - 2$
(D) $2\pi + 1$
(E) $2\sqrt{2} - \pi + 1$

---

429. (UFRGS) Na figura abaixo, a área do retângulo sombreado é ½, e as curvas são gráficos das funções $f(x) = a^x$ e $g(x) = \log_a x$, sendo a um número real positivo.



Então, o valor de f(2) – g(2) é

(A) -1.
(B) 1/4.
(C) 3/4.
(D) 1.
(E) 5/4.

---

430. (UFRGS) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação $y = -40x^2 + 200x$, onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil *x* segundos após o lançamento. A altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar corresponde, respectivamente, a

(A) 6,25 m, 5s
(B) 250 m, 0s
(C) 250 m, 5s
(D) 250 m, 200s
(E) 10.000 m , 5s

---

431. (UFRGS) Se a função $f : \Re^* \to \Re$ é tal que $f(x) = \frac{2x+2}{x}$, então $f(2x)$ é

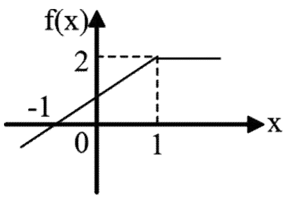
(A) 2.
(B) 2x.
(C) $\frac{2x+1}{x}$.
(D) $\frac{4x+1}{2x}$.
(E) $\frac{2x+2}{x}$.

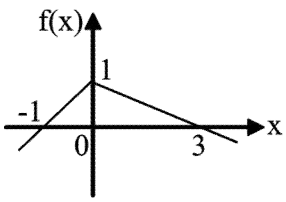
---

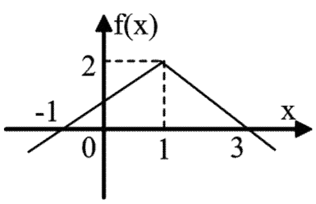
432. (UNESP) Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $Q(t) = Q_o \cdot 2^{-0,1t}$, sendo Q_0 a quantidade inicial de água no reservatório e Q(t) a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?

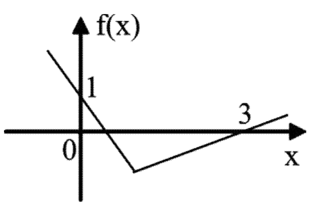
(A) 5.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 10.

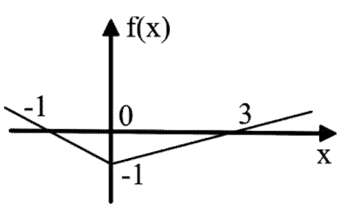
433. (IBMEC-SP) O gráfico que melhor representa a função real $f(x) = 2 - |1 - x|$ é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


434. (UFRGS) Uma bola colocada no chão é chutada para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $y = -2x^2 + 12x$, onde y é a altura, dada em metros. A altura máxima atingida pela bola é

(A) 36m.
(B) 18m.
(C) 12m.
(D) 6m.
(E) 3m.

435. (PUCMG) Um motorista de táxi, que cobra R\$3,70 a bandeirada e R\$1,20 por quilômetro rodado, faz duas corridas. Na primeira delas percorre uma distância três vezes maior do que na segunda. Nessas condições, é CORRETO afirmar que o custo da primeira corrida é:

(A) igual ao triplo do custo da segunda.
(B) menor do que o triplo do custo da segunda.
(C) maior do que o triplo do custo da segunda.
(D) igual ao custo da segunda.
(E) n.d.a.

436. (UFCG) O lucro diário de um laboratório de análises clínicas é dado pela equação $L(x) = 40x - 800$ reais, quando *x* exames são feitos por dia. Para que o lucro, de um dia para o outro, aumente de R\$ 3.000,00 para R\$ 4.000,00, o número a mais de exames que devem ser feitos é:

(A) 25.
(B) 20.
(C) 17.
(D) 15.
(E) 206.

437. (ESPM) Considere a função real
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 6, \text{ para } x \geq 3. \\ 3 - x, \text{ para } x < 3. \end{cases}$$
O valor de $f[f(-1)]$ é

(A) 2.
(B) 1.
(C) 0.
(D) -1.
(E) -2.

438. (UNESP) O gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 - mx + (m - 1)$, com m real, tem um único ponto em comum com o eixo das abscissas. Então, o valor de y que essa função associa a x = 2 é:

(A) -2
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

439. (FGV) Considere as funções reais dadas por $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = f(x) - x$ e $h(x) = g(f(x))$.
As retas que representam as funções f e h

(A) são perpendiculares no ponto (2,1).
(B) são perpendiculares, no ponto (0,0).
(C) não são perpendiculares, mas se encontram no ponto (1,2).
(D) passam pelos pontos (1,1) e (0,1).
(E) não se encontram, isto é, são paralelas.

---

440. (ENEM) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f, de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

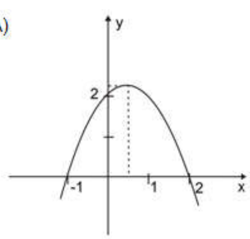
- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

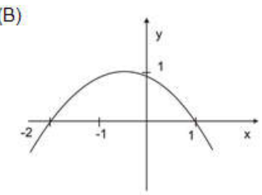
A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

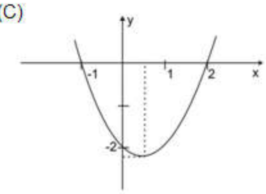
(A) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x.$
(B) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x.$
(C) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x.$
(D) $y = \frac{4}{5}x + 2.$
(E) $y = x.$

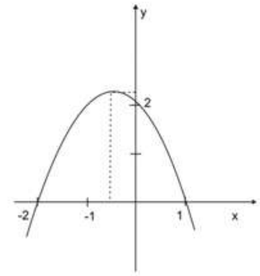
---

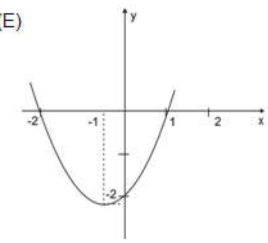
441. (UFPel) As funções f(x), g(x) e h(x) são funções reais, tais que $f(x) = x + 2$, $g(x) = 1 - x$ e $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.
Com base nas funções acima, é correto afirmar que o gráfico que representa a função h(x) é

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


---

442. (PUCSP) Um grupo de amigos "criou" uma nova unidade de medida para temperaturas: o grau Patota.
Estabeleceram, então, uma correspondência linear entre as medidas de temperaturas em graus Celsius (°C), já conhecida, e em graus Patota (°P), mostrada na tabela abaixo. Lembrando que a água ferve a 100°C, então, na unidade Patota ela ferverá a:

(A) 96°
(B) 88°
(C) 78°
(D) 64°
(E) 56°

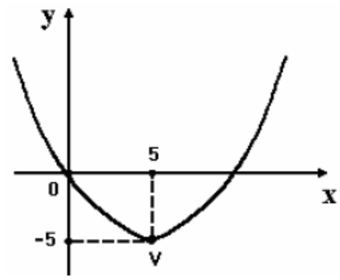
°C	°P
20	40
60	48

---

443. (UFRGS) O ônibus X parte da cidade A com velocidade constante de 80 km/h, à zero hora de certo dia. Às 2 horas da madrugada, o ônibus Y parte da mesma cidade, na direção e sentido do ônibus X, com velocidade constante de 100 km/h. O ônibus Y vai cruzar com o ônibus X, pela manhã, às:

(A) 6 h
(B) 8 h
(C) 10 h
(D) 11 h
(E) 12 h

444. (UFMG) Observe a figura. Nessa figura, está representada a parábola de vértice V, gráfico da função de segundo grau cuja expressão é:



(A) $y = \frac{x^2}{5} - 2x$
(B) $y = x^2 - 10x$
(C) $y = x^2 + 10x$
(D) $y = \frac{x^2}{5} - 10x$
(E) $y = \frac{x^2}{5} + 10x$

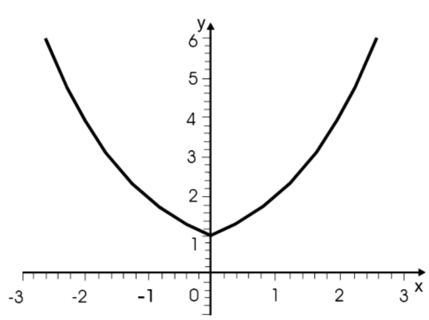
---

445. (CESGRANRIO) O diretor de uma orquestra percebeu que, com o ingresso a R$ 9,00 em média 300 pessoas assistem aos concertos e que, para cada redução de R$ 1,00 no preço dos ingressos, o público aumenta de 100 espectadores. Qual deve ser o preço para que a receita seja máxima?

(A) R$ 9
(B) R$ 8
(C) R$ 7
(D) R$ 6
(E) R$ 5

---

446. (UFRN) Considerando-se as características da curva ao abaixo, pode-se afirmar que é o gráfico da função



(A) $f(x) = x^2 + 2$.
(B) $f(x) = 2^{|x|}$.
(C) $f(x) = x^2 + 1$.
(D) $f(x) = 0{,}5^{|x|}$.
(E) $f(x) = (x + 1)^2$

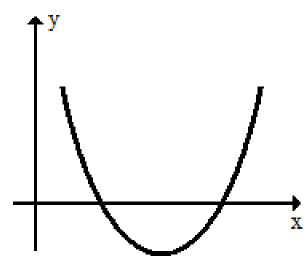
---

447. (PUCRJ) O número de pontos de intersecção das duas parábolas $y = x^2$ e $y = 2x^2 - 1$ é:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

---

448. (IPA) Baseado no gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b, e $c \in \Re$, pode-se afirmar que:



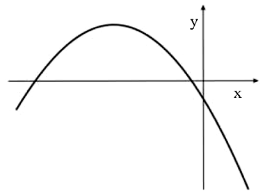
(A) $a > 0, \Delta < 0$
(B) $a > 0, \Delta = 0$
(C) $a > 0, \Delta > 0$
(D) $a < 0, \Delta > 0$
(E) $a < 0, \Delta = 0$

---

449. (UFMG) A função f(x) do segundo grau tem raízes -3 e 1. A ordenada do vértice do gráfico de f(x), é igual a 8. A única afirmativa VERDADEIRA sobre f(x) é:

(A) $f(x) = -2(x - 1)(x + 3)$
(B) $f(x) = -(x - 1)(x + 3)$
(C) $f(x) = -2(x + 1)(x - 3)$
(D) $f(x) = (x - 1)(x + 3)$
(E) $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

450. (UEL-PR) Considere a função real definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico é o seguinte:



Com base na situação exposta e nos conhecimentos sobre o tema, considere as seguintes afirmativas:

I. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$
II. $a(b + c) > 0$
III. $f\left(\frac{-b+2a}{2a}\right) = f\left(\frac{-b-2a}{2a}\right)$
IV. $a\sqrt{\Delta} > 0$

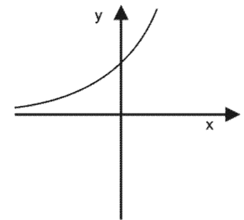
Assinale a alternativa que contém todas as afirmações corretas.

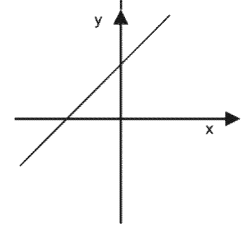
(A) I e III.
(B) III e IV.
(C) I, II e III.
(D) I, II e IV.
(E) II, III e IV.

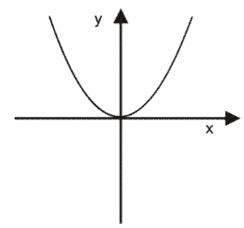
451. (UEG-GO) Em uma rodovia, um motorista acionou o freio de seu carro quando sua velocidade era de 80 km/h, percorrendo ainda 60m até parar completamente. Sabe-se que a distância percorrida por esse veículo até parar é diretamente proporcional ao quadrado da sua velocidade. Caso a frenagem tivesse ocorrido num momento em que a velocidade fosse de 120 km/h, antes de parar o veículo, teria percorrido

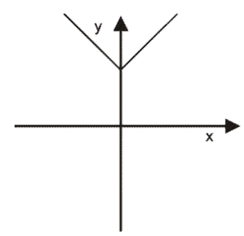
(A) 135 metros.
(B) 124 metros.
(C) 95 metros.
(D) 147 metros.
(E) n.d.a.

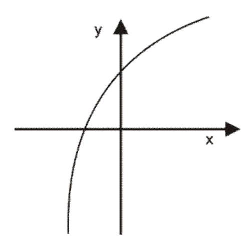
452. (PUCRS) A imagem da função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ é a Progressão Geométrica (1; 4; 16; 64; ....). Os pontos do gráfico de f podem pertencer à curva

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


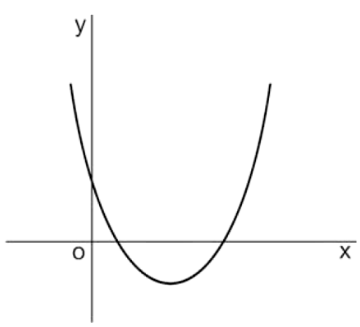
453. (PUCRS) Considere a tabela a seguir, que apresenta dados sobre as funções g, h, k, m, f.

t	g (t)	h (t)	k (t)	m (t)	f (t)
1	23	10	2,2	- 1	4,0
2	24	20	2,5	1	4,5
3	26	29	2,8	- 2	5,5
4	29	37	3,1	2	6,5
5	33	44	3,4	- 3	7,5
6	38	50	3,7	3	8,5

A função cujo gráfico está sobre uma mesma reta é

(A) g
(B) h
(C) k
(D) m
(E) f

454. (UEPB) A função $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, $A \neq 0$ tem como gráfico a figura abaixo. Podemos então concluir que:



(A) $A > 0$, $B^2 < 4AC$, $C > 0$
(B) $A > 0$, $B^2 = 4AC$, $C > 0$
(C) $A > 0$, $B^2 > 4AC$, $C > 0$
(D) $A < 0$, $B^2 < 4AC$, $C < 0$
(E) $A > 0$, $B^2 < 4AC$, $C < 0$

455. (PUC-MG) A tabela a seguir, obtida a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.

NÚMERO DE ESPÉCIES AMEAÇADAS DE EXTINÇÃO	239	276	313	350	387	424
Ano	1983	1987	1991	1995	1999	2003

Se mantida, nos anos subseqüentes, a tendência linear de crescimento mostrada na tabela, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a:

(A) 461
(B) 498
(C) 535
(D) 572
(E) n.d.a.

456. (UFPel) A quantidade de um produto demandada no mercado é função de várias variáveis: preço por unidade do produto, preço de bens substituídos, renda do consumidor, gostos etc. Supondo todas as variáveis constantes, exceto o seu preço unitário, verifica-se que esse preço (P) relaciona-se a quantidade demandada (x). Chama-se a função de demanda a relação P = f(x).

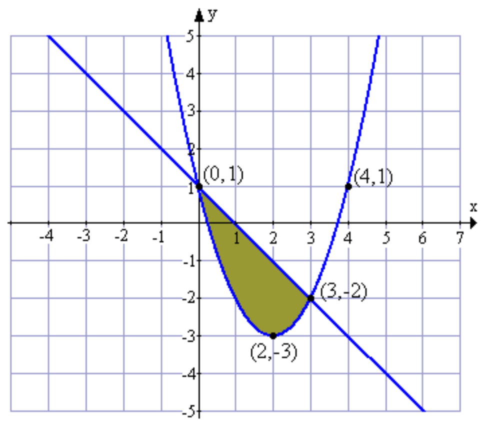
O conceito de função de oferta é análogo ao de demanda. Mantidas constantes certas condições, a quantidade (x) de um produto colocado no mercado pelos produtores relaciona-se com o preço unitário do produto (P).

Chama-se ponto de equilíbrio de mercado, o ponto de intersecção entre a curva de oferta e de demanda.

Considerando o preço de demanda dado pela função $P = 10000 - 2x$ e o preço de oferta por $P = \frac{2}{7}x + 2000$, é correto afirmar que o preço, no ponto de equilíbrio, é

(A) R$ 2647,00.
(B) R$ 3000,00.
(C) R$ 3461,00
(D) R$ 3352,00.
(E) R$ 3500,00.

457. (UFRGS) Considere, na figura abaixo, a região sombreada limitada por uma reta e pelo gráfico de uma função quadrática. As coordenadas dos pontos (x, y) dessa região verificam as desigualdades



(A) $x^2 - 4x + 1 \leq y \leq 1 - x$

(B) $x^2 - x + 4 \leq y \leq 1 - x$

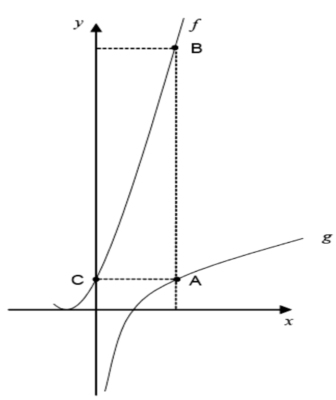
(C) $x^2 - 2x + 1 \leq y \leq 1 - x$

(D) $x^2 - 4x - 1 \leq y \leq 1 - x$

(E) $x^2 - 2x + 1 \leq y \leq 1 - x$

---

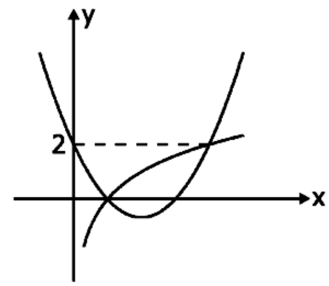
458. (UEM-PR) Na figura a seguir, esboçamos o gráfico de duas funções f e g, dadas por $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = \log_2 x$.



Sabe-se que o ponto C é a interseção do gráfico da função *f* com o eixo *y*, os pontos A e C têm a mesma ordenada, os pontos A e B possuem a mesma abscissa, A pertence ao gráfico de *g* e B pertence ao gráfico de *f*. Dessa forma, a distância do ponto A ao ponto B é

(A) 6.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 10.

459. (Mackenzie) Se na figura temos os esboços dos gráficos das funções $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = ax^2 + bx + c$, então $g\left(f\left(\frac{1}{8}\right)\right)$ é igual a:



(A) 14
(B) 15
(C) 16
(D) 17
(E) 18

---

460. (UEL-PR) Um consumidor adquiriu um aparelho de telefonia celular que possibilita utilizar os serviços das operadoras de telefonia M e N. A operadora M cobra um valor fixo de R$ 0,06 quando iniciada a ligação e mais R$ 0,115 por minuto da mesma ligação. De modo análogo, a operadora N cobra um valor fixo de R$ 0,08 e mais R$ 0,11 por minuto na ligação.

Considere as afirmativas a seguir:

I. O custo de uma ligação de exatos 4 minutos é o mesmo, qualquer que seja a operadora.
II. O custo da ligação pela operadora M será menor do que o custo da ligação pela operadora N, independentemente do tempo de duração da ligação.
III. Uma ligação de 24 minutos efetuada pela operadora M custará R$ 0,10 a mais do que efetuada pela operadora N.
IV. O custo da ligação pela operadora N será menor do que o custo da ligação pela operadora M, independentemente do tempo de duração da ligação.
Assinale a alternativa que contém todas as afirmativas corretas.

(A) I e II.
(B) I e III.
(C) III e IV.
(D) I, II e IV.
(E) II, III e IV.

461. (ENEM) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia.

O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

Revista Exame. 21 abr. 2010.

A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é

(A) $f(x) = 3x$
(B) $f(x) = 24$
(C) $f(x) = 27$
(D) $f(x) = 3x + 24$
(E) $f(x) = 24x + 3$

462. (FUVEST) Uma função f de variável real satisfaz a condição f(x+1) = f(x) + f(1), qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo-se que f(2) = 1, podemos concluir que f(5) é igual a:

(A) 1/2
(B) 1
(C) 5/2
(D) 5
(E) 10

TEXTO PRA AS QUESTÕES 63 E 64

No quadro abaixo estão as contas de luz e água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m^3) e de eletricidade (em kwh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água, existe uma tarifa mínima e diferentes faixas de tarifação.

Companhia de Eletricidade	
Fornecimento	**Valor - R$**
401 KWH × 0,13276000	53,23

Companhia de Saneamento			
TARIFAS DE ÁGUA / M³			
Faixas de consumo	**Tarifa**	**Consumo**	**Valor - R$**
até 10	5,50	tarifa mínima	5,50
11 a 20	0,85	7	5,95
21 a 30	2,13		
31 a 50	2,13		
acima de 50	2,36		
		Total	11,45

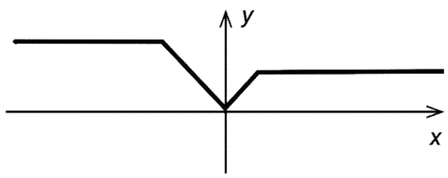
463. (ENEM) Suponha que, no próximo mês, dobre o consumo de energia elétrica dessa residência. O novo valor da conta será de:

(A) R$ 55,23
(B) R$ 106,46
(C) R$ 802,00
(D) R$ 100,00
(E) R$ 22,90

464. (ENEM) Suponha agora que dobre o consumo d'água. O novo valor da conta será de:

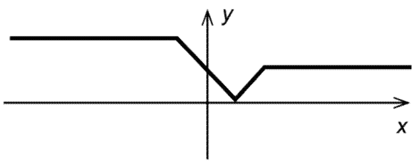
(A) R$ 22,90
(B) R$ 106,46
(C) R$ 43,82
(D) R$ 17,40
(E) R$ 22,52

465. (UFMG) Nesta figura, está representado o gráfico da função y = f(x):

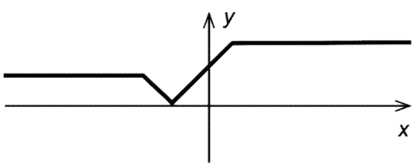


Com base nas informações desse gráfico, assinale a alternativa cuja figura melhor representa o gráfico da função g(x) = f(1 – x).

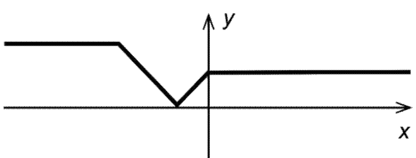
(A)



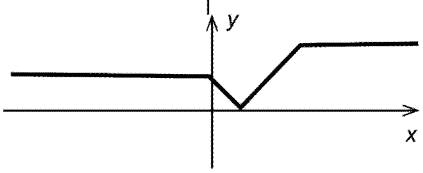
(B)



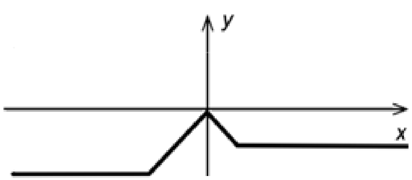
(C)



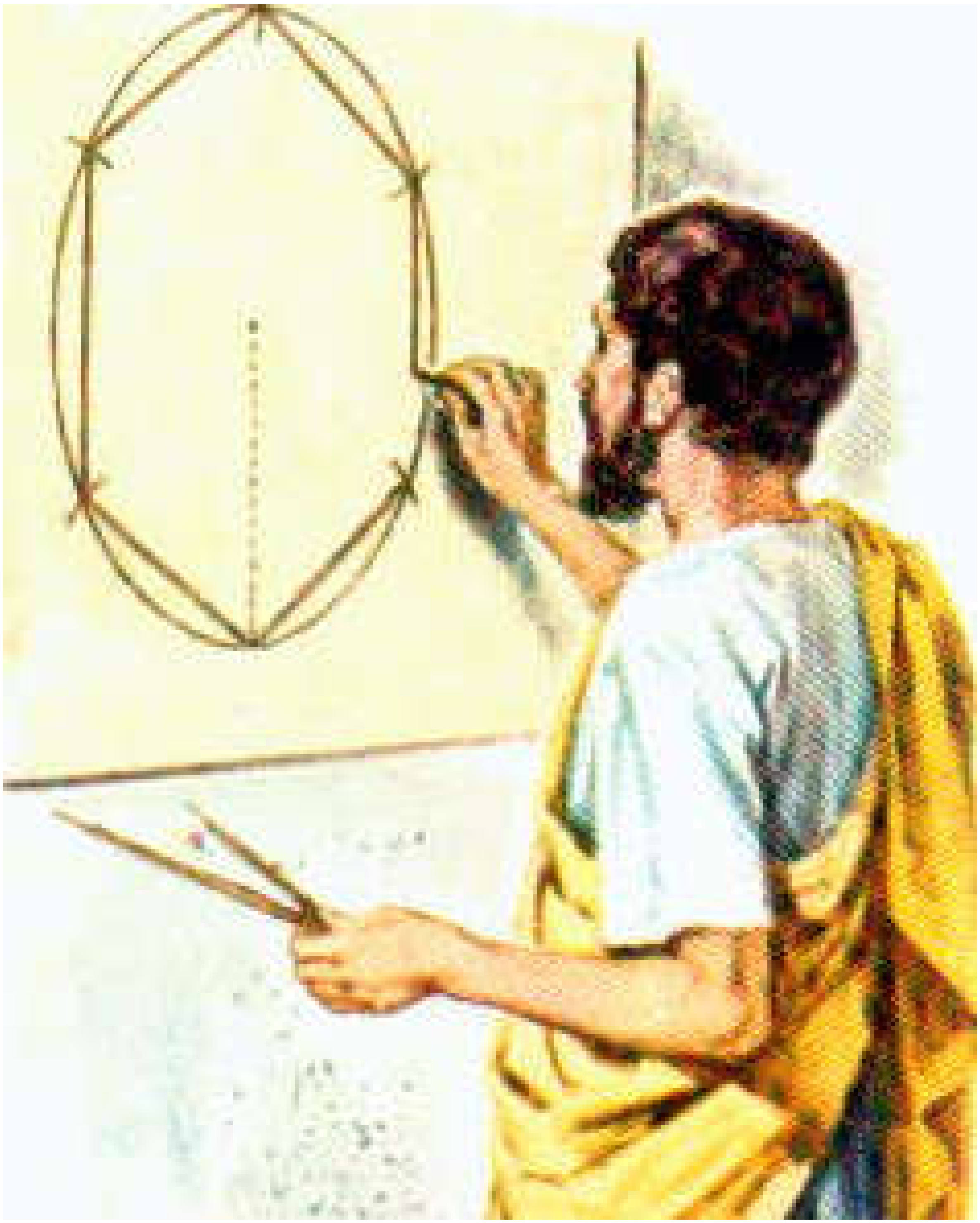
(D)



(E)



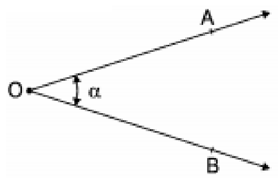
GEOMETRIA PLANA



GEOMETRIA PLANA

Ângulos

Ângulo é a região formada por duas semirretas que têm a mesma origem (vértice).

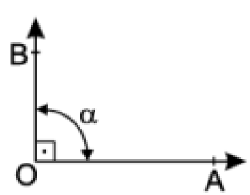


Unidades de medida

Quando tratamos de ângulos, o sistema mais comum é o Sexagesimal (Grau). Um sistema de numeração de base 60, criado pela antiga civilização Suméria. Nele, 1 grau é o equivalente a 1/360 da circunferência. Seus submúltiplos são os minutos e segundos, onde:

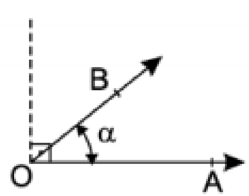
$$1° = 60'$$
$$1' = 60''$$

Ângulo Reto



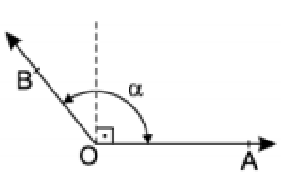
$$\alpha = 90°$$

Ângulo Agudo



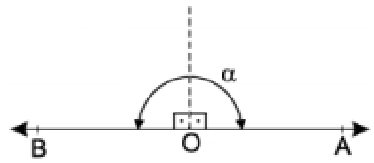
$$\alpha < 90°$$

Ângulo Obtuso



$$\alpha > 90°$$

Ângulo Raso

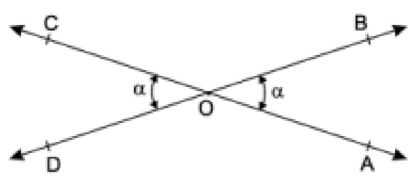


$$\alpha = 180°$$

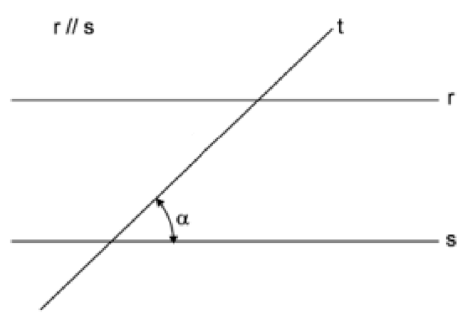
Dois ângulos podem ser classificados como:

- Complementares: $\alpha + \beta = 90°$
- Suplementares: $\alpha + \beta = 180°$
- Replementares: $\alpha + \beta = 360°$

Ângulos Opostos Pelo Vértice

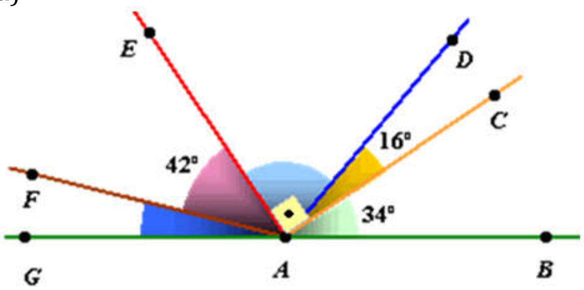


Ângulos - Paralelas x Concorrentes



Exemplos:

a)



Determine:

$F\hat{A}G =$

$E\hat{A}D =$

Classifique os ângulos:

$F\hat{A}G$: ______________________________

$E\hat{A}D$: ______________________________

$E\hat{A}C$: ______________________________

$G\hat{A}B$: ______________________________

$F\hat{A}C$: ______________________________

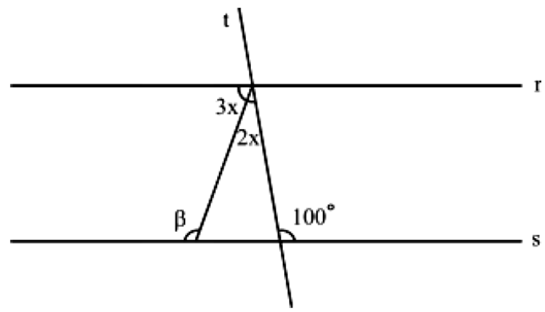
b) Dois dos ângulos correspondentes, formados por duas retas r e s distintas e interceptadas pela transversal "t", são dados pelas medidas 13x – 2 e 18 + 8x, em graus. Determine o valor de "x".

---

c) Duas retas paralelas, cortadas por uma transversal, formam quatro ângulos obtusos, cuja soma das medidas é 600°. Calcular a medida de um dos ângulos agudos

Exercícios de Classe

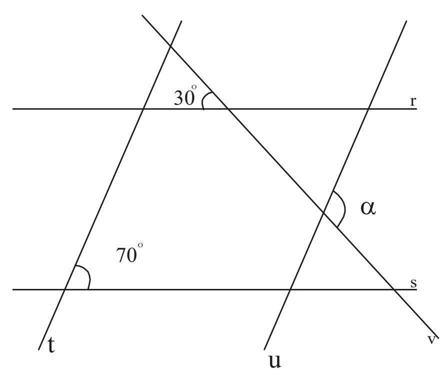
466. (UEPB) As retas paralelas r e s são cortadas pela reta t como mostra a figura abaixo. A medida do ângulo β é



a) 120°
b) 100°
c) 140°
d) 130°
e) 110°

---

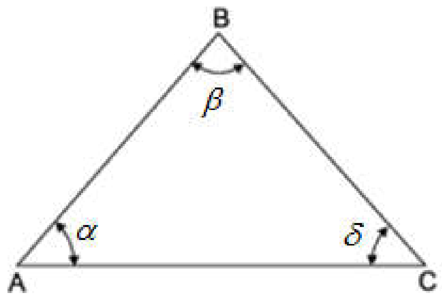
467. (UNIFOR CE) Na figura abaixo, tem-se r//s e t//u. Se os ângulos assinalados têm as medidas indicadas em graus, então α é igual a:



a) 100°
b) 80°
c) 70°
d) 50°
e) 30°

Triângulos

Dados três pontos A, B e C, não colineares, chama-se de Triângulo à reunião dos segmentos AB, AC e BC e denota-se por ΔABC.

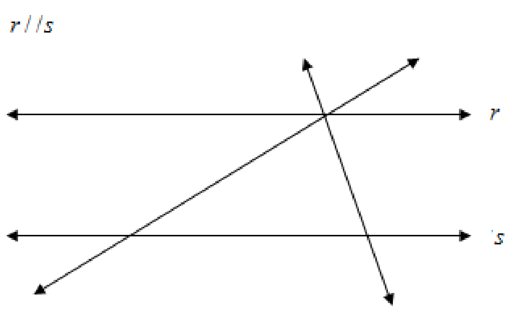


Os pontos A, B e C são chamados vértices e a soma dos ângulos internos é sempre igual a 180°.

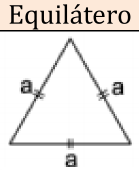
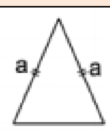
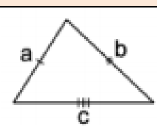
Teorema:

$$\boxed{\alpha + \beta + \delta = 180^\circ}$$

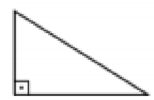
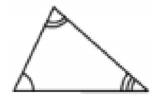
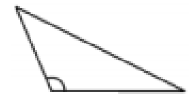
Demonstração:



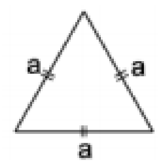
Classificação quanto aos lados:

Equilátero	Isósceles	Escaleno
		
Três lados congruentes	Dois lados congruentes	Não possui lados congruentes

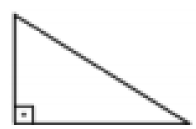
Classificação quanto aos ângulos:

Retângulo	Acutângulo	Obtusângulo
		
Um ângulo reto	Três ângulos agudos	Um ângulo obtuso

OBSERVAÇÕES:



$$\boxed{\alpha =}$$

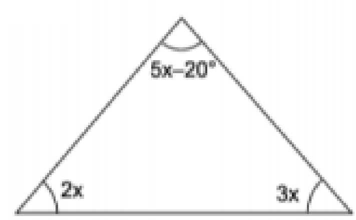


$$\boxed{\alpha + \beta =}$$

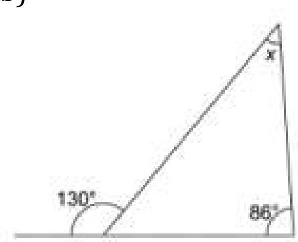
Exercícios de Classe

468. Determine o valor de x nas figuras abaixo:

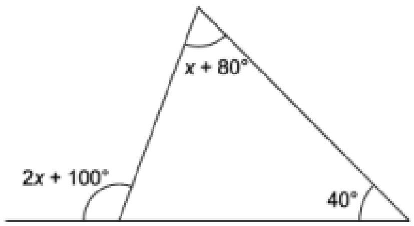
a)



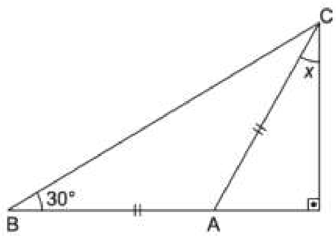
b)



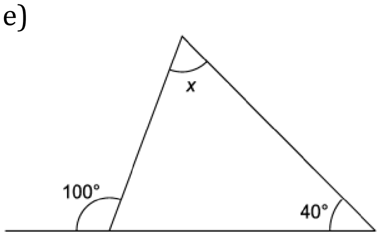
c)



d)

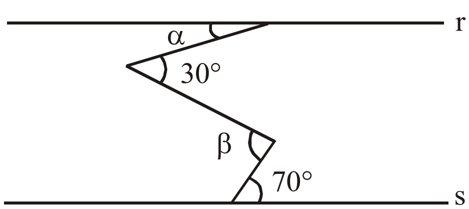


e)



Exercícios de Casa

469. (UNIFOR CE) Na figura abaixo têm-se as retas **r** e **s**, paralelas entre si, e os ângulos assinalados, em graus.



Nessas condições, α + β é igual a

a) 50°
b) 70°
c) 100°
d) 110°
e) 130°

470. (UECE) Considere 5 semirretas, todas partindo do mesmo ponto P num certo plano, formando 5 ângulos contíguos que cobrem todo o plano, cujas medidas são proporcionais aos números 2, 3, 4, 5 e 6. Determine a diferença entre o maior e o menor ângulo.

a) 22°
b) 34°
c) 56°
d) 72°

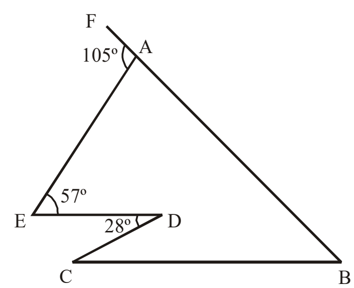
---

471. (UNIFOR CE) A medida em graus do ângulo Â é igual ao triplo da medida de seu complemento. O ângulo Â mede

a) 90°
b) 67°30'
c) 60°
d) 48°30'
e) 45°

---

472. (UFMG) Observe esta figura:



Nessa figura, os pontos F, A e B estão em uma reta e as retas CB e ED são paralelas. Assim sendo, o ângulo $A\hat{B}C$ mede

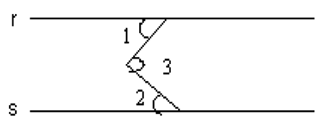
a) 39°
b) 44°
c) 47°
d) 48°

473. (UEPB) Duas retas cortadas por uma transversal, formam ângulos alternos externos expressos em graus pelas equações $3x+18$ e $5x+10$. O valor de x, de modo que estas retas sejam paralelas é

a) 4
b) 5
c) 8
d) 10
e) 12

---

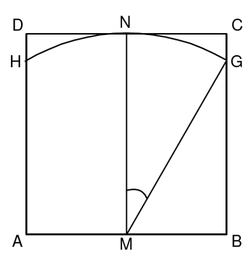
474. (UFAM) Na figura, as retas r e s são paralelas, o ângulo 1 mede 45º e o ângulo 2 mede 55º. A medida em graus, do ângulo 3 é



a) 90°
b) 45°
c) 55°
d) 110°
e) 100°

---

475. (UFPE) Na ilustração a seguir, ABCD é um quadrado, M e N são os pontos médios e respectivos dos lados AB e CD, e G e H pertencem à circunferência com centro em M e raio MN.

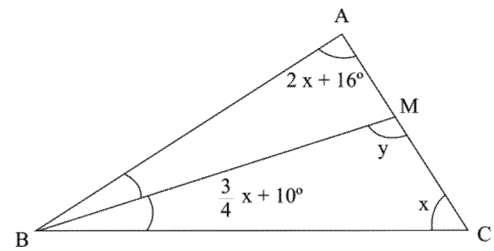


Qual a medida do ângulo GMN?

a) 33°
b) 32°
c) 31°
d) 30°
e) 29°

476. (UNIMONTES MG) Na figura, BM é bissetriz de $\hat{B}$. O valor do ângulo y é

a) 114°
b) 32°
c) 66°
d) 124°



---

477. (UEPB) Considere as sentenças:

I. Uma reta perpendicular a uma reta de um plano é perpendicular a esse plano.

II. Uma reta perpendicular a duas retas concorrentes de um plano é perpendicular a esse plano.

III. Dois planos distintos paralelos a uma reta são paralelos entre si.

IV. Se a interseção entre duas retas é o conjunto vazio, elas são paralelas.

O número de sentenças verdadeiras acima é

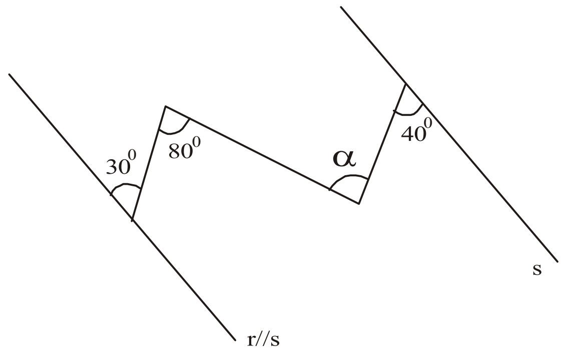
a) zero.
b) quatro.
c) três.
d) dois.
e) um.

---

478. (FATEC SP) O dobro da medida do complemento de um ângulo aumentado de 40º é igual à medida do seu complemento. Qual a medida do ângulo?

a) 110º
b) 120°
c) 130°
d) 100°
e) 90°

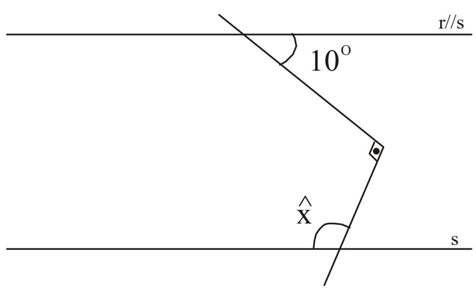
479. Se r//s, determine o valor do ângulo α.



a) 70°
b) 80°
c) 90°
d) 100°
e) 110°

---

480. (PUC SP) Na figura r//s então o valor do ângulo *x* é



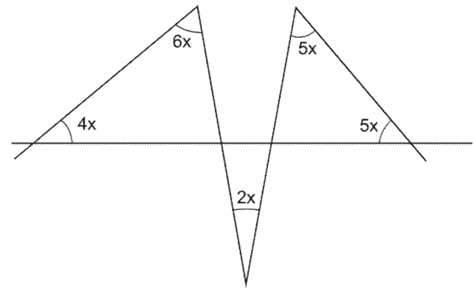
a) 70°
b) 80°
c) 90°
d) 100°
e) 110°

---

481. (UFRN) O relógio ao lado está marcando 2h30min. Passadas duas horas e quinze minutos, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio será:

a) 127,5°
b) 105°
c) 112,5°
d) 120°

482. (UFPE) Na figura abaixo, as medidas de alguns ângulos são dadas, em graus, em função de x. Então, o valor de x é

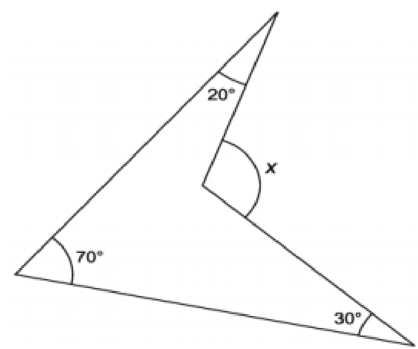


a) 36°
b) 24°
c) 18°
d) 16°
e) 10°

---

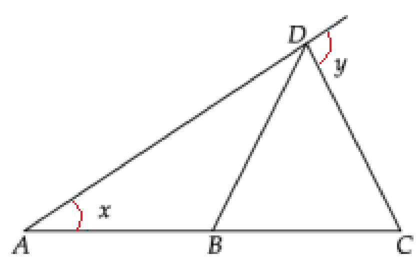
483. Na figura, o valor de x é:

a) 90°
b) 100°
c) 110°
d) 120°
e) 130°



---

484. (FUVEST) Na figura, AB = BD = CD. Então



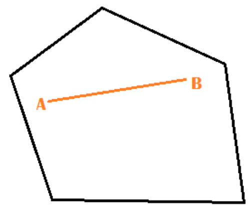
a) y = 3x
b) y = 2x
c) x + y = 180°
d) x = y
e) 3x = 2y

Polígonos

Polígono é toda linha poligonal fechada, e se classifica como convexo ou côncavo

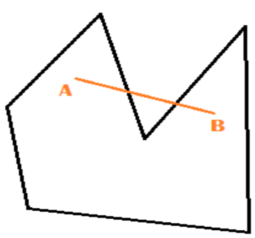
Polígono Convexo

Ao marcarmos dois pontos quaisquer A e B, no interior do polígono, o segmento AB está sempre no interior do polígono.

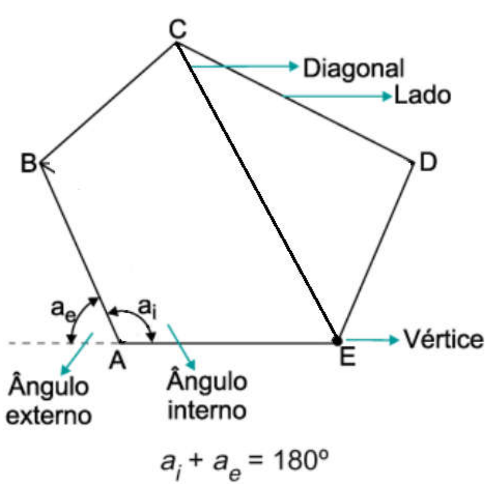


Polígono Côncavo

Ao marcarmos dois pontos quaisquer A e B, no interior do polígono, algum segmento AB tem pontos exteriores ao polígono.



Elementos



Classificação dos principais polígonos

Lados	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
13	Tridecágono
20	Icoságono

Número de Diagonais

O número de diagonais de um polígono convexo pode ser encontrado pela fórmula abaixo, onde n é o número de lados do polígono.

$$\boxed{D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}}$$

Observações

Em qualquer polígono regular:

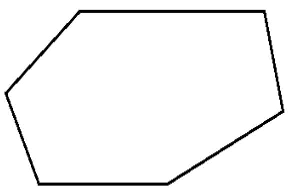
- Se n é par, então n/2 é o número de diagonais que passam pelo centro.
- Se n é ímpar, não há diagonais que passam pelo centro.

Ângulos Internos

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é dada por:

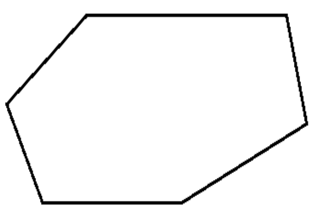
$$S_i = (n-2)\cdot 180°$$

Demonstração



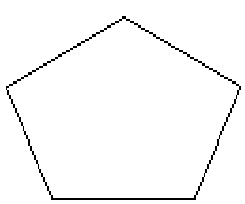
Ângulos Externos

Define-se como ângulo externo de um polígono o ângulo formado entre prolongamento de um dos lados do polígono com o outro lado.



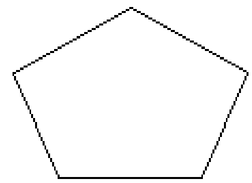
OBSERVAÇÕES

- A soma dos ângulos externos será sempre igual a 360°.



$$S_e = 360°$$

- A soma do ângulo externo com o ângulo interno será sempre igual a um ângulo raso.



$$a_e + a_i = 180°$$

- Se o polígono for regular, o ângulo externo é dado por:

$$a_e = \frac{360°}{n}$$

Exercícios de Classe

485. Calcule a soma dos ângulos internos de um eneágono.

486. Calcule a soma dos ângulos internos de um decágono.

487. Qual o polígono cuja soma dos ângulos internos vale 1800°.

488. Calcule o número de diagonais de um icoságono.

489. Em um heptágono regular, determine o número de diagonais que passam pelo centro.

490. Quantas diagonais passam pelo centro de um octógono regular?

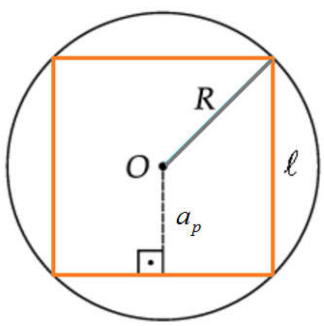
491. Determine o ângulo interno e o ângulo externo de um:

a) triângulo equilátero
b) quadrado
c) pentágono regular
d) hexágono regular.

Polígonos Regulares

Um polígono convexo é dito regular se, e somente se, possui todos os lados e ângulos congruentes. Todo polígono regular pode ser inscrito e circunscrito em uma circunferência.

Quadrado



$d = \ell\sqrt{2}$

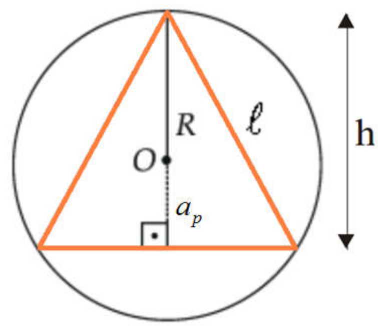
$R = \dfrac{d}{2}$

Exemplo:

a) Se a diagonal de um quadrado mede $4\sqrt{2}$ m, determine:

- Área
- Perímetro
- Comprimento da circunferência circunscrita
- Área do círculo inscrito

Triângulo Equilátero



$a_p = \dfrac{1}{3}h$

$R = \dfrac{2}{3}h$

$h = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$

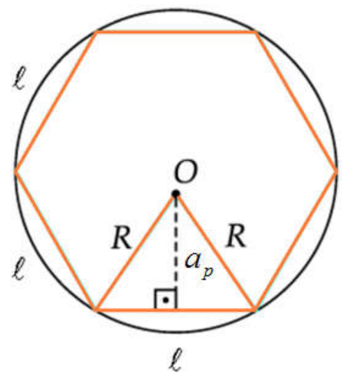
$A = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

Exemplo

b) Num triângulo equilátero de lado 6m, calcule:

- Perímetro
- Área
- Apótema
- Altura
- Área do círculo inscrito
- Perímetro do círculo circunscrito

Hexágono regular



$$A = 6 \cdot S_{\Delta}$$

$$a_p = h_{\Delta}$$

$$R = \ell$$

Exemplo

c) Se a medida do perímetro de um hexágono regular é de 24 cm, determine:

- Área
- Altura
- Apótema
- Área do círculo circunscrito
- Comprimento da circunferência inscrita

Exercícios de Casa

492. (VUNESP) A distância entre dois lados paralelos de um hexágono regular é igual a $2\sqrt{3}$ cm. A medida do lado desse hexágono, em centímetros, é

a) $\sqrt{3}$
b) 2
c) 2,5
d) 3
e) 4

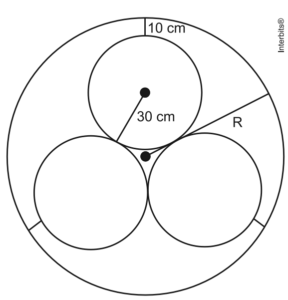
---

493. Num quadrado de área 20 cm² a soma da medida do seu perímetro com o comprimento da circunferência circunscrita a esse quadrado, em cm, vale

a) $8\sqrt{5}+2\pi\sqrt{10}$
b) $2\sqrt{5}+2\pi\sqrt{10}$
c) $\sqrt{5}+2\sqrt{10}$
d) $8+\pi\sqrt{10}$
e) $8\sqrt{5}+2\pi$

---

494. (Enem) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.
O valor de R, em centímetros, é igual a

a) 64,0 b) 65,5 c) 74,0 d) 81,0 e) 91,0

495. O lado de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência mede $2\sqrt{6}$ cm. Determine a medida da altura do triangulo.

a) $2\sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}$
c) $3\sqrt{2}$
d) 2
e) $2\sqrt{6}$

---

496. (ACAFE) O diâmetro mínimo de um tronco de árvore, para que dele se possam fazer postes quadrados, cujas arestas das bases meçam 20 cm, é

a) 10 cm
b) 40 cm
c) 30 cm
d) $20\sqrt{2}$ cm
e) 80 cm

---

497. (ACAFE) A razão entre os comprimentos das circunferências circunscrita e inscrita a um quadrado é

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{2}$
d) $2\sqrt{3}$
e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

---

498. (FUVEST) A, B, C e D são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um dos ângulos formados pelas diagonais AC e BD é

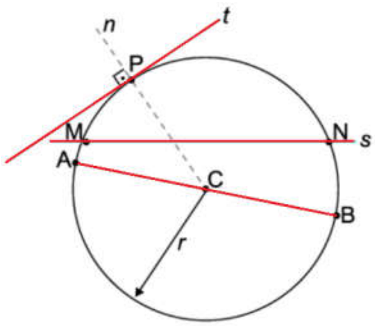
a) 10°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 90°

Circunferência e Círculo

Circunferência é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.

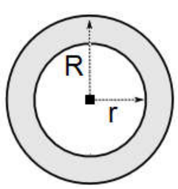
Círculo é a porção do plano limitada pela circunferência.

Elementos

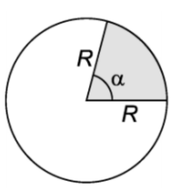


Raio:
Diâmetro:
Corda:
Arco:
Reta tangete:
Reta secante:

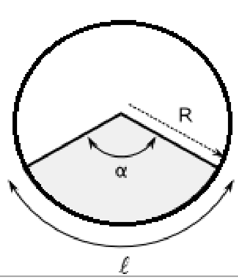
Coroa Circular



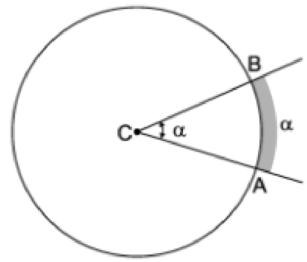
Setor Circular



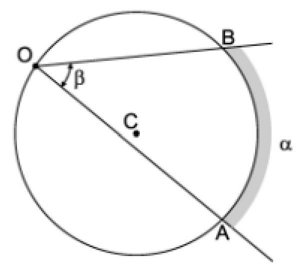
Comprimento do Arco



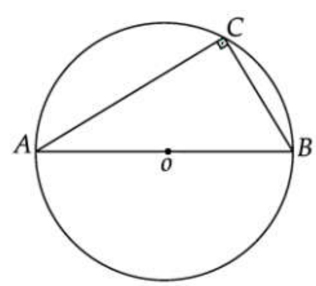
Ângulo Central



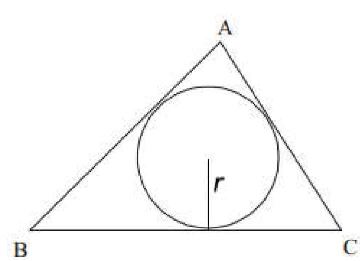
Ângulo Inscrito



Triângulo inscrito na Semicircunferência

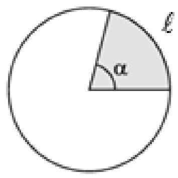


Círculo Inscrito em Triângulo Qualquer



Exercícios de Classe

499. (UFRGS) Na figura abaixo, o comprimento da circunferência é 36 e α = 25°. O comprimento do arco ℓ é



(A) 1
(B) 1,5
(C) 2,5
(D) 3
(E) 3,5

---

500. (FUVEST) O triângulo ABC está inscrito numa circunferência de raio 5cm. Sabe-se que A e B são extremidades de um diâmetro e que a corda BC mede 6cm. Então a área do triângulo ABC, em cm^2, vale:

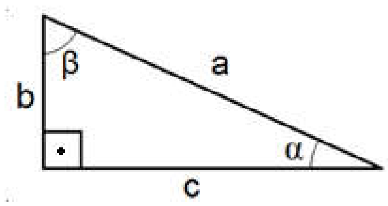
(A) 24
(B) 12
(C) $5\sqrt{3}$ /2
(D) $6\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{3}$

---

501. (UFRGS) A área de um setor circular de 210° e raio 3 cm é

(A) $\frac{9\pi}{2}$
(B) $\frac{15\pi}{4}$
(C) 8π
(D) $\frac{21\pi}{4}$
(E) 6π

Triângulo Retângulo



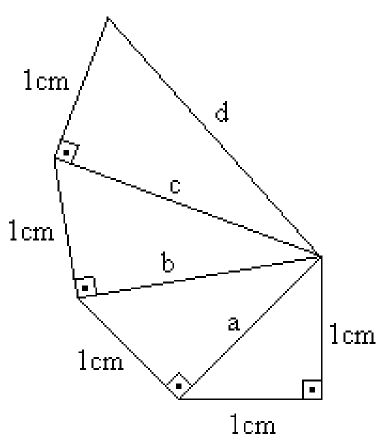
Área:

Perímetro:

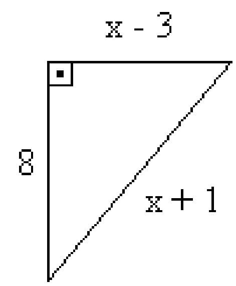
Pitágoras:

Exemplos

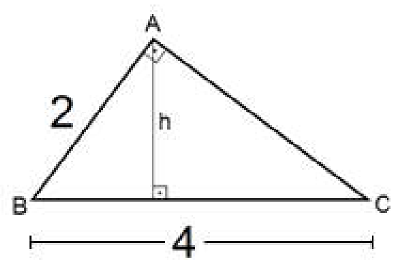
a) Na figura abaixo há quatro triângulos retângulos. Sendo **a**, **b**, **c** e **d** as hipotenusas. Calculando a medida da hipotenusa **d** chega-se ao valor de



b) Determine a área do triângulo retângulo abaixo.

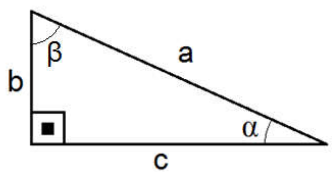


c) Determine a altura relativa à hipotenusa do triângulo abaixo.



Principais ângulos

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
SENO					
COS					
TAN					

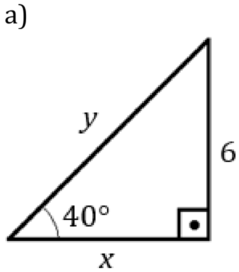


Seno | Cosseno | Tangente

Exemplos:

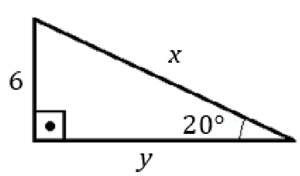
Determine a medida de ***x*** e ***y*** nos itens *a* e *b*, considerando as seguintes aproximações:

a)

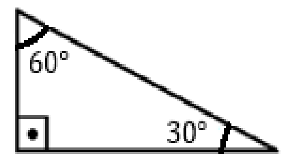


	40°	**70°**
sen	0,64	0,94
cos	0,77	0,34
tg	0,84	2,75

b) 30° 60°

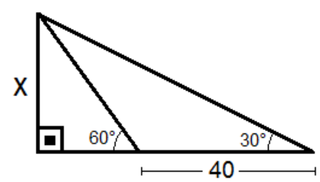


Triângulo Notável – Regra da COISA!

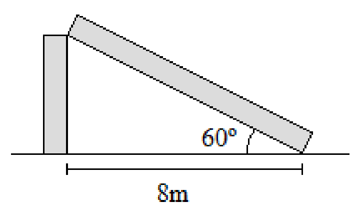


c) Um avião decola formando 60° com o solo. Calcule a distância percorrida pelo avião ao atingir 30 km de altura.

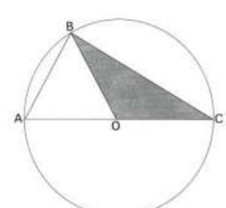
d) Calcule o valor de x.



e) Um louco enfurecido dá cabeçadas num poste até que o poste se quebre em duas partes. O ápice do poste toca o chão formando um ângulo de 60° conforme a figura. Calcule o comprimento do poste.

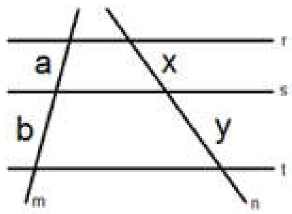


f) (UFSC) O triângulo ABC está inscrito em uma circunferência de centro O, cujo diâmetro mede 10cm. Se a corda AB mede 6cm, então a área sombreada, em centímetros quadrados, é:



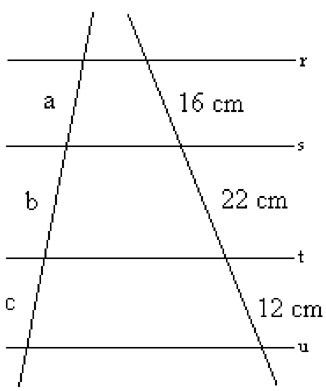
Teorema de Tales

Dadas as retas paralelas **r**, **s** e **t** e duas transversais **m** e **n,** tem-se as seguintes proporções:

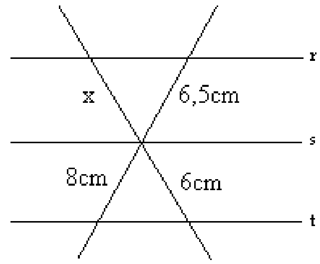


Exemplos

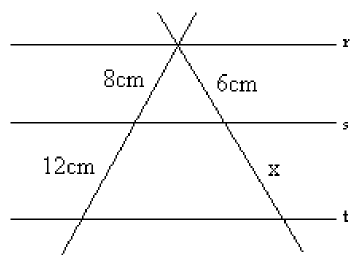
a) Sendo r, s, t, u retas paralelas, determine a medida de **a**, **b** e **c**. Dados **a + b + c = 300 cm**.



b) Calcule a medida de **x**, sendo r // s // t.

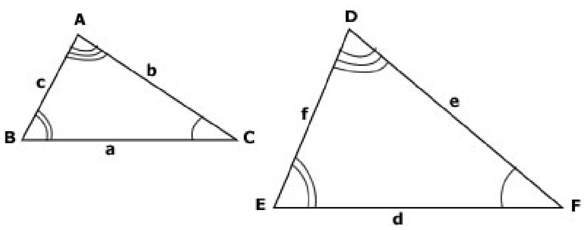


c) Calcule a medida de **x**, sendo r // s // t.



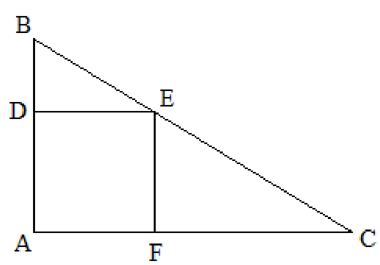
Semelhança de Triângulos

Dois ou mais triângulos são semelhantes quando possuem todos os ângulos congruentes entre si. Isso posto, tem-se que os lados homólogos são proporcionais.



Exercícios de Classe

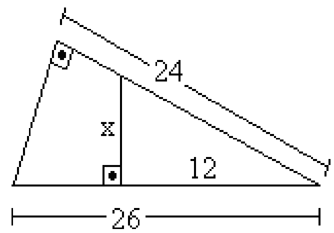
502. (FUVEST) Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A, ADEF é um quadrado, $\overline{AB} = 1$ e $\overline{AC} = 3$.



Quanto mede o lado do quadrado?

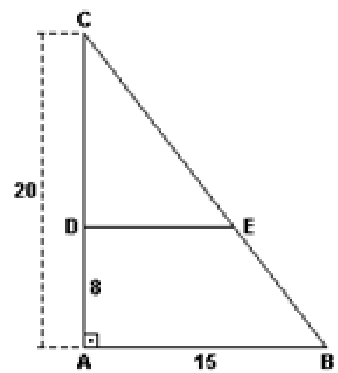
(A) 0,70
(B) 0,75
(C) 0,80
(D) 0,85
(E) 0,90

503. (FURG) O valor de **x**, na figura abaixo, é



(A) 24
(B) 13
(C) 5
(D) 8
(E) 10

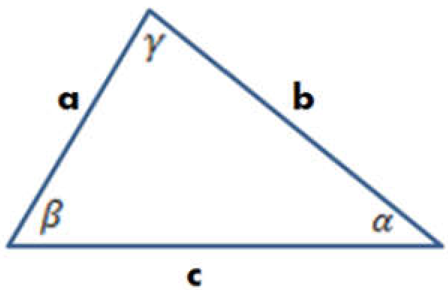
504. (Unesp) A figura representa um triângulo retângulo de vértices A, B e C, onde o segmento de reta DE é paralelo ao lado AB do triângulo.



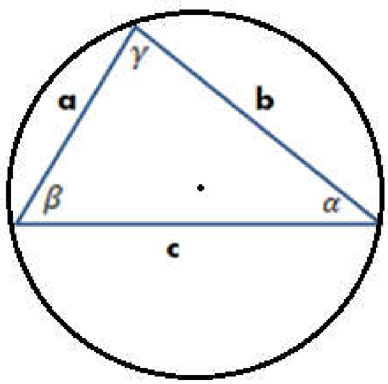
Se $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{AC} = 20$ cm e $\overline{AD} = 8$ cm, a área do trapézio ABED, em cm², é

(A) 84.
(B) 96.
(C) 120.
(D) 150.
(E) 192.

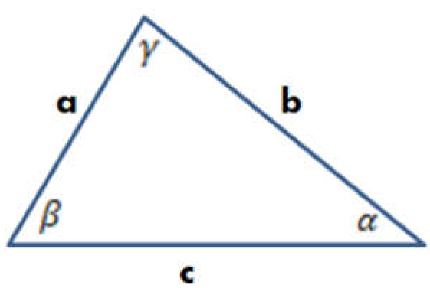
Lei dos Senos



$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = 2r$$



Lei dos Cossenos



- $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\alpha$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\gamma$

Exercícios de Classe

505. (FUVEST) Um triângulo T tem lados iguais a 4, 5 e 6. O cosseno do maior ângulo de T é

(A) 5/6.
(B) 4/5.
(C) 3/4.
(D) 2/3.
(E) 1/8.

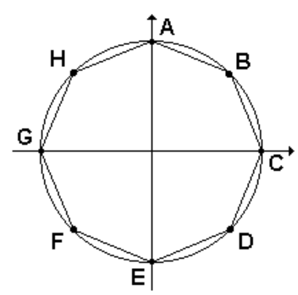
---

506. (CESGRANRIO) No triângulo ABC, os lados AC e BC medem 8cm e 6cm, respectivamente, e o ângulo A vale 30°. O seno do ângulo B vale

(A) 1/2
(B) 2/3
(C) 3/4
(D) 4/5
(E) 5/6

---

507. Na figura a seguir tem-se um octógono regular inscrito na circunferência de centro na origem do plano cartesiano, diâmetro igual a 8 e com os vértices A, C, E e G sobre os eixos coordenados.

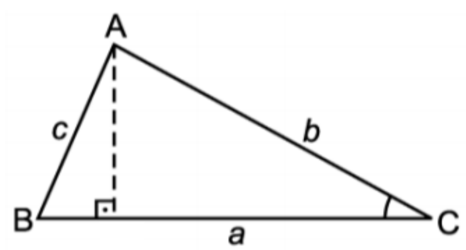


A medida do lado desse octógono é

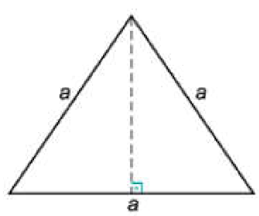
(A) $16\sqrt{2-\sqrt{2}}$
(B) $8\sqrt{2-\sqrt{2}}$
(C) $4\sqrt{2-\sqrt{2}}$
(D) $4\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{2}$

Áreas de Figuras Planas

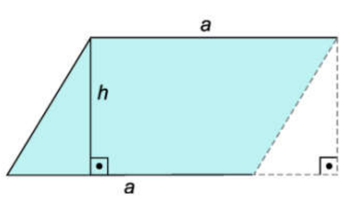
Triângulos Quaisquer

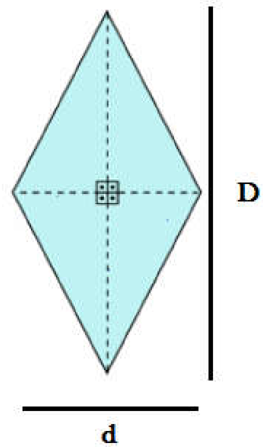


Triângulo Equilátero

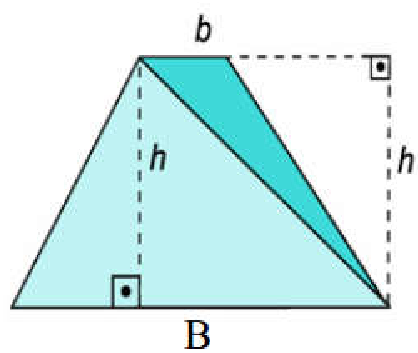


Paralelogramo



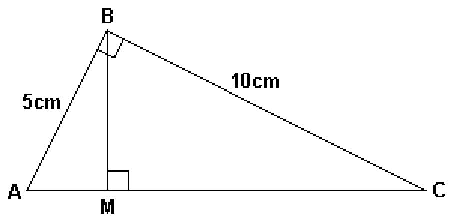


Trapézio



Exercícios de Casa

508. (UDESC) Determine as áreas dos triângulos ABM e BCM, respectivamente, no triângulo abaixo.



(A) 5 cm^2 e 20 cm^2.
(B) 10 cm^2 e 15 cm^2.
(C) 15 cm^2 e 10 cm^2
(D) 20 cm^2 e 5 cm^2.
(E) 12,5 cm^2 e 12,5 cm^2.

---

509. (IPA) Uma rampa para cadeirantes tem uma inclinação de 20º em relação à horizontal. Se uma pessoa percorrer 24 metros na rampa, a que altura aproximada do solo se encontrará?

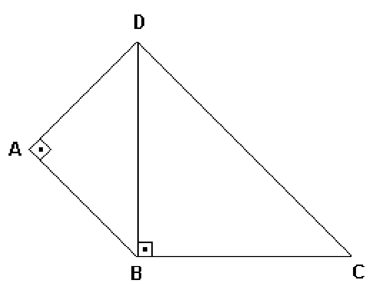
(Dados sen 20° = 0,34, cos 20° = 0,94, tg 20° = 0,36)

(A) 8m
(B) 9m
(C) 12m
(D) 10m
(E) 22m

---

510. (UFPE) Na figura abaixo, ABD e BCD são triângulos retângulos isósceles. Se AD = 4, qual é o comprimento de DC?

(A) $4\sqrt{2}$
(B) 6
(C) 7
(D) 8
(E) $8\sqrt{2}$



511. (IPA) Um alpinista deseja calcular a altura de uma encosta que vai escalar. Para isso, afasta-se, horizontalmente, 80 m do pé da encosta e visualiza o topo sob um ângulo de 60º com o plano horizontal. A altura da encosta, em metros, é

(A) 160
(B) $40\sqrt{3}$
(C) $\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$
(D) $40\sqrt{2}$
(E) $80\sqrt{3}$

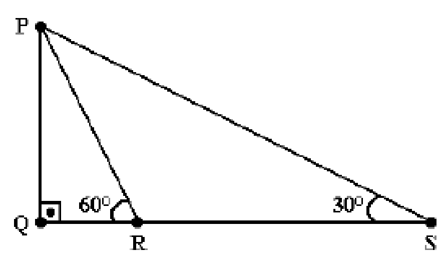
---

512. (Cesgranrio) Uma escada de 2m de comprimento está apoiada no chão e em uma parede vertical. Se a escada faz 30° com a horizontal, a distância do topo da escada ao chão é de

(A) 0,5 m
(B) 1 m
(C) 1,5 m
(D) 1,7 m
(E) 2 m

---

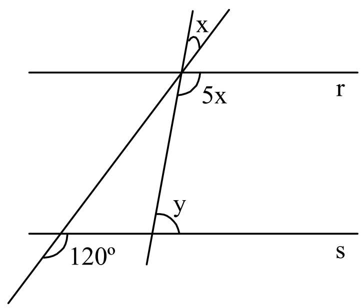
513. (UFPE) Considere os triângulos retângulos PQR e PQS da figura a seguir. Se RS = 100, quanto vale PQ?



(A) $100\sqrt{3}$
(B) $50\sqrt{3}$
(C) 50
(D) $\left(50\sqrt{3}\right)/3$
(E) $25\sqrt{3}$

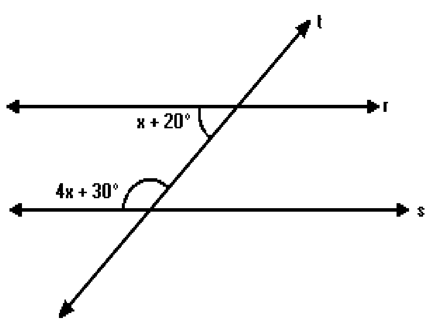
514. (FURG) Na figura abaixo, as retas **r** e **s** são paralelas. A medida do ângulo y, em graus é

(A) 90°.
(B) 60°.
(C) 100°.
(D) 70°.
(E) 80°.



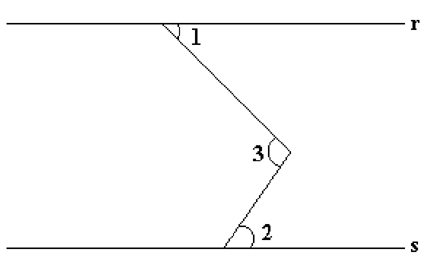
515. (UNAERP) As retas r e s são interceptadas pela transversal "t", conforme a figura. O valor de x para que r e s seja, paralelas é

(A) 20°
(B) 26°
(C) 28°
(D) 30°
(E) 35°

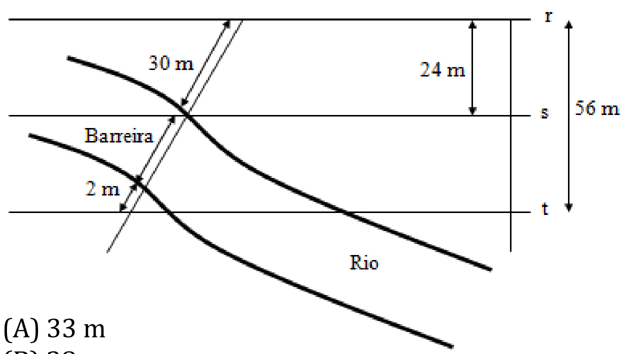


516. (FUVEST) Na figura adiante, as retas r e s são paralelas, o ângulo 1 mede 45° e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é

(A) 50
(B) 55
(C) 60
(D) 80
(E) 100

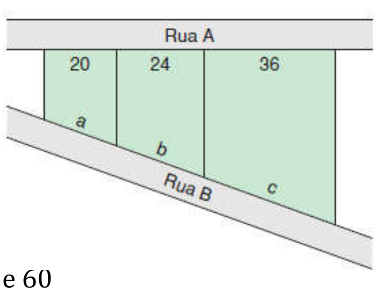


517. (UFSM) A crise energética tem levado as médias e grandes empresas a buscarem alternativas na geração de energia elétrica para a manutenção do maquinário. Uma alternativa encontrada por uma fábrica foi a de construir uma pequena hidrelétrica, aproveitando a correnteza de um rio que passa próximo às suas instalações. Observando a figura e admitindo que as linhas retas r, s e t sejam paralelas, pode-se afirmar que a barreira mede



(A) 33 m
(B) 38 m
(C) 43 m
(D) 48 m
(E) 53 m

518. (FAAP-SP) O proprietário de uma área quer dividi-la em três lotes, conforme a figura. Sabendo-se que as laterais dos terrenos são paralelos e que a + b + c = 120 m, os valores de a, b¸e c, em metros, são, respectivamente



(A) 40, 40
(B) 30, 30 e 60
(C) 36, 64 e 20
(D) 30, 36 e 54
(E) 30, 46 44

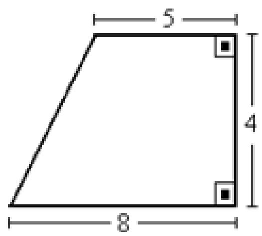
519. (UFRGS) O perímetro do triângulo equilátero circunscrito a uma círculo de raio 3 é

(A) $18\sqrt{3}$.
(B) $20\sqrt{3}$.
(C) 36.
(D) $15\sqrt{6}$.
(E) 38.

---

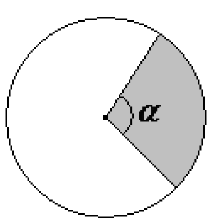
520. (UFRGS) Os babilônios utilizavam a fórmula $A = \dfrac{(a+c).(b+d)}{4}$ para determinar aproximadamente a área de um quadrilátero com lados consecutivos de medidas **a**, **b**, **c**, **d**. Para o quadrilátero da figura a seguir, a diferença entre o valor aproximado da área obtida utilizando-se a fórmula dos babilônios e o valor exato da área é

(A) $\dfrac{11}{4}$
(B) 3
(C) $\dfrac{13}{4}$
(D) 4
(E) $\dfrac{21}{4}$



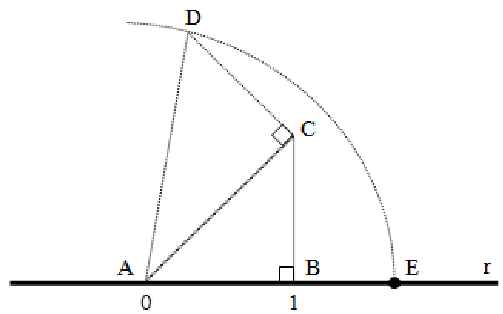
---

521. (UFRGS) O círculo da figura tem raio 6, e α mede 100°. A área do setor sombreado é



(A) 6
(B) 10
(C) 6π
(D) 10π
(E) 60

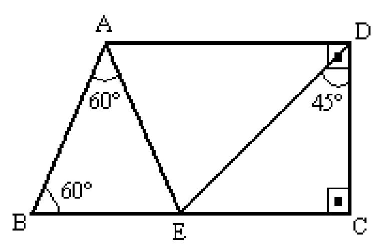
522. (UFSM) Na construção proposta, o ponto A representa o número zero e o ponto B, o número 1. Ao construir $\overline{BC}$ de forma perpendicular a $\overline{AB}$ e de comprimento 1, obtém-se $\overline{AC}$. Após, ao construir $\overline{CD}$, também de comprimento 1 e perpendicular a $\overline{AC}$, obtém-se $\overline{AD}$. Marcando, na reta r, $\overline{AE}$ de mesmo comprimento que $\overline{AD}$, o ponto E representará o número



(A) 1,0
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 1,8
(E) 2,0

---

523. (FATEC) Dada a figura:



Sobre as sentenças

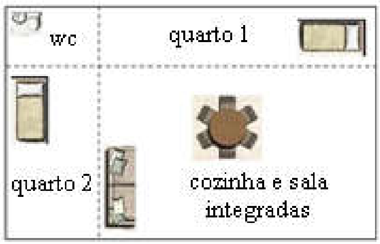
I. O triângulo CDE é isósceles.
II. O triângulo ABE é equilátero.
III. AE é bissetriz do ângulo BÂD.

é verdade que

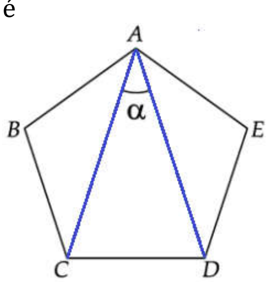
(A) somente a I é falsa.
(B) somente a II é falsa.
(C) somente a III é falsa.
(D) são todas falsas.
(E) são todas verdadeiras.

524. (UDESC) O projeto de uma casa é apresentado em forma retangular e dividido em quatro cômodos, também retangulares, conforme ilustra a figura. Sabendo que a área do banheiro (wc) é igual a $3m^2$ e que as áreas dos quartos 1 e 2 são, respectivamente, $9m^2$ e $8m^2$, então a área total do projeto desta casa, em metros quadrados, é igual a:

(A) 24
(B) 32
(C) 44
(D) 72
(E) 56

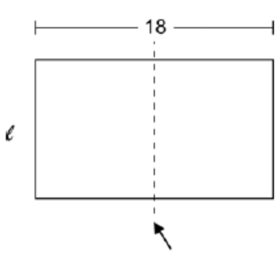


525. (FUVEST-SP) Na figura abaixo, *ABCDE* é um pentágono regular. A medida em graus do ângulo α é



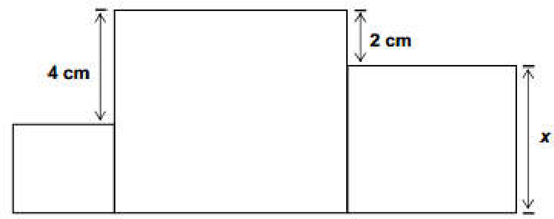
(A) 32.
(B) 34.
(C) 36.
(D) 40.
(E) 48.

526. (UFPA) Para que uma folha com 18 cm de comprimento, quando dobrada ao meio, conforme nos mostra a figura, mantenha a mesma forma que tinha quando estendida, sua largura em cm se encontra entre



(A) 14 e 15
(B) 10 e 11
(C) 11 e 12
(D) 12 e 13
(E) 15 e 16

527. (UFPR) A soma das áreas dos três quadrados ao lado é igual a 83 cm^2. Qual é a área do quadrado maior?

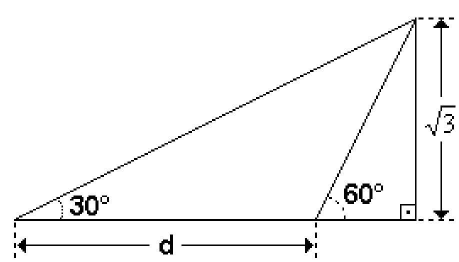


(A) 36 cm^2
(B) 20 cm^2
(C) 49 cm^2
(D) 42 cm^2
(E) 64 cm^2

528. (UFSM) Um fio de antena está preso no topo de um prédio de 16 metros de altura e na cumeeira de uma casa ao lado, a 4 metros de altura. Considerando o terreno plano (horizontal) e sabendo que a distância entre a casa e o prédio é de 9 metros, o comprimento do fio é, em metros,

(A) 12
(B) 15
(C) $\sqrt{337}$
(D) 20
(E) 25

529. (Mackenzie) Na figura a seguir, a distância d vale

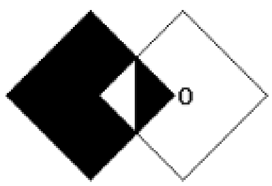


(A) 5/2
(B) $\sqrt{3}/2$
(C) 3/2
(D) 2
(E) $(3\sqrt{3})/4$

530. (UNESP) O menor país do mundo em extensão é o Estado do Vaticano, com uma área de 0,4km^2. Se o território do Vaticano tivesse a forma de um quadrado, então a medida de seus lados estaria entre

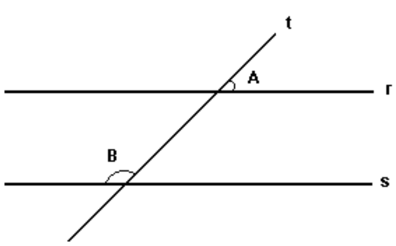
(A) 200 m e 201 m.
(B) 220 m e 221 m.
(C) 401 m e 402 m.
(D) 632 m e 633 m.
(E) 802 m e 803 m.

531. (UNITAU) Dada a figura a seguir e sabendo-se que os dois quadrados possuem lados iguais a 4cm, sendo O o centro de um deles, quanto vale a área da parte preenchida?



(A) 100.
(B) 20.
(C) 5.
(D) 10.
(E) 14.

532. (CESGRANRIO) As retas r e s da figura são paralelas cortadas pela transversal t. Se o ângulo B é o triplo de A, então B - A vale



(A) 90°
(B) 85°
(C) 80°
(D) 75°
(E) 60°

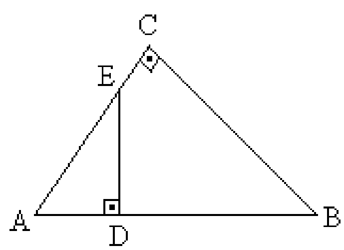
533. (UFRGS) Dois lados opostos de um quadrado têm um aumento de 40% e os outros dois lados têm um decréscimo de 40%. A área desse quadrado

(A) aumenta 20%
(B) aumenta 16%
(C) permanece inalterada
(D) diminui 16%
(E) diminui 20%

534. (PUCCAMP) Num triângulo retângulo e isósceles, a razão entre a medida da hipotenusa e o perímetro, nessa ordem, é

(A) $\sqrt{2}$
(B) $2\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{2} + 1$
(D) $\sqrt{2} - 1$
(E) $2 - \sqrt{2}$

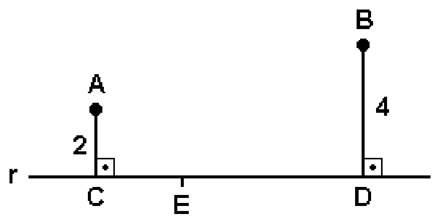
535. (UFRGS) Na figura abaixo, $\overline{AC}$ = 5 cm, $\overline{BC}$ = 6 cm e $\overline{DE}$ = 3 cm.



A área do triângulo ADE é

(A) 15/8 cm^2.
(B) 15/4 cm^2.
(C) 15/2 cm^2
(D) 10 cm^2.
(E) 15 cm^2.

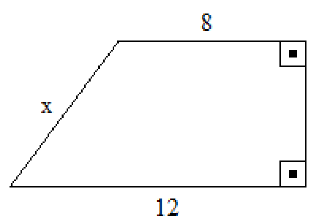
536. (FUVEST) Na figura adiante, as distâncias dos pontos A e B à reta r valem 2 a 4. As projeções ortogonais de A e B sobre essa reta são os pontos C e D. Se a medida de CD é 9, a que distância de C deverá estar o ponto E, do segmento CD, para que CÊA=DÊB?



(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
(E) 7

---

537. (UFRGS) A área do polígono da figura é 30. O lado **x** mede



(A) 15/6.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.
(E) $\sqrt{17}$.

---

538. (UFRGS) Aumentando-se a medida da base de um retângulo em 10% e a medida de sua altura em 20%, a área desse retângulo aumenta de

(A) 20%
(B) 22%
(C) 30%
(D) 32%
(E) 40%

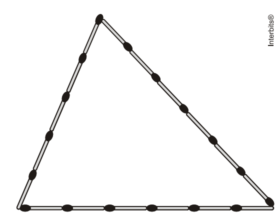
539. (UFLAVRAS) Os lados de um triângulo medem 1m, 2m e 3m. A medida em metros que adicionada aos três lados transforma o triângulo em um triângulo retângulo é

(A) 1m
(B) 2m
(C) 3m
(D) 4m
(E) 5m

---

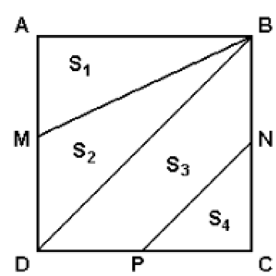
540. (ENEM) Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.
A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

(A) 3.
(B) 5.
(C) 6.
(D) 8.
(E) 10.



---

541. (FGV) Na figura, ABCD é um quadrado, e M, N e P são pontos médios de AD, BC e CD, respectivamente.



Sabendo-se que os segmentos de reta BM, BD e NP dividem o quadrado em polígonos de áreas S_1, S_2, S_3 e S_4, conforme indica a figura, é correto afirmar que

(A) $6 S_1 = 6 S_2 = 4 S_3 = 3 S_4$
(B) $4 S_1 = 3 S_2 = 3 S_3 = 5 S_4$
(C) $3 S_1 = 3 S_2 = 2 S_3 = 4 S_4$
(D) $3 S_1 = 3 S_2 = 6 S_3 = 2 S_4$
(E) $3 S_1 = 3 S_2 = 2 S_3 = 6 S_4$

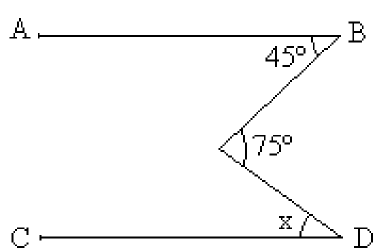
542. (UFRGS) Na borda de uma praça circular foram plantadas 47 roseiras, espaçadas 2m entre si. O valor, em metros, que mais se aproxima do diâmetro desta praça é

(A) 15
(B) 18
(C) 24
(D) 30
(E) 50

543. (UFRGS) Um quadrado é inscrito em um semicírculo de raio **R**. A área do quadrado é

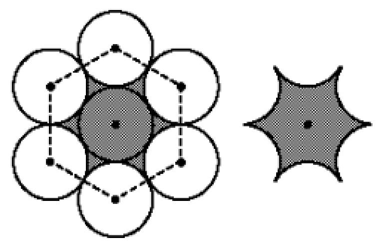
(A) $\frac{2}{3}R^2$
(B) $\frac{4}{5}R^2$
(C) R^2
(D) $\frac{5}{4}R^2$
(E) $\frac{3}{2}R^2$

544. (MACKENZIE) Na figura, $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{CD}$. O valor de sen x é



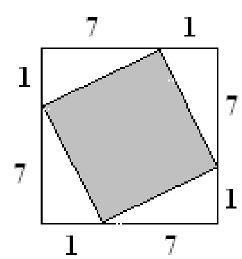
(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\frac{1}{2}$.
(D) 1.
(E) 0.

545. (UNIFESP) Na figura, são exibidas sete circunferências. As seis exteriores, cujos centros são vértices de um hexágono regular de lado 2, são tangentes à interna. Além disso, cada circunferência externa é também tangente às outras duas que lhe são contíguas.
Referindo-se à figura abaixo, é correto afirmar que a área e o perímetro, respectivamente, da região sombreada é igual a



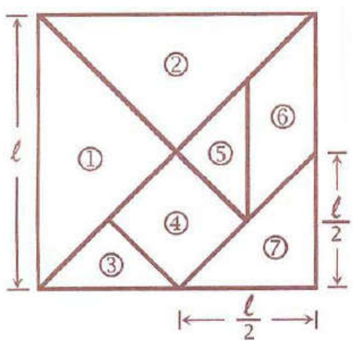
(A) $6\sqrt{3} - 4\pi$ e 4π
(B) $6\sqrt{3} - 2\pi$ e 4π
(C) $6\sqrt{3} - 2\pi$ e 2π
(D) $6\sqrt{3} - 4\pi$ e 2π
(E) $12\sqrt{3} - 4\pi$ e 8π

546. (PUCSP) A área do quadrado sombreado vale



(A) 36.
(B) 40.
(C) 48.
(D) 50.
(E) 60.

547. (UFRGS) O tangran é um jogo chinês formado por uma peça quadrada, uma peça em forma de paralelogramo e cinco peças triangulares, todas obtidas a partir de um quadrado de lado ℓ, como indica a figura abaixo.
Três peças do tangran possuem a mesma área. Essa área é



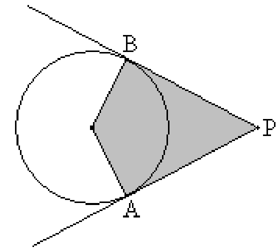
(A) $\frac{\ell^2}{16}$.
(B) $\frac{\ell^2}{12}$.
(C) $\frac{\ell^2}{8}$.
(D) $\frac{\ell^2}{6}$.
(E) $\frac{\ell^2}{4}$.

---

548. (UFRGS) Um dos ângulos de um triângulo retângulo mede 45°. Seja **s** a soma dos catetos e **h** a altura relativa a hipotenusa. A razão de **s** e **h** é

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\sqrt{3}$.
(D) $2\sqrt{2}$.
(E) $2\sqrt{3}$.

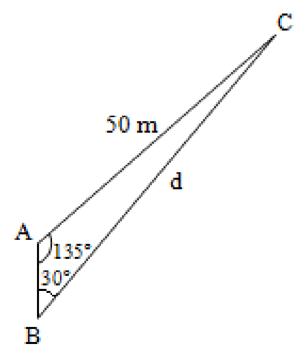
549. (UFRGS) O disco da figura tem raio 6 e a distância de seu centro ao ponto P é 10. As retas PA e PB são tangentes ao disco. A área da região sombreada vale



(A) 24
(B) 48
(C) 96
(D) 100
(E) 200

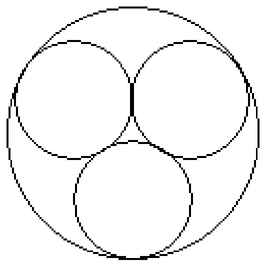
---

550. (UFSM) Na instalação das lâmpadas da praça de alimentação, a equipe necessitou calcular corretamente a distância entre duas delas, colocadas nos vértices B e C do triângulo, segundo a figura. Assim, a distância "d" é



(A) $50\sqrt{2}$ m
(B) $50\frac{\sqrt{6}}{3}$ m
(C) $50\sqrt{3}$ m
(D) $25\sqrt{6}$ m
(E) $50\sqrt{6}$ m

551. (FURG) Na figura abaixo, temos quatro círculos que se tangenciam mutuamente. Considerando que os três círculos menores têm o mesmo raio r = 3 u.c., podemos dizer que o diâmetro do círculo maior vale



(A) 18 u.c.
(B) $\left(2\sqrt{3} + 3\right)$ u.c.
(C) $\left(4\sqrt{3} + 3\right)$ u.c.
(D) $\left(4\sqrt{3} + 6\right)$ u.c.
(E) 9 u.c.

---

552. (UFSM) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 5 metros de raio. Se o terreno tivesse 15 metros de raio, ele gastaria

(A) 6 horas.
(B) 9 horas.
(C) 18 horas.
(D) 27 horas.
(E) 45 horas.

---

553. (PUCRJ) A área máxima de um paralelogramo com lados a, b, a, b é:

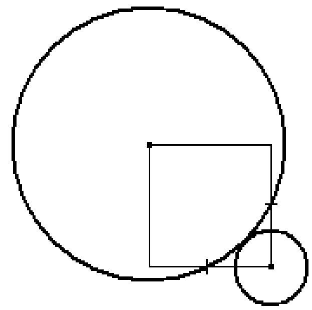
(A) $a^2 + b^2$.
(B) 2 ab.
(C) ab.
(D) a + b.
(E) a/b.

---

554. (UFF) A razão entre o lado do quadrado inscrito e o lado do quadrado circunscrito em uma circunferência de raio R é:

(A) 1/3
(B) 1/2
(C) $\sqrt{3}/3$
(D) $\sqrt{2}/2$
(E) $\sqrt{2}$

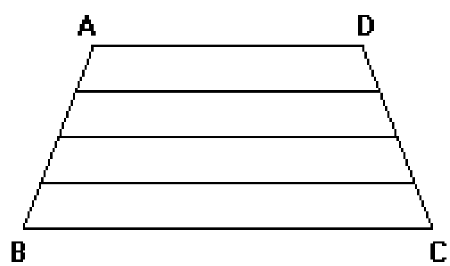
555. (UFRGS) Dois círculos, tangentes externamente, têm seus centros em vértices opostos de um quadrado com 8 unidades de perímetro e o maior desses círculos corta 2 lados do quadrado nos pontos médios desses lados. O valor do raio do círculo menor é



(A) $\sqrt{2}$
(B) $2\sqrt{2}$
(C) $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$
(D) $2\sqrt{2} - \sqrt{2}$
(E) $2\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)$

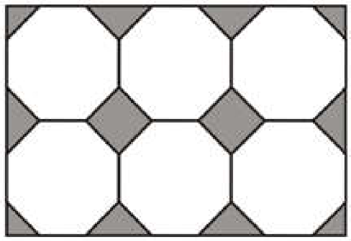
---

556. Na figura tem-se o trapézio isósceles ABCD no qual as bases medem 15cm e 27cm. Os lados AB e CD foram divididos em 4 partes iguais, e pelos pontos de divisão, foram traçados 3 segmentos paralelos às bases. A soma das medidas dos três segmentos traçados é, em centímetros,



(A) 52
(B) 58
(C) 59
(D) 61
(E) 63

557. (UFRGS) Seis octógonos regulares de lado 2 são justapostos em um retângulo, como representado na figura abaixo.

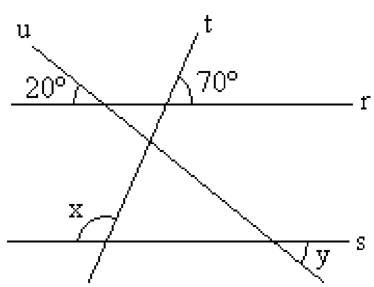


A soma das áreas das regiões sombreadas na figura é

(A) 16.
(B) $16\sqrt{2}$.
(C) 20.
(D) $20\sqrt{2}$.
(E) 24.

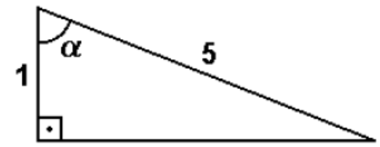
---

558. (Carlos Chagas-SP) Na figura abaixo tem-se *r* // *s*; *t* e *u* são transversais. O valor de **x + y** é:



(A) 100°
(B) 120°
(C) 130°
(D) 140°
(E) n.d.a.

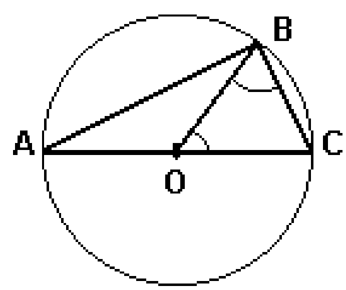
559. (MACKENZIE) Observando o triângulo da figura, podemos afirmar que $(\cos\alpha - \text{sen}\,\alpha)/(1 - \text{tg}\,\alpha)$ vale:



(A) 1/5
(B) 1/25
(C) $(\sqrt{5})/5$
(D) 2/5
(E) $(2\sqrt{5})/5$

---

560. (UFRRJ) Um arquiteto vai construir um obelisco de base circular. Serão elevadas sobre essa base duas hastes triangulares, conforme figura a seguir, onde o ponto 0 é o centro do círculo de raio 2m e os ângulos BOC e OBC são iguais.



O comprimento do segmento AB é

(A) 2 m.
(B) 3 m.
(C) $3\sqrt{2}$ m.
(D) $2\sqrt{5}$ m.
(E) $2\sqrt{3}$ m.

561. (UFRGS) Na figura 1, $\overline{BC}$ é paralelo a $\overline{DE}$ e, na figura 2, $\overline{GH}$ é paralelo a $\overline{IJ}$.

Então, x e y valem, respectivamente,

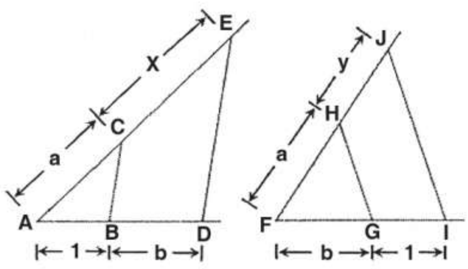
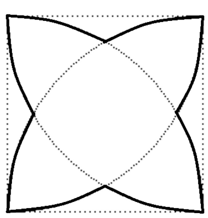


figura 1 figura 2

(A) ab e $\frac{a}{b}$.
(B) ab e $\frac{b}{a}$.
(C) $\frac{a}{b}$ e ab.
(D) $\frac{b}{a}$ e ab.
(E) $\frac{a}{b}$ e $\frac{1}{b}$.

562. (MACKENZIE) O perímetro da figura não pontilhada a seguir é 8π, onde os arcos foram obtidos com centros nos vértices do quadrado cujo lado mede:

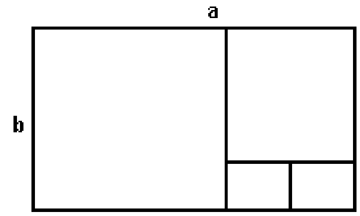


(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 6
(E) 8

563. (FUVEST) Um arco de circunferência mede 300°, e seu comprimento é 2 km. Qual o número inteiro mais próximo da medida do raio em metros?

(A) 157
(B) 284
(C) 382
(D) 628
(E) 764

564. (FUVEST) O retângulo a seguir, de dimensões a e b, está decomposto em quadrados. Qual o valor da razão a/b?



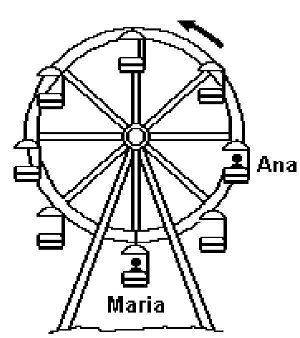
(A) 5/3
(B) 2/3
(C) 2
(D) 3/2
(E) ½

565. (UNB) Ana e Maria estão se divertindo em uma roda-gigante, que gira em sentido anti-horário e possui oito lugares equidistantes. Inicialmente, a roda encontra-se na posição indicada na figura, estando Maria na parte inferior e Ana à meia altura entre as partes inferior e superior da roda. A partir dessas informações, julgue os itens a seguir.

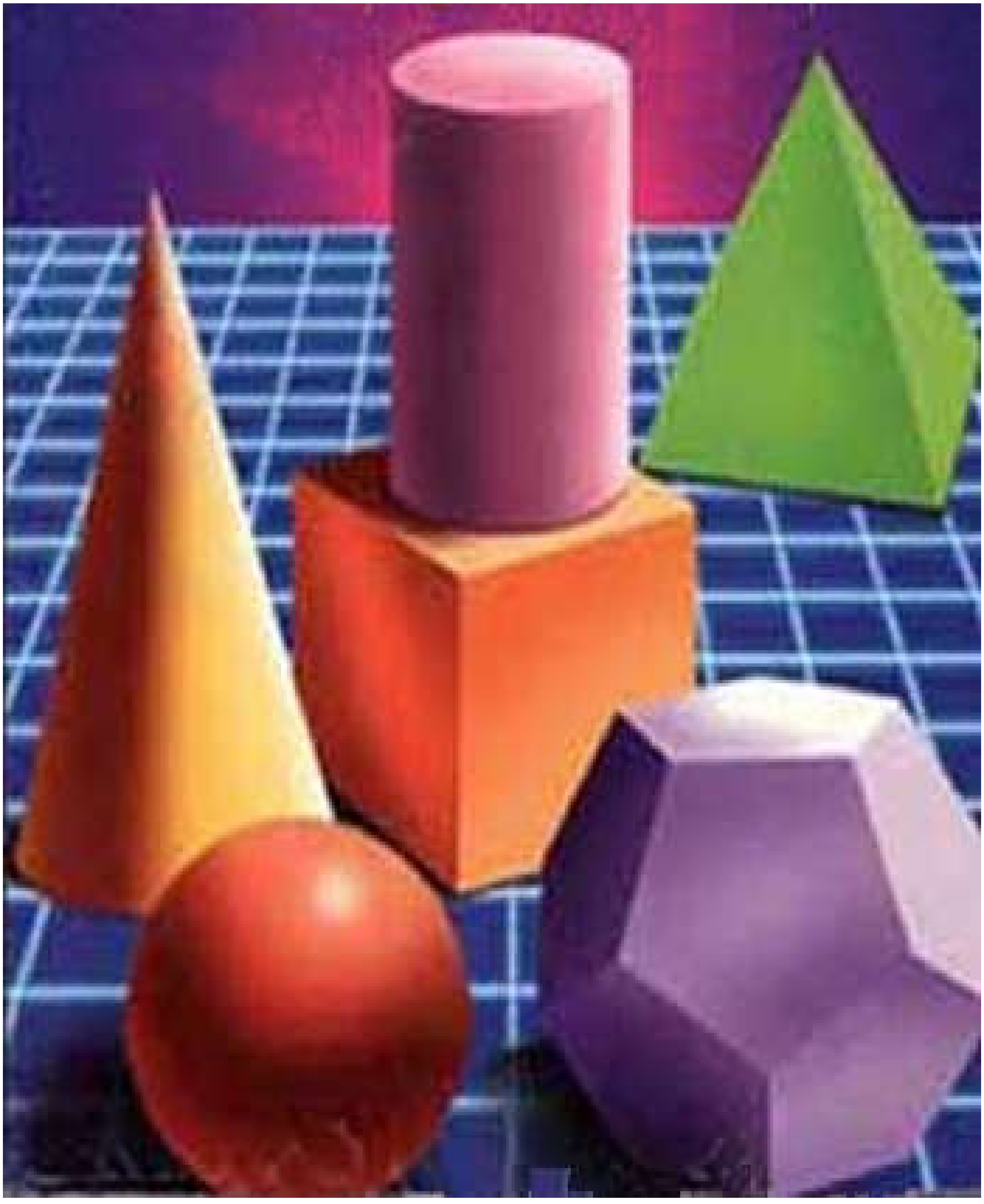
(1) A roda deve girar 90° para que Ana alcance o topo.
(2) Maria estará acima de Ana, na vertical, após a roda ter girado 225° a partir do momento inicial.
(3) Se a distância entre os pontos de sustentação das cadeiras de Ana e de Maria for igual a $4\sqrt{2}$ m, então a circunferência que contém esses pontos e tem centro coincidente com a da roda-gigante possui diâmetro maior que 9 m.

Assinalando V (caso seja verdadeira a afirmação) ou F (caso seja falsa) nos itens 1, 2 e 3, respectivamente, têm-se:

(A) V – V – F
(B) V – V – V
(C) V – F – V
(D) F – V – V
(E) V – F – F



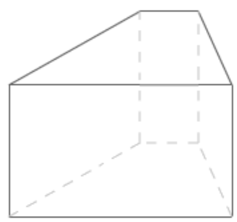
GEOMETRIA ESPACIAL

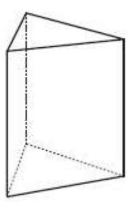


GEOMETRIA ESPACIAL

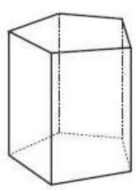
Prismas

Um prisma é todo poliedro formado por uma face superior e uma face inferior paralelas e congruentes (também chamadas de bases) ligadas por arestas. As faces laterais de um prisma são quadriláteros ou paralelogramos.
A nomenclatura dos prismas é dada de acordo com a forma das bases. Assim, se temos hexágonos nas bases, teremos um prisma hexagonal. O prisma pode ser classificado em reto quando suas arestas laterais são perpendiculares às bases, e oblíquo quando não são.



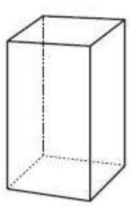


Prisma Triangular

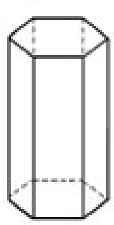


Prisma Pentagonal

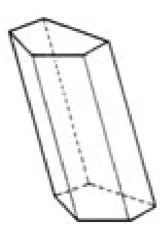
Prisma hexagonal



Prisma quadrangular



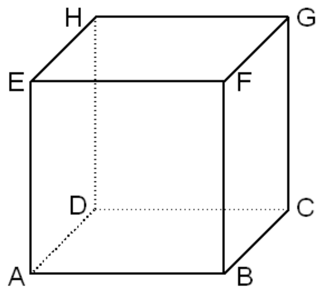
Prisma reto



Prisma oblíquo

Cubo

Partes



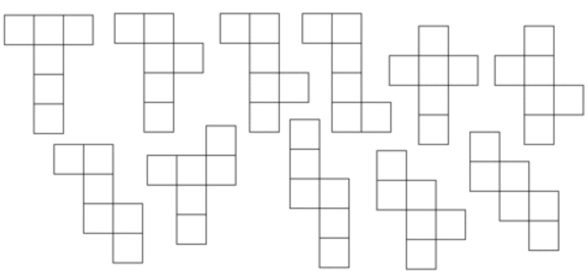
Face Lateral:

Base:

Diagonal da Face

Diagonal do Cubo:

Planificação



Volume

Exercícios de Classe

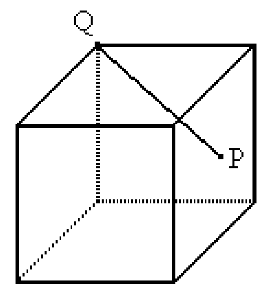
566. (UFRGS) O número que expressa a área total de um cubo, em cm^2, é o mesmo que expressa seu volume, em cm^3. Qual o comprimento, em cm, de cada uma das arestas desse cubo?

(A) 9
(B) 6
(C) 4
(D) 2
(E) 1

---

567. (UFRGS) Considere um cubo de aresta 10 e um segmento que une o ponto P, centro de uma das faces do cubo, ao ponto Q, vértice do cubo, como indicado na figura abaixo. A medida do segmento PQ é

(A) 10.
(B) $5\sqrt{6}$.
(C) 12.
(D) $6\sqrt{5}$.
(E) 15.



---

568. (UFRGS) O volume de um cubo, em cm^3, em que uma face tem área de $12cm^2$ é

(A) 9
(B) 12
(C) $12\sqrt{3}$
(D) 24
(E) $24\sqrt{3}$

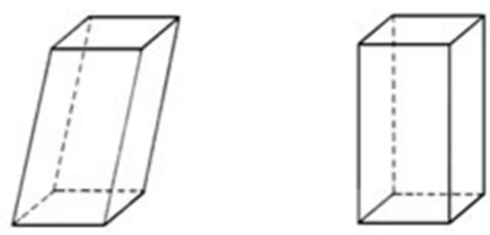
---

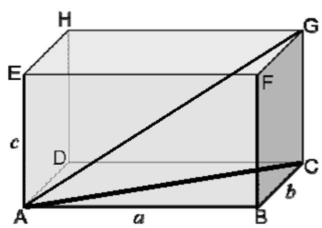
569. (PUCMG) A diagonal de um aquário cúbico mede $2\sqrt{3}$ dm. A capacidade desse aquário, em litros, é:

(A) 8
(B) 12
(C) 18
(D) 24
(E) n.d.a.

Paralelepípedo Retângulo

É todo prisma cuja base é um retângulo.





Volume

Diagonal

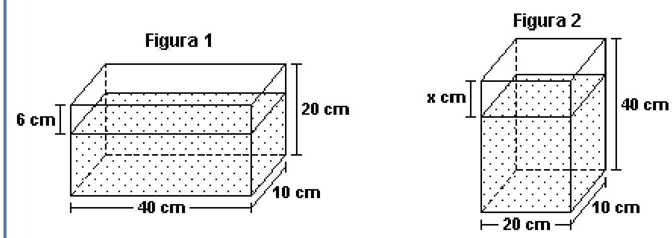
Área Total

Exercícios de Classe

570. (FUVEST) Dois blocos de alumínio maciço, em forma de cubo, com arestas medindo 10cm e 6cm são levados juntos à fusão e em seguida o alumínio líquido é moldado como um paralelepípedo reto de arestas 8cm, 8cm e x cm. O valor de x é:

(A) 16
(B) 17
(C) 18
(D) 19
(E) 20

571. (UFRRJ) Observe o bloco retangular da figura 1, de vidro totalmente fechado com água dentro. Virando-o, como mostra a figura 2, podemos afirmar que o valor de x é



(A) 12 cm.
(B) 11 cm.
(C) 10 cm.
(D) 5 cm.
(E) 6 cm.

---

572. (UFSM) Um caminhão tem carroceria com 3,40 metros de comprimento, 2,50 metros de largura e 1,20 metros de altura. Quantas viagens devem-se fazer, no mínimo, para transportar 336 metros cúbicos de arroz?

(A) 24
(B) 29
(C) 30
(D) 32
(E) 33

---

573. (PUCMG) Uma caixa d'água tem o formato de um paralelepípedo retângulo cuja diagonal mede $\sqrt{14}$ m e cujas medidas das dimensões são números inteiros consecutivos. A capacidade dessa caixa d'água, em litros, é:

(A) 2000
(B) 3000
(C) 4000
(D) 6000
(E) 8000

Outros Prismas

Prisma hexagonal — Prisma quadrangular — Prisma Triangular

Área Lateral

Área Total

Volume

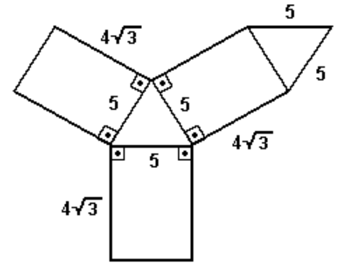
Exercícios de Classe

574. (ITA-SP) Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume deste prisma, em cm^3, é:

(A) $27\sqrt{3}$
(B) $13\sqrt{2}$
(C) 12
(D) $54\sqrt{3}$
(E) $17\sqrt{5}$

575. (UFRGS) A figura a seguir representa a planificação de um sólido. O volume deste sólido é

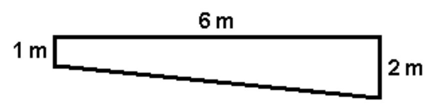
(A) $20\sqrt{3}$
(B) 75
(C) $50\sqrt{3}$
(D) 100
(E) $100\sqrt{3}$



---

576. (PUCRS) Uma piscina tem a forma de um prisma reto. A figura mostra a base do prisma, que corresponde a uma parede lateral da mesma. A superfície da parte de cima da piscina é formada por um retângulo de 6m por 3m. Para enchê-la totalmente, são necessários _____ de água.

(A) 9 m^3
(B) 18 m^3
(C) 27 m^3
(D) 36 m^3
(E) 54 m^3



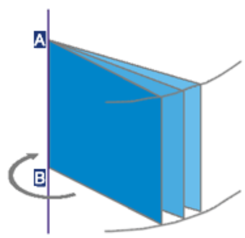
---

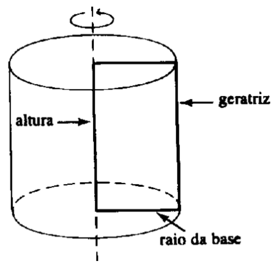
577. (PUCSP) Um prisma reto é tal que sua base é um triângulo equilátero cujo lado mede $4\sqrt{3}$ cm e o seu volume é igual ao volume de um cubo de aresta medindo $4\sqrt{3}$ cm. A área total desse prisma, em centímetros quadrados, é

(A) $24\sqrt{3}$
(B) $192\sqrt{3}$
(C) $204\sqrt{3}$
(D) $216\sqrt{3}$
(E) $228\sqrt{3}$

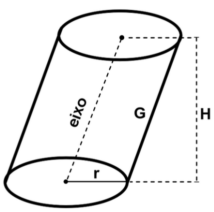
Cilindro

Cilindro de Revolução





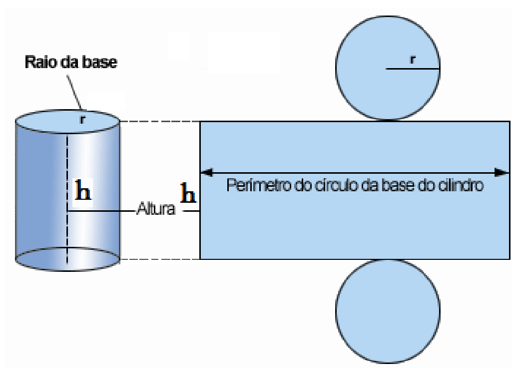
Cilindro Oblíquo



Área da Base

Volume

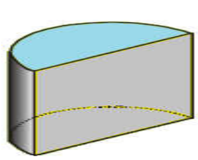
Planificação



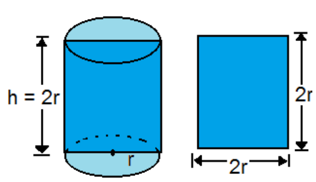
Área Lateral

Área Total

Secção Meridiana

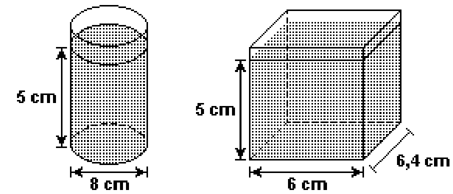


Cilindro Equilátero



Exercícios de Classe

578. (UFG) Preparou-se gelatina que foi colocada, ainda em estado líquido, em recipientes, como mostram as figuras a seguir.



Sabendo que toda a quantidade de gelatina que foi preparada coube em cinco recipientes cilíndricos e em dois recipientes em forma de paralelepípedo, como representado na figura acima, a quantidade preparada, em litros, foi de

(Use $\pi = 3{,}14$)

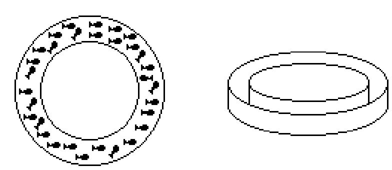
(A) 1,01
(B) 1,19
(C) 1,58
(D) 1,64
(E) 1,95

579. (UFAL) Na figura abaixo têm-se duas vistas de um tanque para peixes, construído em uma praça pública.

Suas paredes são duas superfícies cilíndricas com altura de 1,2m e raios da base medindo 3m e 4m. Se, no momento, a água no interior do tanque está alcançando 3/4 de sua altura, quantos litros de água há no tanque?

(Use: $\pi = 22/7$)

(A) 1.980
(B) 3.300
(C) 6.600
(D) 19.800
(E) 66.000

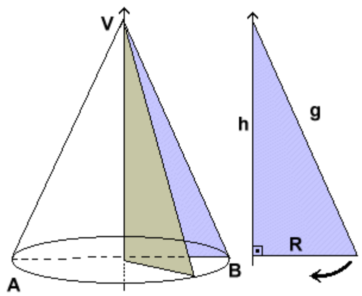


580. (UFRN) Se um cilindro equilátero mede 12 m de altura, então o seu volume em m^3 vale:

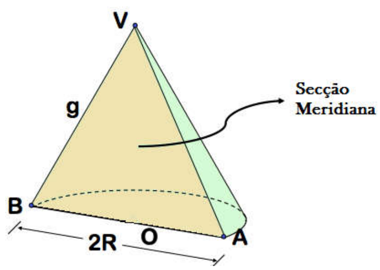
(A) 144π
(B) 200π
(C) 432π
(D) 480π
(E) 600π

Cone de Revolução

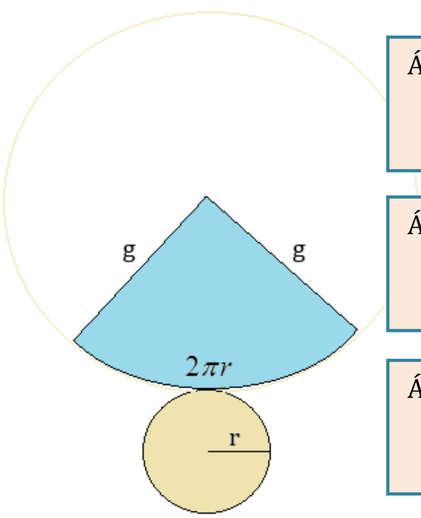
Partes



Secção Meridiana



Planificação

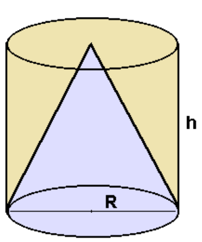


Área Lateral

Área da Base

Área Total

Volume



Volume

Exercícios de Classe

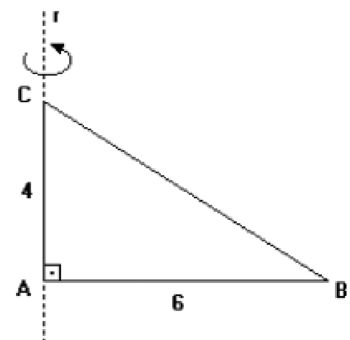
581. (UEL-PR) Um cone circular reto tem altura de 8 cm e raio da base medindo 6 cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

(A) 20 π
(B) 30 π
(C) 40 π
(D) 50 π
(E) 60 π

---

582. (Mackenzie) Fazendo a rotação do triângulo ABC da figura a seguir em torno da reta **r**. Desta forma, o sólido obtido tem volume:

(A) 48 π
(B) 144 π
(C) 108 π
(D) 72 π
(E) 36 π



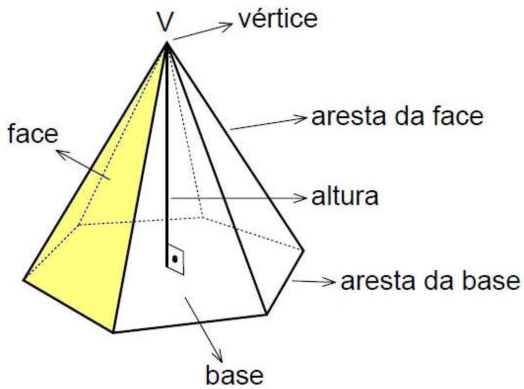
---

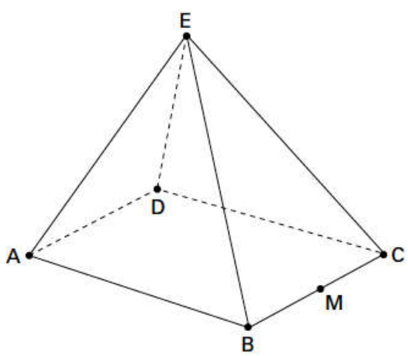
583. (FURG) De um recipiente em forma de um cilindro circular reto, com raio **r = 1m** e altura **h = 3m**, cheio com um líquido, foi retirado um volume de líquido correspondente a um cone de mesma base e altura do cilindro. O volume de líquido que permanece no cilindro é

(A) 2π m³
(B) $\frac{5}{2}\pi$ m³
(C) 5π m³
(D) $\frac{1}{2}\pi$ m³
(E) $\frac{1}{3}\pi$ m³

Pirâmides

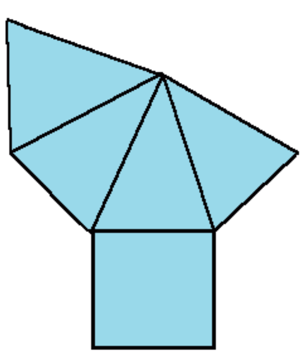
Partes:





Pitágoras

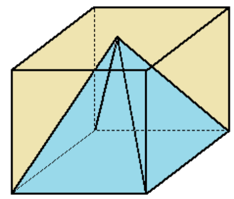
Planificação



Área Lateral

Área Total

Volume



Exercícios de Classe

584. PUCMG) A aresta de um tetraedro regular mede 2 cm. A medida do volume desse poliedro, em cm^3, é:

(A) $(2\sqrt{2})/3$
(B) $(4\sqrt{3})/3$
(C) $8\sqrt{2}$
(D) $8\sqrt{3}$
(E) 16

---

585. (FURG) Se $ABCDA_1B_1C_1D_1$ representa um cubo de aresta a, então a pirâmide com vértices em D_1 e base ABCD tem área lateral igual a:

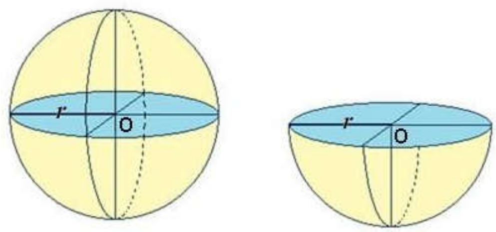
(A) $a^2\sqrt{2}$
(B) $a^2(\sqrt{2}-1)$
(C) $a^2(\sqrt{3}+1)$
(D) $a^2(\sqrt{2}+1)$
(E) $a^2(\sqrt{3}-1)$

---

586. (Cesgranrio) Uma pirâmide quadrangular regular tem todas as arestas iguais a x. O volume dessa pirâmide é:

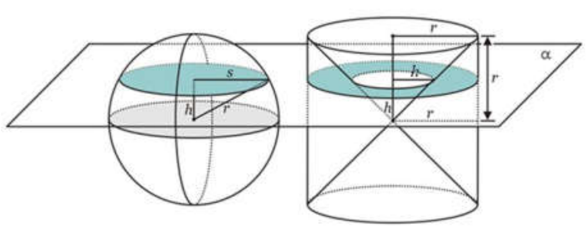
(A) $(x^3\sqrt{2})/3$
(B) $(x^3\sqrt{2})/6$
(C) $(x^3\sqrt{3})/2$
(D) $(x^3\sqrt{3})/6$
(E) x^3

Esfera

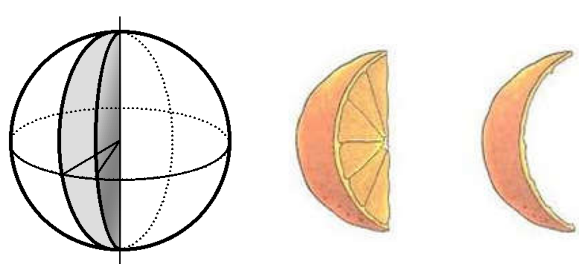


Superfície Esférica

Volume



Cunha Esférica



Exercícios de Classe

587. (UNITAU) Uma esfera de raio R está inscrita em um cilindro. O volume do cilindro é igual a:

(A) $\frac{\pi r^3}{3}$
(B) $\frac{2\pi r^3}{3}$
(C) πr^3
(D) $2r^3$
(E) $2\pi r^3$

---

588. (PUCMG) Uma esfera de raio r = 3 cm tem volume equivalente ao de um cilindro circular reto de altura h = 12 cm. O raio do cilindro, em cm, mede:

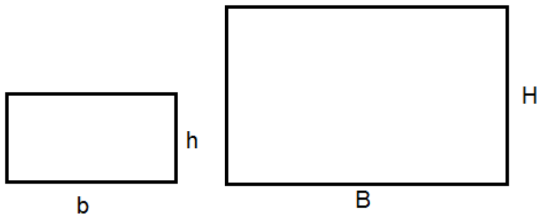
(A) 1
(B) 2
(C) $\sqrt{3}$
(D) 3
(E) $\sqrt{13}$

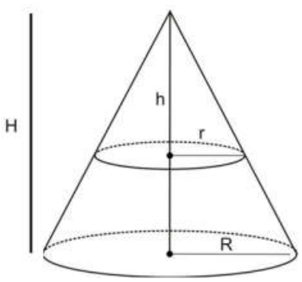
---

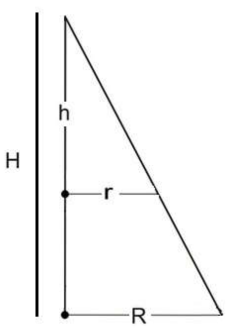
589. (UFRGS) São fundidas 300 esferas com 20mm de diâmetro para fabricar cilindros circulares retos com 20mm de diâmetro e 200mm de altura. O número de cilindros resultantes é:

(A) 2
(B) 5
(C) 20
(D) 25
(E) 30.

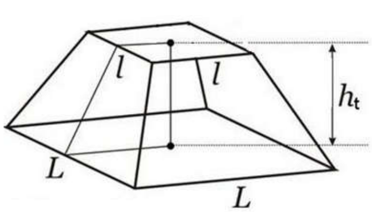
Secções







Tronco de Pirâmide



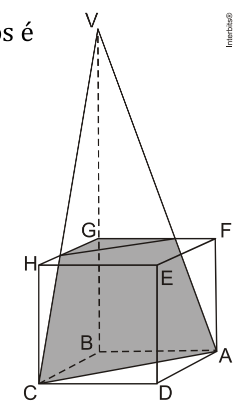
Exercícios de Classe

590. (UFMG) Um reservatório de água tem forma de um cone circular reto, de eixo vertical e vértice para baixo.
Quando o nível de água atinge a metade da altura do tanque, o volume ocupado é igual a π:
A capacidade do tanque é:

(A) 2π
(B) $8\pi/3$
(C) 4π
(D) 6π
(E) 8π

591. (UFRGS) Na figura abaixo, estão representados um cubo de aresta 3 e uma pirâmide triangular de altura 9. Os pontos A, B e C são vértices da pirâmide e do cubo, e V pertence ao prolongamento de BG.

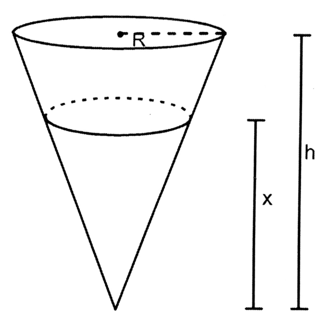
O volume comum aos dois sólidos é



(A) $\frac{15}{2}$.
(B) 8.
(C) $\frac{17}{2}$.
(D) 9.
(E) $\frac{19}{2}$.

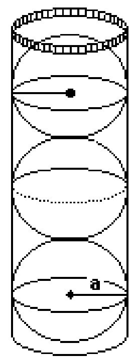
592. (UFSM) Na hora do recreio, Susanita comprou um copo de sorvete com a forma de um cone com altura h de 8 cm e raio da base R de 3 cm. Para enche-lo com quantidades iguais de sorvete de creme e de chocolate, a altura x atingida pelo primeiro sabor deve ser

(A) $4\sqrt{3}$ cm.
(B) $3\sqrt{3}$ cm.
(C) $4\sqrt[3]{4}$ cm.
(D) $4\sqrt{2}$ cm.
(E) 4 cm.



Exercícios de Casa

593. (UFSM) Bolas de tênis são vendidas, normalmente, em embalagens cilíndricas contendo 3 unidades.
Supondo-se que as bolas têm raio a em centímetros e tangenciam as paredes internas da embalagem, o espaço interno dessa embalagem que NÃO é ocupado pelas bolas é, em cm^3



(A) $2\pi a^3$
(B) $(4\pi a^3)/3$
(C) $(\pi a^3)/3$
(D) a^3
(E) $(2\pi a^3)/3$

---

594. (Mackenzie) O lado, a diagonal de uma face e o volume de um cubo são dados, nessa ordem, por três números em progressão geométrica. A área total desse cubo é:

(A) 20
(B) 48
(C) 24
(D) 18
(E) 12

---

595. (Puccamp) Dispõe-se de oito sólidos cujas medidas das arestas são iguais a x e y, numa dada unidade. Tais sólidos são:

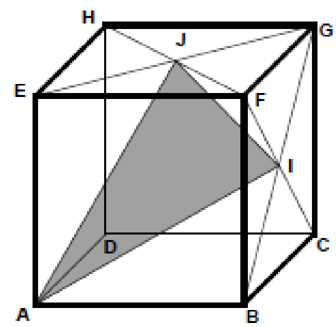
- um cubo de aresta medindo x;
- um cubo de aresta medindo y;
- três prismas retos equivalentes de bases quadradas, com medidas x na aresta da base e y na altura;
- três prismas retos equivalentes de bases quadradas, com medidas y na aresta da base e x na altura.

Com esses oitos sólidos é possível construir-se um único sólido cujo volume, na unidade correspondente, é dado por

(A) $x^3 + y^3 + 6x^2y$
(B) $x^3 + y^3 + 6xy^2$
(C) $6xy\,(x^2 + y^2)$
(D) $(x - y)^3$
(E) $(x + y)^3$

---

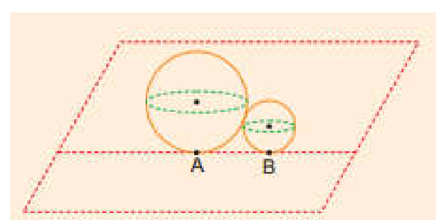
596. (FUVEST) Na figura a seguir I e J são os centros das faces BCFG e EFGH do cubo ABCDEFGH de aresta **a** Os comprimentos dos segmentos AI e IJ são, respectivamente



(A) $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}, a\sqrt{2}$
(B) $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}, \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
(C) $a\sqrt{6}, \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
(D) $a\sqrt{6}, a\sqrt{2}$
(E) $2a, \dfrac{a}{2}$

---

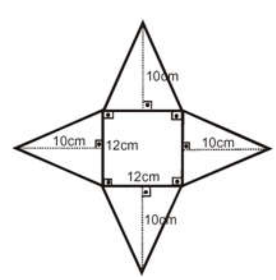
597. (FUVEST) No jogo de bocha, disputado num terreno plano, o objetivo é conseguir lançar uma bola de raio 8 o mais próximo possível de uma bola menor, de raio 4. Num lançamento, um jogador conseguiu fazer com que as duas bolas ficassem encostadas, conforme ilustra a figura a seguir. A distância entre os pontos A e B, em que as bolas tocam o chão, é:



(A) 8
(B) $6\sqrt{2}$
(C) $8\sqrt{2}$
(D) $4\sqrt{3}$
(E) 6

---

598. (ACAFE-SC) A figura abaixo mostra a planificação de um sólido. O volume desse sólido é de:



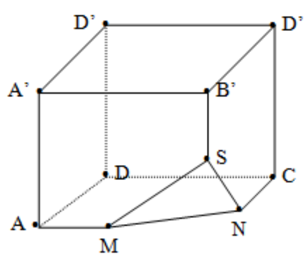
(A) $1152cm^3$
(B) $1440cm^3$
(C) $384cm^3$
(D) $1200cm^3$
(E) $240cm^3$

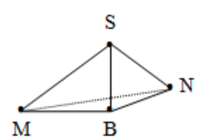
599. (UEL-PR) Uma caixa é totalmente preenchida por cinquenta cubos idênticos. Quantos cubos iguais a esses podem ser colocados em uma caixa cujas dimensões internas têm, respectivamente, o dobro das dimensões da caixa anterior?

(A) 100
(B) 150
(C) 200
(D) 400
(E) 500

---

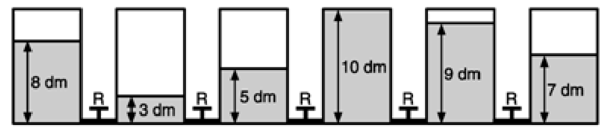
600. (FURG) Dado um sólido com formato de um cubo com aresta a, onde a é um número inteiro positivo, considere um vértice B e os pontos médios M, S e N de cada aresta adjacente a esse vértice. Esses 4 pontos definem um tetraedro que é retirado do cubo, conforme ilustra a figura abaixo. Sabendo que o volume de uma pirâmide é um terço da área da base pela altura, então a razão entre o volume do tetraedro definido pelos vértices M, S, B e N e o volume do cubo original é dada por





(A) $\frac{1}{48}$.
(B) $\frac{a}{25}$.
(C) $\frac{a^2}{25}$.
(D) $\frac{a\sqrt{2}}{50}$.
(E) $\frac{1}{25}$.

601. (UERJ) Seis caixas d'água cilíndricas iguais estão assentadas no mesmo piso plano e ligadas por registros (R) situados nas suas bases, como sugere a figura abaixo:



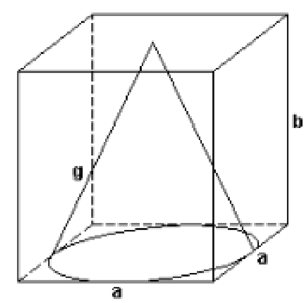
Após a abertura de todos os registros, as caixas ficaram com os níveis de água no mesmo plano. A altura desses níveis, em dm, equivale a:

(A) 6,0
(B) 6,5
(C) 7,0
(D) 7,5
(E) n.d.a.

---

602. (FUVEST) Um cone circular reto está inscrito em um paralelepípedo reto retângulo, de base quadrada, como mostra a figura. A razão b/a entre as dimensões do paralelepípedo é 3/2 e o volume do cone é π.
Então, o comprimento g da geratriz do cone é

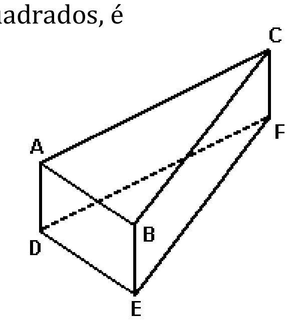
(A) $\sqrt{5}$
(B) $\sqrt{6}$
(C) $\sqrt{7}$
(D) $\sqrt{10}$
(E) $\sqrt{11}$



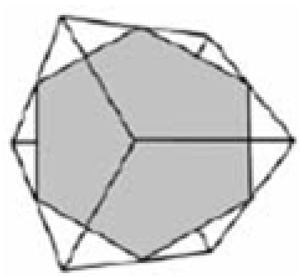
---

603. (PUCSP) Na figura a seguir tem-se o prisma reto ABCDEF, no qual DE = 6cm, EF = 8cm e DE é perpendicular a EF.
Se o volume desse prisma é $120cm^3$, a sua área total, em centímetros quadrados, é

(A) 144
(B) 156
(C) 160
(D) 168
(E) 172

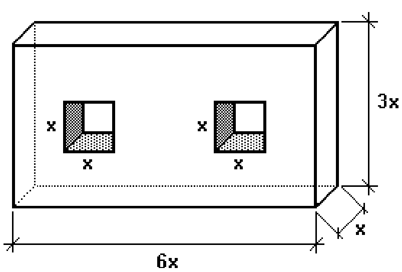


604. (UFRGS) Um cubo e um hexágono regular estão representados na figura abaixo. Os vértices do hexágono são pontos médios de arestas do cubo. Se o volume do cubo é 64 cm³, então a área da região sombreada é



(A) $6\sqrt{2}$
(B) $4\sqrt{10}$
(C) $6\sqrt{8}$
(D) $6\sqrt{10}$
(E) $12\sqrt{3}$

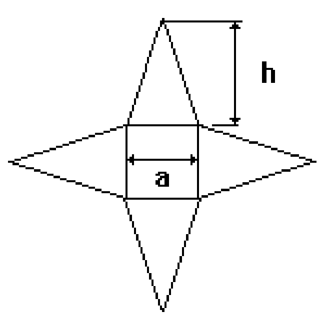
605. (UFPE) De um paralelepípedo reto-retângulo com dimensões x, 3x e 6x, são removidos dois cubos de aresta x, como indicado na figura. Qual o comprimento da aresta de um cubo cujo volume é igual ao do sólido resultante?



(A) $2x\sqrt[3]{2}$
(B) $3\sqrt{2x}$
(C) 4x
(D) $3\sqrt[3]{2x}$
(E) $2\sqrt[3]{3x}$

606. (UFRGS) Considere uma pirâmide regular de base quadrada, construída a partir do padrão plano abaixo.

Se a altura da pirâmide é o dobro do lado "a" da base, o valor de h no padrão é

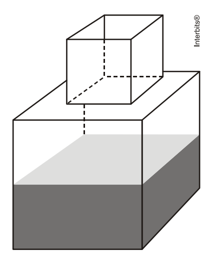


(A) $h = (\sqrt{17}/2)\,a$
(B) $h = (\sqrt{5})\,a$
(C) $h = (\sqrt{22}/2)\,a$
(D) $h = (\sqrt{6})\,a$
(E) $h = (5/2)\,a$

607. (UFPE) Dois cubos C_1 e C_2 são tais que a aresta de C_1 é igual a diagonal de C_2. Se V_1 e V_2 são, respectivamente, os volumes dos cubos C_1 e C_2, então, a razão V_1/V_2 é igual a:

(A) $\sqrt[3]{3}$
(B) $\sqrt{27}$
(C) $\dfrac{1}{\sqrt{27}}$
(D) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$
(E) $\sqrt[3]{9}$

608. (ENEM) Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

(A) 8.
(B) 10.
(C) 16.
(D) 18.
(E) 24.

609. (UFMG) O volume de uma caixa cúbica é 216 litros. A medida de sua diagonal, em centímetros, é

(A) $0{,}8\sqrt{3}$
(B) 6
(C) 60
(D) $60\sqrt{3}$
(E) $900\sqrt{3}$

610. (FUVEST) Um cubo de aresta m está inscrito em uma semiesfera de raio R de tal modo que os vértices de uma das faces pertencem ao plano equatorial da semiesfera e os demais vértices pertencem à superfície da semiesfera. Então, m é igual a

(A) $R\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

(B) $R\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(C) $R\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(D) R

(E) $R\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

---

611. (UFES) As áreas de três faces de um paralelepípedo retangular medem $5cm^2$, $10cm^2$ e $14cm^2$. Podemos afirmar que o volume desse paralelepípedo é

(A) 14 cm^3
(B) 29/2 cm^3
(C) $10\sqrt{7}$ cm^3
(D) 29 cm^3
(E) $5\sqrt{5}$ cm^3

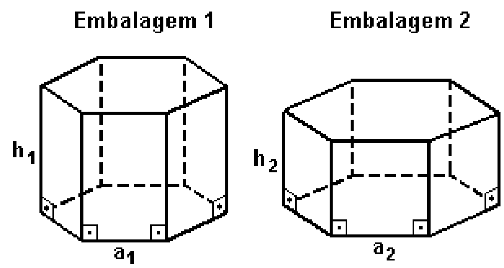
---

612. (ENEM) Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro P, obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Com um corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro P, então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces.

Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

(A) 6
(B) 8
(C) 14
(D) 24
(E) 30

613. (UFPEL) As embalagens abaixo, com a forma de prismas hexagonais regulares, têm a mesma capacidade de armazenamento.



Sendo $h_1 = 4\sqrt{3}$ cm, $a_1 = 2\sqrt{3}$ cm e $h_2 = 3\sqrt{3}$ cm, com relação à aresta a, e à quantidade de material empregado na confecção das embalagens, abertas nas bases superiores, podemos afirmar que

(A) $a_2 = 4\sqrt{3}$ cm e a embalagem 2 é menos econômica, pela quantidade de material empregado na sua confecção.

(B) $a_2 = 4$ cm e a embalagem 2 é mais econômica, pela quantidade de material empregado na sua confecção.

(C) $a_2 = 4$ cm e a embalagem 1 é mais econômica, pela quantidade de material empregado na sua confecção.

(D) $a_2 = 4\sqrt{3}$ cm e é gasta a mesma quantidade de material, na confecção de cada embalagem.

(E) $a_2 = 4$ cm e é gasta a mesma quantidade de material, na confecção de cada embalagem.

---

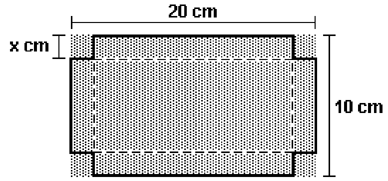
614. (ENEM) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar $81 m^3$ de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada.

Utilize 3,0 como aproximação para π.

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

(A) 0,5 (B) 1,0 (C) 2,0 (D) 3,5 (E) 8,0

615. (UNESP) Considere um pedaço de cartolina retangular de lado menor 10 cm e lado maior 20 cm. Retirando-se 4 quadrados iguais de lados x cm (um quadrado de cada canto) e dobrando-se na linha pontilhada conforme mostra a figura, obtém-se uma pequena caixa retangular sem tampa.



O polinômio na variável x, que representa o volume, em cm¤, desta caixa é

(A) $4x^3 - 60x^2 + 200x$.
(B) $4x^2 - 60x + 200$.
(C) $4x^3 - 60x^2 + 200$.
(D) $x^3 - 30x^2 + 200x$.
(E) $x^3 - 15x^2 + 50x$.

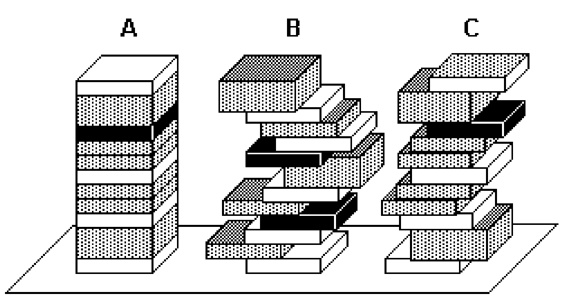
---

616. (UDESC) Um cubo de aresta h é inscrito num cilindro de mesma altura. A área lateral desse cilindro é:

(A) $\pi.h^2/4$
(B) $\pi.h^2\sqrt{2}/4$
(C) $\pi.h^2\sqrt{2}/2$
(D) $\pi.h^2\sqrt{2}$
(E) $2\pi.h^2$

---

617. (UFSM)



Três crianças estavam brincando na biblioteca da escola e resolveram fazer pilhas de mesma altura, com livros, conforme a figura. A mais organizada fez a pilha A, e as outras duas fizeram as pilhas B e C. Considerando-se que todos os livros têm a mesma área de capa e que as pilhas têm a mesma altura, pode-se afirmar que

(A) o volume da pilha A é maior do que o volume da pilha C.

(B) os volumes das pilhas B e C são iguais e maiores do que o volume da pilha A.

(C) o volume da pilha A é menor do que o volume da pilha B que é menor do que o volume da pilha C.

(D) os volumes das três pilhas são iguais.

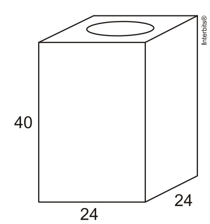
(E) não existem dados suficientes no problema para decidir sobre os volumes e compará-los.

---

618. (ENEM) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.

Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em



(A) 14,4%
(B) 20%
(C) 32,0%
(D) 36,0%
(E) 64,0%

---

619. (FUVEST) Em um bloco retangular (isto é, paralelepípedo reto retângulo) de volume 27/8, as medidas das arestas concorrentes em um mesmo vértice estão em progressão geométrica. Se a medida da aresta maior é 2, a medida da aresta menor é.

(A) 7/8
(B) 8/8
(C) 9/8
(D) 10/8
(E) 11/8

620. (UFRJ) Uma barra de sabão ABCDEFGH, com a forma de um paralelepípedo retângulo, foi cortada pelo plano que contém os pontos C, D, F e G, como mostrado na figura 1. O sólido ABCDFG obtido foi cortado, mais uma vez, pelo plano que contém os pontos M, N, P e Q que são, respectivamente, os pontos médios das arestas AD, BC, CG e DF, como ilustrado na figura 2.

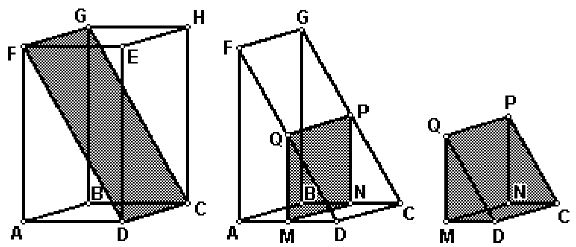


fig. 1 fig. 2 fig. 3

A razão entre o volume do sólido CDMNPQ resultante desse segundo corte (ilustrado na figura 3) e o volume da barra de sabão original é?

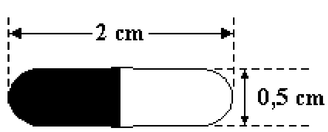
(A) 1/24.
(B) 1/16.
(C) 1/12.
(D) 1/8.
(E) 1/4.

---

621. (FAAP) A razão na qual um comprimido de vitamina C começa a dissolver-se depende da área da superfície do comprimido. Uma marca de comprimido tem forma cilíndrica, comprimento 2 centímetros, com hemisférios de diâmetro 0,5 centímetro cada extremidade, conforme figura a seguir.
Determine a área de superfície do comprimido (em cm^3), sabendo-se que:

Comprimento da circunferência: $C = 2\pi R$
Área de superfície esférica: $A = 4\pi R^2$

(A) $3\pi/4$
(B) 3π
(C) $3\pi/2$
(D) 2π
(E) π



622. (ITA) Um cone circular reto tem altura 12cm e raio da base 5cm. O raio da esfera inscrita neste cone mede, em cm:

(A) 10/3
(B) 7/4
(C) 12/5
(D) 3
(E) 2

---

623. (Cesgranrio) Se a diagonal de uma face de um cubo mede $5\sqrt{2}$, então o volume desse cubo é:

(A) $600\sqrt{3}$.
(B) 625.
(C) 225.
(D) 125.
(E) $100\sqrt{3}$.

---

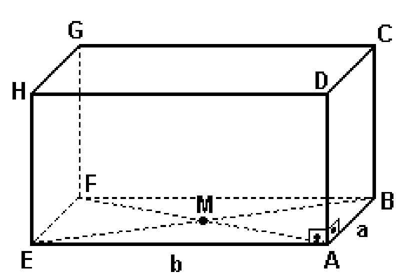
624. (UFMG) Todos os possíveis valores para a distância entre dois vértices quaisquer de um cubo de aresta 1 são

(A) 1, $\sqrt{2}$ e 3
(B) 1, $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$
(C) 1, $\sqrt{3}$ e 2
(D) 1 e $\sqrt{2}$
(E) n.d.a.

---

625. (FUVEST) No paralelepípedo reto retângulo da figura a seguir sabe-se que AB = AD = a, AE = b e que M é a intersecção das diagonais da face ABFE. Se a medida da MC também é igual a b, o valor de b será:

(A) $\sqrt{2}$ a
(B) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ a
(C) $\sqrt{\frac{7}{5}}$ a
(D) $\sqrt{3}$ a
(E) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ a



626. (PUCCAMP) Uma caixa-d'água, com a forma de um paralelepípedo retângulo, tem capacidade para 1.000 litros. Qual é a capacidade de outra caixa, semelhante à primeira, cujas medidas das arestas são 20% maiores?

(A) 1.728 litros
(B) 1.800 litros
(C) 1.836 litros
(D) 1.900 litros
(E) 1.948 litros

---

627. (UNITAU) Uma esfera de raio R está inscrita em um cilindro. O volume do cilindro é igual a:

(A) $\pi r^3/3$.
(B) $2\pi r^3/3$.
(C) πr^3.
(D) $2r^3$.
(E) $2\pi r^3$.

---

628. (UFRGS) Considere uma esfera inscrita num cubo. Dentre as alternativas abaixo, a melhor aproximação para a razão entre o volume da esfera e o volume do cubo é

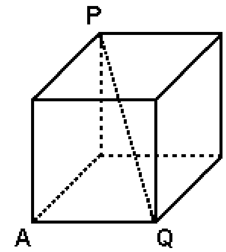
(A) 2/5
(B) 1/2
(C) 3/5
(D) 2/3
(E) 3/4

---

629. (UFF) Uma piscina tem a forma de um prisma reto, cuja base é um retângulo de dimensões 15m e 10m. A quantidade necessária de litros de água para que o nível de água da piscina suba 10cm é:

(A) 0,15 L
(B) 1,5 L
(C) 150 L
(D) 1.500 L
(E) 15.000 L

630. (MACKENZIE) No cubo da figura a seguir, a distância do vértice A à diagonal PQ é $\sqrt{6}$. Então, o volume do cubo é:



(A) $9\sqrt{3}$
(B) $8\sqrt{3}$
(C) 27
(D) 64
(E) 125

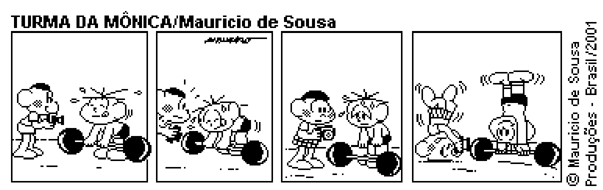
---

631. (PUCRJ) Considere um paralelepípedo retangular com lados 2, 3 e 6 cm. A distância máxima entre dois vértices deste paralelepípedo é:

(A) 7 cm.
(B) 8 cm.
(C) 9 cm.
(D) 10 cm.
(E) 11 cm.

---

632. (PUCSP) A tira seguinte mostra o Cebolinha tentando levantar um haltere, que é um aparelho feito de ferro, composto de duas esferas acopladas a um bastão cilíndrico.

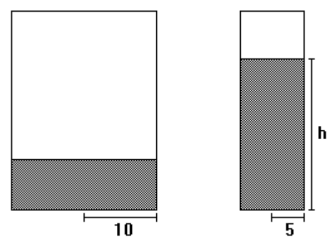


Suponha que cada esfera tenha 10,5cm de diâmetro e que o bastão tenha 50cm de comprimento e diâmetro da base medindo 1,4cm. Se a densidade do ferro é 7,8g/cm^3, quantos quilogramas, aproximadamente, o Cebolinha tentava levantar?
(Use: π = 22/7)

(A) 18
(B) 16
(C) 15
(D) 12
(E) 10

633. (UEL-PR) Dois recipiente cilíndricos têm altura de 40 cm e raios da base medindo 10 cm e 5 cm. O maior deles contém água até 1/5 de sua capacidade. Essa água é despejada no recipiente menor, alcançando a altura h, de

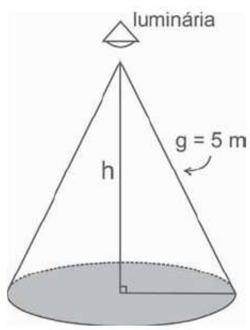
(A) 32 cm
(B) 24 cm
(C) 16 cm
(D) 12 cm
(E) 10 cm



634. (ENEM) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura.

Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de 28,26 m^2, considerando $\pi \cong 3{,}14$, a altura h será igual a

(A) 3m.
(B) 4m.
(C) 5m.
(D) 9m.
(E) 16m.

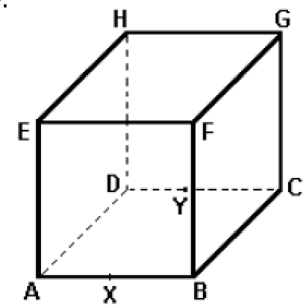


635. (Santa Casa – SP) O raio da base de um cone equilátero mede $6\sqrt{3}$ cm. O volume da esfera inscrita nesse cone, em cm^3, é

(A) 144π
(B) 152π
(C) 192π
(D) 288π
(E) 302π

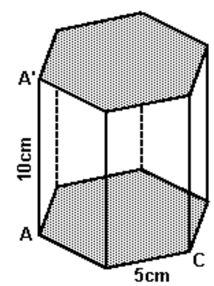
636. (FUVEST) Na figura a seguir, X e Y são, respectivamente, os pontos médios das arestas AB e CD do cubo. A razão entre o volume do prisma AXFEDYGH e o do cubo é:

(A) 3/8.
(B) 1/2.
(C) 2/3.
(D) 3/4.
(E) 5/6.

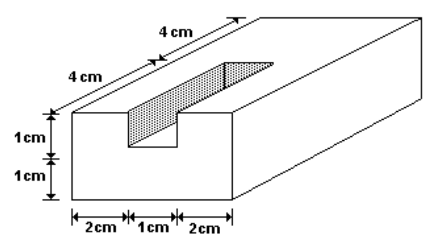


637. (Unicamp) A figura abaixo apresenta um prisma reto cujas bases são hexágonos regulares. Os lados dos hexágonos medem 5 cm cada um e a altura do prisma mede 10 cm. A área da secção desse prisma pelo plano que passa pelos pontos A, C e A' é

(A) $50\sqrt{3}$ cm^2.
(B) $60\sqrt{3}$ cm^2.
(C) $80\sqrt{3}$ cm^2.
(D) $90\sqrt{3}$ cm^2.
(E) $100\sqrt{3}$ cm^2.



638. (UNIRIO) Na fabricação da peça abaixo, feita de um único material que custa R$ 5,00 o cm^3, deve-se gastar a quantia de:



(A) R$ 400,00
(B) R$ 380,00
(C) R$ 360,00
(D) R$ 340,00
(E) R$ 320,00

639. (FEI) No projeto de um prédio foi inicialmente prevista a construção de um reservatório de água com formato cilíndrico, cujas medidas seriam: raio da base igual a 2m e altura igual a 3m. Depois foi constatado que o volume do reservatório havia sido subestimado, sendo necessário, na verdade, o dobro do volume inicialmente previsto. Qual deverá ser a medida do raio da base, sabendo que a altura do reservatório não poderá ser alterada?

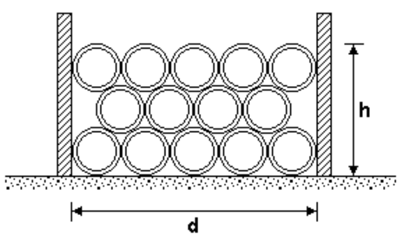
(A) 4 m
(B) 3 m
(C) $2\sqrt{2}$ m
(D) $\sqrt{2}$ m
(E) 6 m

---

640. (UFPR) Uma fábrica produz tubos de concreto com o formato de cilindro circular reto, oco, de 1 m de comprimento e raios interno e externo de 0,45 m e 0,50 m, respectivamente. No pátio da fábrica, esses tubos ficam depositados em pilhas, conforme ilustração a seguir.

A altura **h**, em metros, é igual a

(A) $1 - 2\sqrt{3}$
(B) $1 + 2\sqrt{3}$
(C) 2
(D) $1 + \sqrt{3}$
(E) $1 - \sqrt{3}$

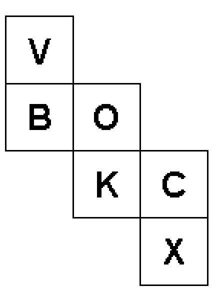


---

641. (UERJ) Dobrando-se a planificação abaixo, reconstruímos o cubo que a originou.

A letra que fica na face oposta à que tem um X é:

(A) V
(B) O
(C) B
(D) K
(E) C



642. (FEI) Um líquido que ocupa uma altura de 10cm num determinado recipiente cilíndrico será transferido para outro recipiente, também cilíndrico, com diâmetro 2 vezes maior que o primeiro. Qual será a altura ocupada pelo líquido nesse segundo recipiente?

(A) 1,5 cm
(B) 2 cm
(C) 2,5 cm
(D) 4,5 cm
(E) 5 cm

---

643. (UNESP) Uma piscina retangular de 10,0m x 15,0m e fundo horizontal está com água até a altura de 1,5m. Um produto químico em pó deve ser misturado à água à razão de um pacote para cada 4500 litros. O número de pacotes a serem usados é:

(A) 45
(B) 50
(C) 55
(D) 60
(E) 75

---

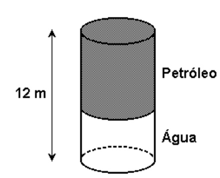
644. (UFPI) A soma das áreas totais de dois cubos é $150cm^2$. Se a aresta do menor mede 3cm, o valor da soma das diagonais destes cubos, em centímetros, é:

(A) $5\sqrt{2}$
(B) $7\sqrt{3}$
(C) $3\sqrt{5}$
(D) $5\sqrt{7}$
(E) $2\sqrt{11}$

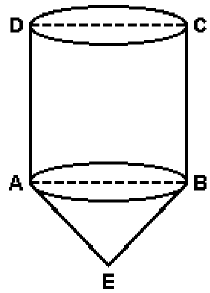
---

645. (UNESP) Um tanque subterrâneo, que tem a forma de um cilindro circular reto na posição vertical, está completamente cheio com $30m^3$ de água e $42m^3$ de petróleo. Se a altura do tanque é 12 metros, a altura, em metros, da camada de petróleo é

(A) 2π.
(B) 7.
(C) $(7\pi)/3$.
(D) 8.
(E) $(8\pi)/3$.



646. (MACKENZIE) No sólido da figura, ABCD é um quadrado de lado 2 e AE = BE = $\sqrt{10}$. O volume desse sólido é:



(A) $5\pi/2$
(B) $4\pi/3$
(C) 4π
(D) 5π
(E) 3π

---

647. (UFRGS) Deseja-se elevar em 20cm o nível de água da piscina de um clube. A piscina é retangular, com 20m de comprimento e 10m de largura. A quantidade de litros de água a ser acrescentada é

(A) 4.000
(B) 8.000
(C) 20.000
(D) 40.000
(E) 80.000

---

648. (MACKENZIE) 20% do volume de um cilindro de raio 2 é 24π. A altura do cilindro é:

(A) 30
(B) 15
(C) 20
(D) 6
(E) 12

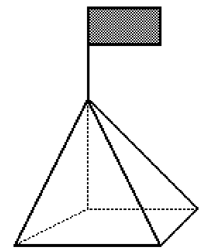
---

649. (UEL-PR) Considere um cilindro circular reto que tem 4cm de altura. Aumentando-se indiferentemente o raio da base ou a altura desse cilindro em 12cm, obtém-se, em qualquer caso, cilindros de volumes iguais. A medida, em centímetros, do raio do cilindro original é

(A) 12
(B) 10
(C) 8
(D) 6
(E) 4

650. (UNESP) O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.

Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, o volume de concreto (em m¤) necessário para a construção da pirâmide será



(A) 36.
(B) 27.
(C) 18.
(D) 12.
(E) 4.

---

651. (FUVEST) O volume de um paralelepípedo reto retângulo é de 240 cm^3. As áreas de duas de suas faces são 30 cm^2 e 48 cm^2. A área total do paralelepípedo, em cm^2, é

(A) 96
(B) 118
(C) 236
(D) 240
(E) 472

---

652. (FUVEST) A uma caixa d'água de forma cúbica com 1 metro de lado, está acoplado um cano cilíndrico com 4cm de diâmetro e 50m de comprimento. Num certo instante, a caixa está cheia de água e o cano vazio.
Solta-se a água pelo cano até que fique cheio. Qual o valor aproximado da altura da água na caixa no instante em que o cano ficou cheio?

(A) 90 cm.
(B) 92 cm.
(C) 94 cm.
(D) 96 cm.
(E) 98 cm.

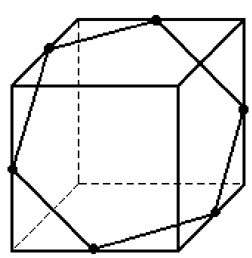
653. (CESGRANRIO) Um salame tem a forma de um cilindro reto com 40cm de altura e pesa 1kg. Tentando servir um freguês que queria meio quilo de salame, João cortou um pedaço, obliquamente, de modo que a altura do pedaço varia entre 22cm e 26cm. O peso do pedaço é de:

(A) 600 g
(B) 610 g
(C) 620 g
(D) 630 g
(E) 640 g

654. (PUCMG) Na maquete de uma casa, feita na escala 1:500, uma sala tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. A capacidade, em litros, dessa sala é:

(A) 640
(B) 6400
(C) 800
(D) 8000
(E) 80000

655. (PUCRS) Os vértices de um hexágono regular estão localizados nos pontos médios das arestas de um cubo conforme a figura a seguir.



Se a aresta do cubo é dada por a, a área do hexágono é

(A) $(3a^2\sqrt{2})/2$
(B) $3a^2/2$
(C) $(3a^2\sqrt{2})/4$
(D) $(3a^2\sqrt{3})/4$
(E) $(3a^2\sqrt{3})/2$

656. (UFSM) Um caminhão tem carroceria com 3,40 metros de comprimento, 2,50 metros de largura e 1,20 metros de altura. Quantas viagens devem-se fazer, no mínimo, para transportar 336 metros cúbicos de arroz?

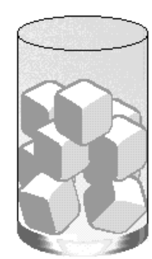
(A) 24
(B) 29
(C) 30
(D) 32
(E) 33

657. (UERJ) Dois prismas regulares retos P_1 e P_2, o primeiro de base triangular e o outro de base hexagonal, têm a mesma área da base e a mesma área lateral.
A razão entre o volume de P_1 e o de P_2 equivale a:

(A) $\sqrt{2}/3$
(B) $\sqrt{6}/3$
(C) $\sqrt{3}/2$
(D) 1
(E) 3

658. (UFRN) Nove cubos de gelo, cada um com aresta igual a 3 cm, derretem dentro de um copo cilíndrico, inicialmente vazio, com raio da base também igual a 3 cm. Após o gelo derreter completamente, a altura do nível da água no copo será de aproximadamente

(A) 8,5 cm.
(B) 8,0 cm.
(C) 7,5 cm.
(D) 9,0 cm.
(E) n.d.a.

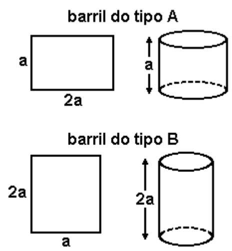


659. (UFRGS) A área da base de uma caixa em que todas as faces são retangulares é $320cm^2$; a área de uma face lateral é $160cm^2$ e de outra face lateral é $128cm^2$. O volume dessa caixa, em cm^3, é

(A) 2.560
(B) 1.280
(C) 640
(D) 608
(E) 320

660. (FUVEST) Uma metalúrgica fabrica barris cilíndricos de dois tipos, A e B, cujas superfícies laterais são moldadas a partir de chapas metálicas retangulares de lados a e 2a, soldando lados opostos dessas chapas, conforme ilustrado a seguir. Se V_A e V_B indicam os volumes dos barris do tipo A e B, respectivamente, tem-se:

(A) $V_A = 2\,V_B$
(B) $V_B = 2\,V_A$
(C) $V_A = V_B$
(D) $V_A = 4\,V_B$
(E) $V_B = 4\,V_A$



---

661. (UFMG) As dimensões de uma caixa retangular são 3cm, 20mm e 0,07m. O volume dessa caixa, em mililitros, é

(A) 0,42
(B) 4,2
(C) 42
(D) 420
(E) 4200

---

662. (ENEM) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1:100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm.
O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

(A) 6.
(B) 600.
(C) 6.000.
(D) 60.000.
(E) 6.000.000.

---

663. (ENEM) Uma editora pretende despachar um lote de livros, agrupados em 100 pacotes de 20 cm x 20 cm x 30 cm. A transportadora acondicionará esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40 cm x 40 cm x 60 cm. A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio é:

(A) 9
(B) 11
(C) 13
(D) 15
(E) 17

---

664. (UNESP) Num tonel de forma cilíndrica, está depositada uma quantidade de vinho que ocupa a metade de sua capacidade. Retirando-se 40 litros de seu conteúdo, a altura do nível do vinho baixa de 20%. O número que expressa a capacidade desse tonel, em litros é:

(A) 200.
(B) 300.
(C) 400.
(D) 500.
(E) 800.

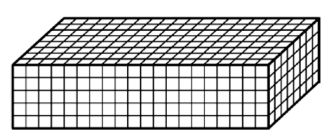
---

665. (UECE) Um prisma reto tem por base um triângulo retângulo cujos catetos medem 3m e 4m. Se a altura deste prisma é igual à hipotenusa do triângulo da base, então seu volume, em m^3, é igual a

(A) 60
(B) 30
(C) 24
(D) 12
(E) n.d.a.

---

666. Um queijo tem o formato de paralelepípedo, com dimensões 20 cm x 8 cm x 5 cm. Sem descascar o queijo, uma pessoa o divide em cubos com 1 cm de aresta, de modo que alguns cubos ficam totalmente sem casca, outros permanecem com casca em apenas uma face, alguns com casca em duas faces e os restantes com casca em três faces. Nesse caso, o número de cubos que possuem casca em apenas uma face é igual a



(A) 360.
(B) 344.
(C) 324.
(D) 368.
(E) 372.

GABARITO

001. E	002. D	003. A	004. C	005. B	006. E	007. D	008. A	009. D	010. A
011. B	012. A	013. B	014. D	015. C	016. A	017. E	018. D	019. A	020. E
021. E	022. C	023. D	024. E	025. B	026. A	027. A	028. A	029. B	030. E
031. B	032. B	033. B	034. C	035. B	036. D	037. C	038. B	039. E	040. C
041. B	042. C	043. D	044. A	045. E	046. B	047. C	048. A	049. A	050. E
051. E	052. D	053. D	054. E	055. D	056. C	057. A	058. C	059. B	060. B
061. A	062. E	063. C	064. D	065. E	066. D	067. E	068. C	069. C	070. B
071. B	072. D	073. A	074. E	075. D	076. D	077. C	078. D	079. B	080. D
081. A	082. C	083. B	084. C	085. C	086. E	087. C	088. B	089. A	090. E
091. E	092. A	093. B	094. E	095. B	096. B	097. E	098. A	099. A	100. C
101. A	102. B	103. D	104. E	105. C	106. C	107. D	108. D	109. D	110. D
111. D	112. D	113. C	114. B	115. B	116. D	117. B	118. D	119. A	120. E
121. D	122. D	123. B	124. A	125. D	126. D	127. A	128. D	129. B	130. A
131. B	132. A	133. B	134. B	135. C	136. D	137. E	138. C	139. B	140. B
141. B	142. E	143. D	144. A	145. A	146. B	147. D	148. C	149. B	150. D
151. A	152. E	153. D	154. D	155. E	156. D	157. D	158. B	159. D	160. C
161. E	162. B	163. C	164. D	165. D	166. C	167. C	168. A	169. C	170. B
171. D	172. A	173. C	174. C	175. D	176. E	177. C	178. C	179. C	180. A
181. C	182. A	183. B	184. A	185. A	186. B	187. C	188. D	189. D	190. D
191. A	192. A	193. D	194. C	195. A	196. D	197. B	198. B	199. A	200. C
201. D	202. C	203. A	204. E	205. E	206. C	207. B	208. C	209. D	210. A
211. B	212. D	213. A	214. D	215. E	216. E	217. C	218. D	219. C	220. E
221. D	222. A	223. C	224. E	225. E	226. C	227. B	228. C	229. A	230. B
231. C	232. D	233. A	234. B	235. D	236. B	237. B	238. B	239. C	240. A
241. E	242. D	243. E	244. A	245. D	246. E	247. B	248. B	249. D	250. B
251. A	252. B	253. D	254. E	255. 1e4	256. D	257. D	258. VFVV	259. D	260. D
261. B	262. E	263. D	264. D	265. E	266. E	267. C	268. D	269. D	270. D
271. E	272. A	273. D	274. B	275. C	276. D	277. D	278. C	279. B	280. E
281. B	282. C	283. A	284. D	285. E	286. D	287. D	288. C	289. B	290. A
291. B	292. A	293. 04	294. A	295. D	296. E	297. C	298. D	299. A	300. D
301. D	302. A	303. C	304. B	305. C	306. D	307. E	308. B	309. B	310. A
311. E	312. C	313. C	314. A	315. B	316. A	317. D	318. A	319. A	320. B
321. A	322. D	323. A	324. B	325. E	326. E	327. A	328. A	329. B	330. D
331. A	332. C	333. A	334. A	335. C	336. D	337. C	338. D	339. D	340. E
341. A	342. C	343. E	344. D	345. D	346. B	347. B	348. B	349. D	350. A
351. C	352. *	353. A	354. C	355. B	356. A	357. E	358. A	359. B	360. D
361. C	362. B	363. C	364. B	365. C	366. E	367. E	368. C	369. E	370. B
371. D	372. B	373. A	374. A	375. B	376. C	377. E	378. C	379. C	380. B
381. E	382. C	383. C	384. D	385. E	386. D	387. D	388. E	389. C	390. A
391. C	392. A	393. E	394. B	395. E	396. B	397. A	398. B	399. B	400. B

401. 15	402. E	403. C	404. A	405. D	406. E	407. B	408. A	409. A	410. A
411. A	412. A	413. E	414. C	415. B	416. C	417. D	418. E	419. C	420. E
421. A	422. B	423. E	424. C	425. E	426. E	427. D	428. C	429. E	430. C
431. C	432. E	433. C	434. B	435. B	436. A	437. A	438. D	439. E	440. A
441. D	442. E	443. C	444. A	445. D	446. B	447. C	448. C	449. A	450. C
451. A	452. A	453. C	454. C	455. B	456. E	457. A	458. C	459. C	460. B
461. D	462. C	463. B	464. C	465. D	466. A	467. A	468. *	469. C	470. D
471. B	472. D	473. A	474. E	475. D	476. A	477. E	478. C	479. C	480. D
481. A	482. E	483. D	484. A	485. *	486. *	487. *	488. 170	489. 0	490. 4
491. *	492. B	493. A	494. C	495. C	496. D	497. A	498. D	499. C	500. A
501. D	502. B	503. C	504. B	505. E	506. B	507. C	508. A	509. A	510. D
511. E	512. B	513. B	514. E	515. B	516. E	517. B	518. D	519. A	520. C
521. D	522. C	523. E	524. C	525. B	526. D	527. C	528. B	529. D	530. D
531. E	532. A	533. D	534. D	535. B	536. A	537. D	538. D	539. B	540. A
541. E	542. D	543. B	544. C	545. B	546. D	547. C	548. D	549. B	550. A
551. D	552. D	553. C	554. D	555. C	556. E	557. E	558. C	559. A	560. E
561. A	562. D	563. C	564. A	565. A	566. B	567. B	568. E	569. A	570. D
571. A	572. E	573. D	574. D	575. B	576. C	577. D	578. D	579. D	580. C
581. E	582. A	583. A	584. A	585. D	586. B	587. E	588. C	589. C	590. E
591. E	592. C	593. A	594. E	595. E	596. B	597. C	598. C	599. D	600. A
601. C	602. D	603. D	604. E	605. A	606. A	607. B	608. B	609. D	610. A
611. C	612. C	613. B	614. C	615. A	616. D	617. D	618. D	619. C	620. D
621. E	622. A	623. D	624. B	625. E	626. A	627. E	628. B	629. E	630. C
631. A	632. E	633. A	634. B	635. D	636. D	637. A	638. B	639. C	640. D
641. B	642. C	643. B	644. B	645. B	646. E	647. D	648. A	649. A	650. D
651. C	652. C	653. A	654. E	655. D	656. E	657. B	658. A	659. A	660. A
661. C	662. E	663. C	664. C	665. B	666. A	Adeus tia Chica ...			

468. a) 20°
b) 44°
c) 20°
d) 30°
e) 60°

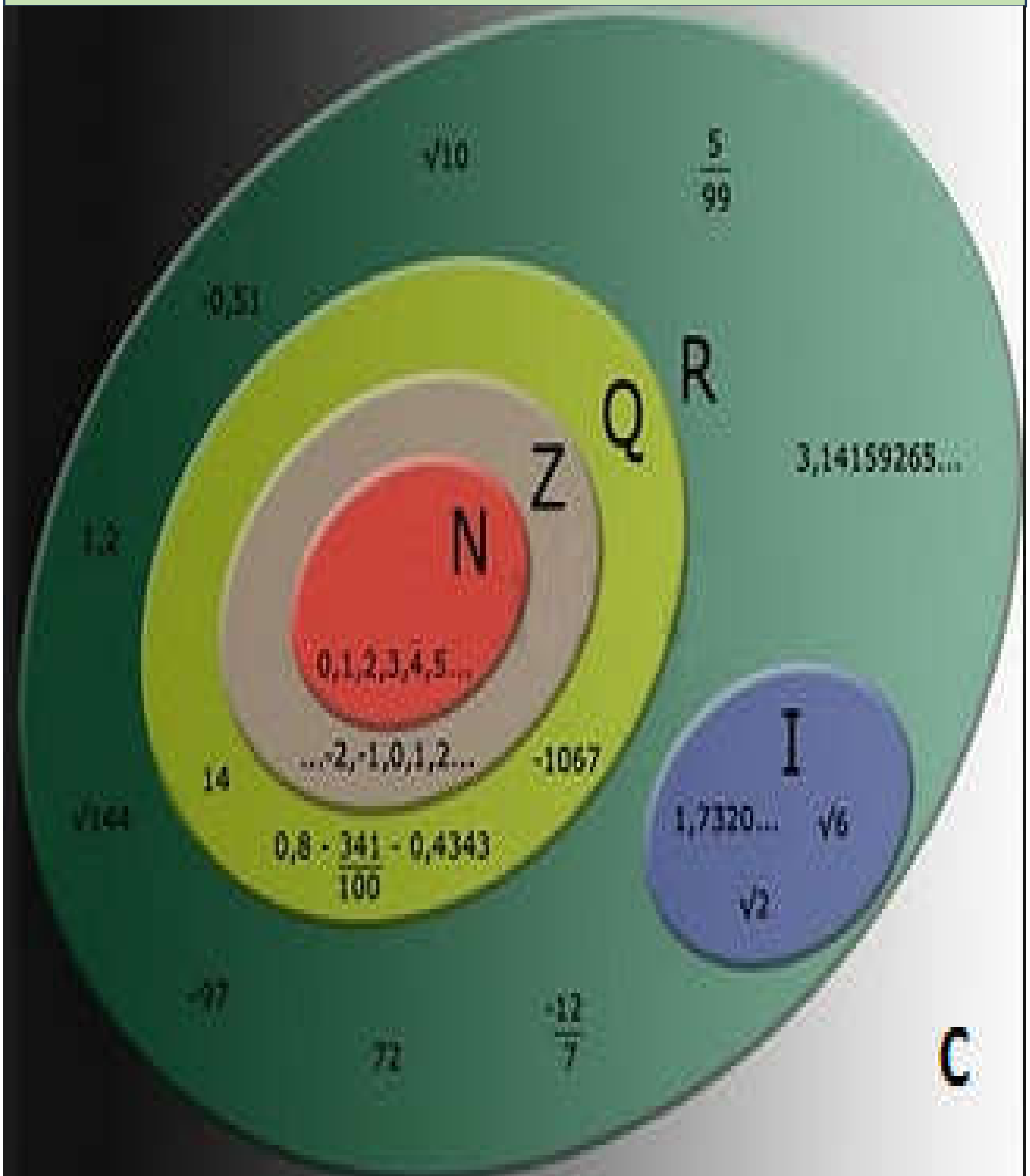
485. 1260°

486. 1440°

487. Dodecágono

491. a) 60° e 120°
b) 90° e 90°
c) 108° e 72°
d) 120° e 60°

NÚMEROS COMPLEXOS



Não é definida para o campo dos números complexos a relação de ordem, isto é, não existe um complexo maior ou menor do que outro.

NÚMEROS COMPLEXOS

Definição

Um número complexo é uma expressão da forma

$$\boxed{a+bi}$$

Onde, **a** e **b** são números reais e $i=\sqrt{-1}$; a chamada unidade imaginária.

Assim:

$$\boxed{i^2=-1}$$

Como um número complexo é de fato um par (parte real e parte imaginária), iremos representá-lo como um par ordenado (a,b) .

No número complexo $a+bi$, a é a parte real e b é a parte imaginária.

Conjugado

$$\boxed{z=a+bi \quad \Rightarrow \quad \bar{z}=a-bi}$$

Exemplos:

a) $z=2+3i \quad \Rightarrow \quad \bar{z}=$

b) $z=-5-2i \quad \Rightarrow \quad \bar{z}=$

c) $z=-2i \quad \Rightarrow \quad \bar{z}=$

d) $z=7 \quad \Rightarrow \quad \bar{z}=$

Operações

Exemplos:

Dados os números complexos $z=2-3i$ e $m=-3+i$, determine o que se pede:

- **Igualdade**

a) $a+bi=m \quad \Rightarrow \quad a=$ e $b=$

- **Adição**

b) $z+m=$

c) $m-\bar{z}=$

- **Produto**

d) $z\cdot m=$

- **Divisão**

e) $\dfrac{z}{m}=$

Potências de i

$i^0 =$ $\qquad$ $i^4 =$ $\qquad$ $i^8 =$

$i^1 =$ $\qquad$ $i^5 =$ $\qquad$ $\vdots$

$i^2 =$ $\qquad$ $i^6 =$

$i^3 =$ $\qquad$ $i^7 =$

Regra de simplificação do expoente de i

Para todo expoente natural de i, devemos dividi-lo por quatro e usar o resto como potência efetiva.

Exemplos:

$i^{25} =$

$i^{302} =$

Classificação

Um número complexo é constituído por duas componentes: a parte real e a parte imaginária.
Um número complexo $z = a + bi$ é dito ***imaginário puro*** se $a = 0$ e $b \neq 0$.

Exemplos:

$z_1 = 3i$

$z_2 = -5i$

Um número complexo $z = a + bi$ é dito ***real puro*** se $b = 0$.

Exemplos:

$z_1 = 5$

$z_2 = -3$

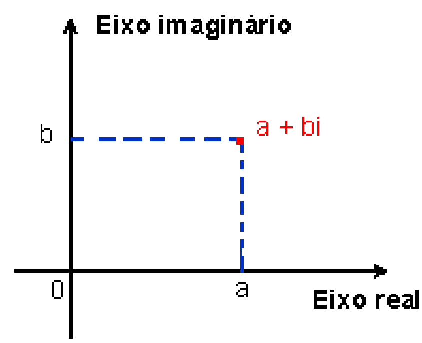
Exercício de Classe

a) Quais devem ser os valores de m e n para que o complexo $z = (2 - m) + (5 + n)i$ seja imaginário puro?

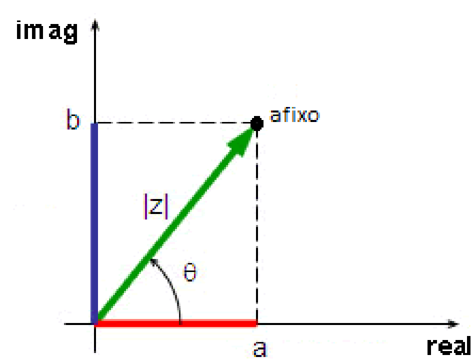
Plano Complexo - Argand / Gauss

O fato de o número complexo seu um par - parte real e parte imaginária - sugere a utilização de dois eixos para representá-lo: um para a parte real e o outro para a parte imaginária. Esses dois eixos chamam-se eixo real e eixo imaginário, respectivamente. O plano determinado por esses dois eixos chama-se plano complexo.

Para desenharmos o gráfico do número complexo a + bi, marcamos o ponto (a, b) no plano, conforma a ilustração.



A distância entre o afixo e a origem é chamada de módulo do número complexo e é representada por $|z|$.



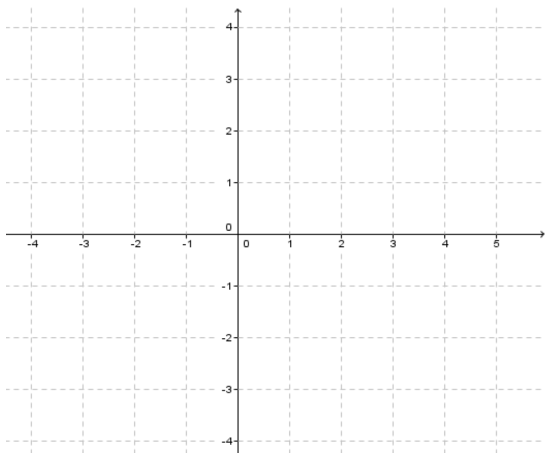
De onde, por Pitágoras, temos:

$$\boxed{|z| = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

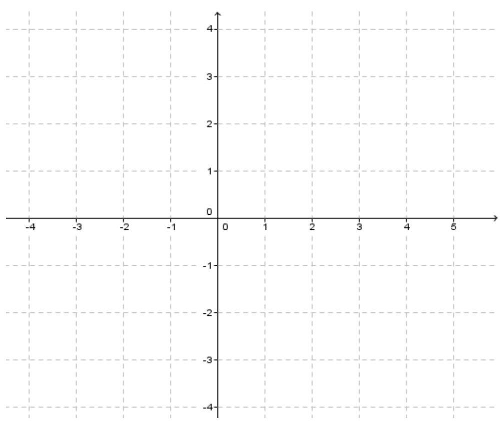
Exercícios de Classe

Determine o módulo dos seguintes números complexos:

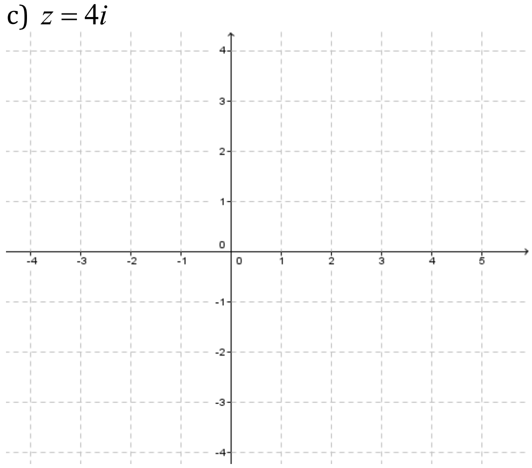
a) $z = 3 - 4i$



b) $z = -1 - 3i$



c) $z = 4i$

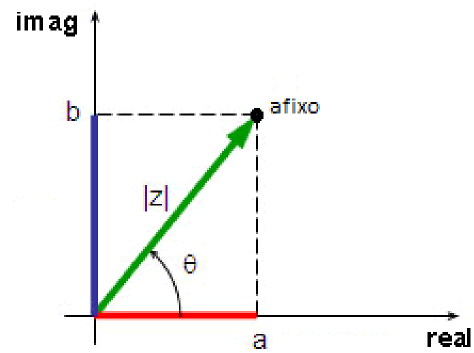


Forma Trigonométrica ou Polar

A forma algébrica é dada por:

$$\boxed{z = a + bi}$$

Sua representação geométrica é:

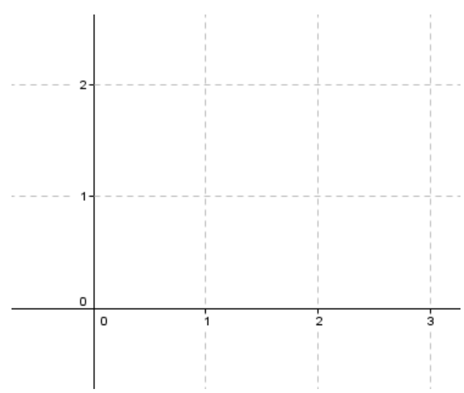


Sendo assim, temos que o número complexo dado por $z = a + bi$ pode ser escrito em função de seu argumento θ como:

$$\boxed{z = |z| \cdot (\cos\theta + i \cdot sen\theta)}$$

Exemplo:

a) A forma trigonométrica do complexo $1 + \sqrt{3}i$ é



Exercícios de Casa

1. (UFRGS) O argumento do número complexo z é $\frac{\pi}{6}$, e seu módulo é 2. Então, a forma algébrica de z é

(F) $-i$.
(G) i.
(H) $\sqrt{3}i$
(I) $\sqrt{3}-i$.
(J) $\sqrt{3}+i$.

---

2. (UFRGS) Sendo i a unidade imaginária, a soma dos termos da sequência $i^0, i^1, i^2, i^3, i^4, i^5, \ldots, i^{2007}$ é

(A) -1.
(B) 0.
(C) 1.
(D) $-i$.
(E) i.

---

3. (UFRGS) Sendo z um número complexo e $\bar{z}$ o seu conjugado, a representação geométrica do conjunto solução da equação $\bar{z} = z^{-1}$ $\bar{z} = z^{-1}$é

(A) Um segmento de reta.
(B) Uma reta.
(C) Um arco de círculo.
(D) Um círculo.
(E) Uma parábola.

---

4. (UFRGS) o ângulo formado pelas representações geométricas dos números complexos $z = \sqrt{3}+i$ e z^4 é

(A) $\frac{\pi}{6}$.
(B) $\frac{\pi}{4}$.
(C) $\frac{\pi}{3}$.
(D) $\frac{\pi}{2}$.
(E) π.

5. (UFRGS) $(1+i)^{15}$ é igual a

(A) $64(1+i)$.$64(1+i)$.
(B) $128(1-i)$.
(C) $128(-1-i)$.$128(-1-i)$.
(D) $256(-1+i)$.$256(1+i)$
(E) $256(1+i)$.

---

6. (UEM) Considere z = a + ib um número complexo, com a e b reais e não nulos, e $\bar{z} = a - ib$ o seu conjugado. Sobre esses números complexos e a sua representação no plano complexo, assinale o que for **correto**.

01) O produto $z \cdot \bar{z}$ é um número real positivo cuja raiz quadrada fornece a distância de z e de $\bar{z}$ até a origem.

02) O ponto do plano complexo que representa $\bar{z}$ é obtido do ponto que representa z fazendo uma rotação de 180° em torno da origem.

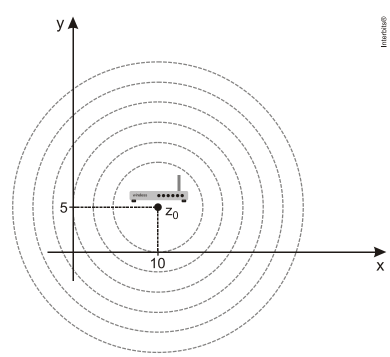
04) Se $z^2 = i$, então $(\bar{z})^2 = i$.

08) Se w é um número complexo que está à mesma distância de z e de $\bar{z}$, então w é um número real.

16) O quociente $\frac{z}{\bar{z}}$ é um número real.

---

7. (UFSM) No plano complexo, o ponto z_0 representa o local de instalação de uma antena *wireless* na praça de alimentação de um *shopping.*



Os pontos $z = x + yi$ que estão localizados no alcance máximo dessa antena satisfazem a equação $|z - z_0| = 30$.

De acordo com os dados, esses pontos pertencem à circunferência dada por

(A) $x^2 + y^2 - 20x - 10y - 775 = 0$.
(B) $x^2 + y^2 - 900 = 0$.
(C) $x^2 + y^2 - 10x + 20y - 775 = 0$.
(D) $x^2 + y^2 - 10x + 20y - 900 = 0$.
(E) $x^2 + y^2 - 20x - 10y - 900 = 0$.

---

8. (PUCRS) A área da figura representada no plano de Argand Gauss pelo conjunto de pontos $\{z \in C : |z| \leq 1\}$ é

(A) $\frac{1}{2}$
(B) 1
(C) $\frac{\pi}{2}$
(D) π
(E) 2π

---

9. (UFPR) Considere o número complexo $z_0 = 4i + \frac{13}{2 + 3i}$.

a) Determine a parte real e a parte imaginária de z_0.

b) Determine a e b, de modo que $z = 1 - i$ seja solução da equação $z^2 + az + b = 0$.

10. (PUCRS) Algumas das raízes do polinômio, com coeficientes reais e não nulos, $p(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex$, em **C**, são: $2 + 3i$, $-1 + 7i$ e ______.

(A) – i
(B) – 1 – 7i
(C) – 2 + 3i
(D) – 3i
(E) – 7i

11. (UFSM) Os edifícios "verdes" têm sido uma nova tendência na construção civil. Na execução da obra desses prédios, há uma preocupação toda especial com o meio ambiente em que estão inseridos e com a correta utilização dos recursos naturais necessários ao seu funcionamento, além da correta destinação dos resíduos gerados por essa utilização. A demarcação do terreno onde será construído um edifício "verde" foi feita através dos pontos P_1, P_2, P_3 e P_4, sendo o terreno delimitado pelas poligonais $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$ e $\overline{P_4P_1}$, medidas em metros. Sabendo que P_1, P_2, P_3 e P_4 representam, respectivamente, a imagem dos complexos $z_1 = 20 + 40i$, $z_2 = -15 + 50i$, $z_3 = -15 - 10i$ e $z_4 = \frac{1}{16}z_1 - \frac{5}{4}\overline{z_3}$, qual é a área, em m^2, desse terreno?

(A) 1.595.
(B) 1.750.
(C) 1.795.
(D) 1.925.
(E) 2.100.

---

12. (UNIOESTE) Considere os números complexos $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. Assim, é correto afirmar que

(A) se $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, então $z_1z_2 = 3 - 2i$.
(B) se $z_1 = 2 + 2i$, então $|z_1| = 2\sqrt{2}$.
(C) $z_1 + z_2 = (a + d) + (b + c)i$.
(D) a forma polar de $z_1 = -1 - 2i$ é $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)$.
(E) qualquer que seja z_1, tem-se que $z_1^4 = a^4 + b^4i$.

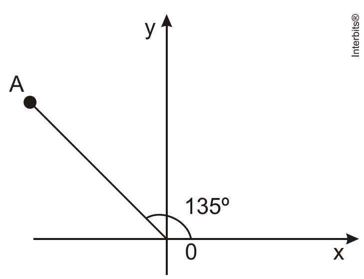
---

13. (Uepg) O determinante $\begin{vmatrix} i & i & 1 \\ -i & i & 0 \\ 2-i & 2+i & i \end{vmatrix}$ define um número complexo z. Se $|z|$ é o módulo desse complexo, assinale o que for correto.

01) $|z|$ é um número inteiro.
02) $|z| < 5$.
04) $|z| \in [1, 4]$.
08) $|z|$ é um número par.
16) $|z| \in [2, 6]$.

---

14. (PUCRS) Na figura abaixo, o ponto **A** é o afixo de um número complexo **z** no plano de Argand-Gauss.



Se a distância do ponto **A** até a origem O é 4, então a diferença entre **z** e o seu conjugado é igual a

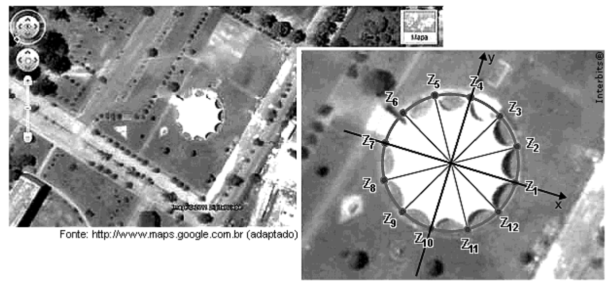
(A) $-4\sqrt{2}-4\sqrt{2}i$
(B) $-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i$
(C) $-4\sqrt{2}i$
(D) $4\sqrt{2}i$
(E) $4\sqrt{2}$

---

15. (ULBRA) O produto das raízes cúbicas do número complexo z = −1 é igual a

(A) $\dfrac{1-\sqrt{3}\,i}{4}$.
(B) $\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\ \text{sen}\dfrac{\pi}{3}\right)$.
(C) $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$.
(D) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{3}i$.
(E) -1.

16. (UFSM) Observe a vista aérea do planetário e a representação, no plano Argand-Gauss, dos números complexos $z_1, z_2, ..., z_{12}$, obtida pela divisão do círculo de raio 14 em 12 partes iguais.



Considere as seguintes informações:
I. $z_2 = 7\sqrt{3}+14i$.
II. $z_{11} = \overline{z}_3$.
III. $z_5 = z_4 \cdot \overline{z}_{11}$.
Está(ão) correta(s)

(A) apenas I.
(B) apenas II.
(C) apenas III.
(D) apenas I e II.
(E) apenas II e III.

---

17. (UFSM) Na iluminação da praça, três novas luminárias são instaladas do seguinte modo: uma dessas luminárias é instalada na bissetriz do primeiro quadrante; a distância de cada uma delas ao ponto de encontro das linhas centrais dos dois passeios é 20 metros; a distância entre cada par dessas luminárias é a mesma. Quais números complexos a seguir representam os pontos onde foram instaladas as três luminárias?

(A) $z_1 = 20\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{4}\right); z_2 = 20\left(\cos\frac{11\pi}{12}+i\ \text{sen}\frac{11\pi}{12}\right); z_3 = 20\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\ \text{sen}\frac{19\pi}{12}\right)$
(B) $z_1 = 20\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{4}\right); z_2 = 20\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{6}\right); z_3 = 20\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\ \text{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$
(C) $z_1 = \cos\frac{\pi}{4}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{4}; z_2 = \cos\frac{11\pi}{12}+i\ \text{sen}\frac{11\pi}{12}; z_3 = \cos\frac{19\pi}{12}+i\ \text{sen}\frac{19\pi}{12}$
(D) $z_1 = \cos\frac{\pi}{3}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{3}; z_2 = \cos\frac{\pi}{12}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{12}; z_3 = \cos\frac{2\pi}{3}+i\ \text{sen}\frac{2\pi}{3}$
(E) $z_1 = 20\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\ \text{sen}\frac{\pi}{3}\right); z_2 = 20(\cos\pi+i\ \text{sen}\pi); z_3 = 20\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\ \text{sen}\frac{5\pi}{6}\right)$

18. (UEPG) As representações gráficas dos complexos z tais que $z^3 = 1$ são os vértices de um triângulo. Em relação a esse triângulo assinale o que for correto.

01) É um triângulo equilátero de lado igual a $\sqrt{3}$ u.c.

02) É um triângulo isósceles de altura igual a $\frac{3}{4}$ u.c.

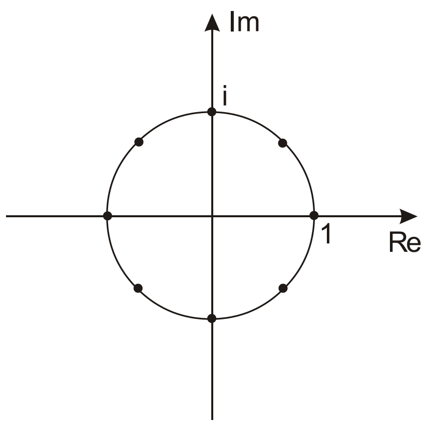
04) Um de seus vértices pertence ao 2º quadrante.

08) Seu perímetro é $3\sqrt{3}$ u.c.

16) Sua área é $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ u.a.

---

19. (PUCRS) A superfície e os parafusos de afinação de um tímpano da Orquestra da PUCRS estão representados no plano complexo Argand-Gauss por um disco de raio 1, centrado na origem, e por oito pontos uniformemente distribuídos, respectivamente, como mostra a figura:



Nessa representação, os parafusos de afinação ocupam os lugares dos números complexos z que satisfazem a equação

(A) $z^8 = i$
(B) $z^8 = -i$
(C) $z^8 = 1$
(D) $z^8 = -1$
(E) $z^8 = 1 + i$

20. (Uel) Qual é a parte real do número complexo z = a + bi, com a e b reais e a > 0 e b > 0 cujo quadrado é -5 + 12i?

(A) 1/3
(B) 1/2
(C) 1
(D) 2
(E) 3

---

21. (Uel) O número complexo $\left[\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right]^2$ escrito na forma trigonométrica é

a) $\cos(\theta) + i\text{sen}(\theta)$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)$

c) $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

d) $3\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

e) $2\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\text{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]$

---

22. (PUCRS) O número complexo a + bi, diferente de zero, está assinalado, no plano complexo, sobre o eixo real. É correto afirmar que seu conjugado está situado

(A) sobre o eixo real.
(B) sobre o eixo imaginário.
(C) no primeiro quadrante.
(D) no segundo quadrante.
(E) no terceiro quadrante.

23. (UEL) O número complexo z que verifica a equação iz - 2w + (1 + i) = 0 (w indica o conjugado de z) é

(A) z = 1 + i
(B) z = (1/3) - i
(C) z = (1 - i)/3
(D) z = 1 + (i/3)
(E) z = 1 - i

---

24. (UFPEL) Considerando o número complexo Z = a + bi, em que i é a unidade imaginária, a < b, módulo de Z é igual a 5 e módulo de Z+i é igual a $2\sqrt{5}$, é correto afirmar que a diferença entre esse número Z e o seu conjugado é igual a

(A) 6i.
(B) - 8.
(C) - 6i.
(D) 8.
(E) 0.

---

25. (UFSM) Admitindo que o centro do plano complexo coincida com o centro de um relógio analógico, se o ponteiro dos minutos tiver 4 unidades de comprimento, estará, às 16 horas e 50 minutos, sobre o número complexo

(A) $-2\sqrt{3} + 2i$
(B) $2\sqrt{3} - 2i$
(C) $-2\sqrt{3} - 2i$
(D) $-2 + 2\sqrt{3}\,i$
(E) $2 - 2\sqrt{3}\,i$

---

26. (UFRGS) Sendo z um número complexo e w o seu conjugado, a representação geométrica do conjunto solução da equação $w = z^{-1}$ é

(A) um segmento de reta.
(B) uma reta.
(C) um arco de círculo.
(D) um círculo.
(E) uma parábola.

27. (UFSM) Dado z = x + yi um número complexo, as soluções da equação $|z - 2i| = 5$ são representadas graficamente por

(A) uma reta que passa pela origem.
(B) uma circunferência com centro (0, 2) e raio 5.
(C) uma reta que passa por (0, 2).
(D) uma circunferência com centro (2, 0) e raio 5.
(E) uma reta que passa por (2, 0).

---

28. (PUCPR) Seja n ∈ { 1, 2, 3, 4, 5, ...}. O valor de i^{12n+3}, sendo $i = \sqrt{-1}$, será igual a

(A) 1
(B) -1
(C) i
(D) - i
(E) depende do valor de n

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Ao chegar a uma das livrarias do "shopping", um professor selecionou alguns livros de Matemática para o Ensino Médio, cujo conteúdo permitiu que ele elaborasse as três questões a seguir.
Resolva essas questões, assinalando a resposta correta.

29. (UFSM) Sabendo que x é um número real e que a parte imaginária do número complexo (2 + i) / (x + 2i) é zero, então x é

(A) - 1
(B) 1
(C) 2
(D) - 2
(E) 4

---

30. (PUCRS) Dados os números complexos z = a + bi e seu conjugado Z, é correto afirmar que z + Z é um número

(A) natural.
(B) inteiro.
(C) racional.
(D) real.
(E) imaginário puro.

31. (UFSC) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01) O valor numérico do polinômio $p(x) = x^2 - 4x + 5$ para $x = i$ é $p(i) = 4 - 4i$.

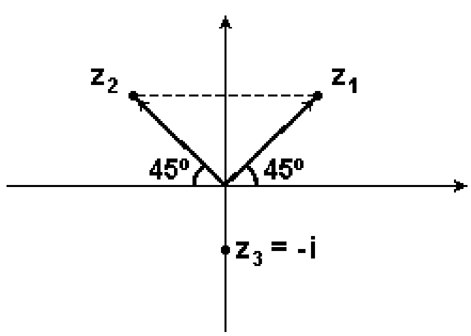
02) O conjugado do número complexo $z = \dfrac{(2+i)}{i}$ é $1 + 2i$.

04) A forma trigonométrica do número complexo $z = 1 - i\sqrt{3}$ é $z = 2\left[\cos\left(\dfrac{5\pi}{3}\right) + i\operatorname{sen}\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)\right]$.

08) O determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1+i & 1-i & 0 \end{vmatrix}$ define um número complexo. O módulo desse número complexo é 1 (um).

16) Dadas as funções $f(x) = x^2 - 2x + 1$ e $g(x) = x^2 + x$, o valor do quociente $\left[\dfrac{f(2+i)}{g(1-i)}\right]$ é $\left(-\dfrac{3}{5}\right) + \left(\dfrac{i}{5}\right)$.

32. (UFSM)



O gráfico mostra a representação geométrica dos números complexos z_1, z_2 e z_3. Sabendo que $|z_1| = |z_2|$, , afirma-se o seguinte:

I - z_2 é o complexo conjugado de z_1.
II - Se $|z_1| = \sqrt{2}$, então a área do triângulo cujos vértices são os pontos z_1, z_2 e z_3 é igual a 4.
III - O número z_3/z_1 está localizado no 3º. quadrante.

Está(ão) correta(s)

(A) apenas II.
(B) apenas III.
(C) apenas I e II.
(D) apenas I e III.
(E) apenas II e III.

33. (PUCRS) Se n é um número natural par e $i = \sqrt{-1}$, então i^{6n} vale

(A) i
(B) - 1
(C) - i
(D) 1
(E) 0

34. (UFSC) Marque a(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S), em relação aos conjuntos numéricos N, *Z*, *Q*, *R* e *C*.

01) A soma de três números ímpares consecutivos é 159. O maior dos três é 55.

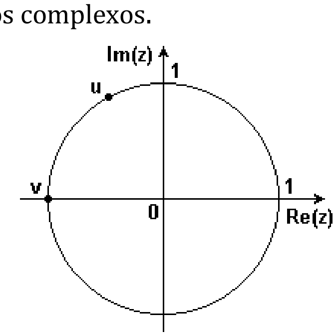
02) Se x e y são números racionais, então x+y e x.y também são racionais.

04) Dado um número complexo qualquer $x = a + bi$, existe sempre um número complexo y tal que x.y é real.

08) Se x é um número negativo, então $\sqrt{x}$ não existe.

16) A forma trigonométrica do número complexo $3\sqrt{3} + 3i$ é $6(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{6})$.

35. (UFRGS) Considere a figura, onde u e v são números complexos.



Se $v = u + \dfrac{1}{u}$, então u vale

(A) $-1 + i$

(B) $-\frac{1}{2} + i\,\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$

(E) $-\frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

36. (UFSM) Se $(1 + ai)(b - i) = 5 + 5i$, com a e b $\in$ IR, então a e b são raízes da equação

(A) $x^2 - x - 6 = 0$
(B) $x^2 - 5x - 6 = 0$
(C) $x^2 + x - 6 = 0$
(D) $x^2 + 5x + 6 = 0$
(E) $x^2 - 5x + 6 = 0$

---

37. (UEPG) Sobre o complexo $z = (1 - i) / i^{54}$, assinale o que for correto.

01) $z^2 = -2i$
02) z é uma das raízes da equação $x^2 + 2x - 2 = 0$
04) $|z| = \sqrt{2}$
08) Seu conjugado é $-1 + i$
16) $\frac{1}{z} = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{i}{2}\right)$

---

38. (UEL) A potência $(\cos 60° + i \operatorname{sen} 60°)^{601}$ é igual a

(A) $\left(\frac{1}{2}\right)\left(1 - i\sqrt{3}\right)$

(B) $\left(\frac{1}{2}\right)\left(-1 + i\sqrt{3}\right)$

(C) $\left(\frac{1}{2}\right)\left(1 + i\sqrt{3}\right)$

(D) $\left(\frac{1}{2}\right)(\sqrt{3} + i)$

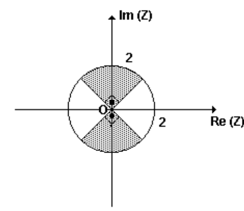
(E) $\left(\frac{1}{2}\right)(\sqrt{3} - i)$

39. (UEL) O número real positivo k que torna o módulo do número complexo $z = (k - i)/(3 + i)$ igual a $\frac{\sqrt{5}}{5}$ é

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

---

40. (UFRGS) A região hachurada da figura é parte do plano complexo e simétrica em relação à origem O. Se o número complexo z, de argumento è, está na região, então



(A) $|z| \leq 2$ e $\left(\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}\right.$ ou $\left.\frac{5\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{4}\right)$

(B) $|z| = 2$ e $\left(\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}\right.$ ou $\left.\frac{5\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{4}\right)$

(C) $|z| \leq 2$ e è $= \frac{\pi}{2}$

(D) $|z| = 2$ e $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

(E) $|z| \leq 2$ e $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

---

41. (UEL) O argumento principal do número complexo $z = -1 + i\sqrt{3}$ é

(A) $\frac{11\pi}{6}$

(B) $\frac{5\pi}{3}$

(C) $\frac{7\pi}{6}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

(E) $\frac{2\pi}{6}$

42. (UFRGS) Considere z_1 = -3 + 2i e z_2 = 4 + i. A representação trigonométrica de z_1 somada ao conjugado de z_2 é

(A) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)$
(B) $(\sqrt{2})\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$
(C) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
(D) $(\sqrt{2})\left[\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right]$
(E) $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

---

43. (UFRGS) O número Z = $(m - 3) + (m^2 - 9)i$ será um número real não nulo para

(A) m = -3
(B) m < -3 ou m > 3
(C) -3 < m < 3
(D) m = 3
(E) m > 0

---

44. (UFRGS) A forma a + bi de z = (1 + 2i)/(1 - i) é

(A) 1/2 + (3/2)i
(B) -1/2 + (3/2)i
(C) -1/2 + (2/3)i
(D) -1/2 – (2/3)i
(E) 1/2 – (3/2)i

---

45. (UEL) Seja o número complexo z = x + yi, no qual x, y ∈ IR. Se z . (1 - i) = $(1 + i)^2$, então

(A) x = y
(B) x - y = 2
(C) x . y = 1
(D) x + y = 0
(E) y = 2x

46. (UFRGS) Se z = $\sqrt{3}$ + i e z' = 3 + $\sqrt{3}$ i, então z.z' tem módulo e argumento, respectivamente, iguais a

(A) $2\sqrt{3}$ e 30°
(B) $3\sqrt{2}$ e 30°
(C) $3\sqrt{2}$ e 60°
(D) $4\sqrt{3}$ e 30°
(E) $4\sqrt{3}$ e 60°

---

47. (UEL) Se z ={ 2 [cos($\pi/4$) + i sen($\pi/4$)] }, então o conjugado de z^2 é igual a

(A) 2
(B) 4i
(C) 3
(D) 4
(E) - 4i

---

48. (UEL) Seja o número complexo z = 2 . $i^{342}/(1 - i)^2$. A imagem de z no plano complexo é um ponto do plano que pertence ao

(A) eixo imaginário.
(B) eixo real.
(C) 2^0. quadrante.
(D) 3^0. quadrante.
(E) 4^0. quadrante.

---

49. (UEL) Seja z um número complexo de módulo 2 e argumento principal 120°. O conjugado de z é

a) 2 - 2i$\sqrt{3}$
b) 2 + 2i$\sqrt{3}$
c) -1 - i$\sqrt{3}$
d) -1 + i$\sqrt{3}$
e) 1 + i$\sqrt{3}$

---

50. (UEL) A forma algébrica do número complexo z = (1 + 3i)/(2 - i) é

(A) 1/2 - 3i
(B) 5/3 + (7i/3)
(C) -1/5 + (7i/5)
(D) -1/5 + 7i
(E) 3/5 + (4i/5)

POLINÔMIOS

POLINÔMIOS

Grau, Coeficientes e Classificação

$$P(x) \ = a.x^{n} + b.x^{n\text{-}1} + c.x^{n\text{-}2} + \ \ldots \ + ti$$

Grau: O grau de um polinômio é determinado pelo maior expoente de *x*.
Coeficientes: a, b, c, ... , ti (termo independente) são chamados coeficientes

Classificação: Um polinômio de grau n é classificado como COMPLETO quando há n + 1 termos não nulos ou INCOMPLETO quando há menos de n + 1 termos não nulos.

Exemplos:

M(x) = $3x^2 + 5$ é incompleto
N(x) = $8x^3 - x^2 + 7x + 12$ é completo
P(x) = $4x^5 - 10x^3 + x^2 - x + 7$ é incompleto

Exercícios de Classe

Para as questões de I à III utilize os polinômios abaixo.

M(x) = $2x^3 - 5x^2 + 4$
N(x) = $x^2 + 8x - 3$
P(x) = $x^3 - 7x$.

I. Quais desses polinômios estão na forma completa e quais estão na forma incompleta? Complete quando nescessário.

II. Qual o grau do polinômio resultante das operações:

a) M + N
b) M – 2P
c) M . P
d) P^2

III. Calcule M(-2).

Identidade (igualdade) Polinomial

Dois ou mais polinômios são idênticos se possuem os mesmos coeficientes dos termos correspondentes de mesmo grau.

Exemplo:

IV) Se P(x) = $ax^3 + bx^2 + cx + d$ é idêntico a F(x) = $-x^2 + 4x + 10$, então:

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

Divisão Polinomial

$$\begin{array}{c|l} P(x) & D(x) \\ \cline{2-2} \overline{R(x)} & Q(x) \end{array}$$

Onde:

P(x) é chamado DIVIDENDO
D(x) é chamado DIVISOR
Q(x) é chamado QUOCIENTE
R(x) é chamado RESTO

Exercícios de Classe

V) Dados os polinômios A(x) = $2x^4 + 5x^3 - 2x + 7$, B(x) = $x - 2$ e C(x) = $x^2 - x + 4$, determine:

a) $C \div B$

b) $A \div B$

Teorema do Resto

Ao dividir um polinômio P(x) por um polinômio do primeiro grau D(x) obtém-se um resto R(x). Encontramos o resto dessa divisão colocando a raiz de D(x) no lugar do x de P(x).

$$\begin{array}{l|l} P(x) & ax + b \\ \cline{2-2} \\ \hline R(x) & \end{array} \qquad \text{Resto} = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

OBSERVAÇÃO: Somente para divisor do 1º grau!

Exercícios de Classe

VI) Determine o resto da divisão de P(x) = $2x^3 + 5x - 4$ por $2x + 6$.

VII) O polinômio P(x) = $3x^2 + Kx - 4$ deixa resto -3 na divisão por x + 2. Calcule K.

Método de Descartes

$$\begin{array}{l|l} P(x) & D(x) \\ \cline{2-2} & Q(x) \\ \hline R(x) & \end{array} \qquad P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

VIII) Determine qual é o polinômio que quando dividido por $x^2 - 3x + 5$ tem como quociente $2x^2 + 4$ e resto $3x - 1$.

Raízes de um Polinômio

Raiz é o valor de x que anula o polinômio.

$$\boxed{P(x) = 0}$$

Exemplo:

Escreva ao lado as raízes dos respectivos polinômios:

a) $P(x) = 2x - 8$

b) $Q(x) = x^2 - 4$

Briott - Ruffini

Esse algoritmo é utilizado para dividirmos polinômios por um binômio do tipo (x - a).
Esse dispositivo usará TODOS os coeficientes do polinômio.

	Coeficientes de P(x)	T.I.
Possível raiz		
	Coeficientes de Q(x)	**R(X)**

Para efetuar o dispositivo de Briott-Ruffini, deve-se:

- Somar os valores das colunas
- Multiplicar o resultado pela possível raiz

Exemplo:

IX) Sabendo que o polinômio $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ é divisível por x – 1, determine suas raízes.

Possíveis Raízes

As possíveis raízes racionais de um polinômio são dadas pela razão entre os divisores do termo independente e os divisores do coeficiente do primeiro termo (a).

$$\text{Possíveis Raízes}(\mathbb{Q}) = \frac{\text{divisores}(\text{ti})}{\text{divisores}(a)}$$

Exemplo:

Sendo **k** um número inteiro, qual valor pode ser raiz de $P(x) = 3x^5 + 6x^3 - 10x^2 + kx - 10$.

(A) 3
(B) -3
(C) 1/2
(D) 5
(E) 20

Relações de Girard

$$P(x) = a.x^n + b.x^{n-1} + c.x^{n-2} + \ \dots \ + ti$$

Soma das Raízes

$$x_1 + x_2 + \dots = -\frac{b}{a}$$

Produto da Raízes:

Grau par:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots = \frac{ti}{a}$$

Grau ímpar:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots = -\frac{ti}{a}$$

OBSERVAÇÃO

Polinômio de 3º grau:

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

Exemplos:

Calcule a soma e o produto das raízes dos polinômios abaixo.

a) $P(x) = x^2 - 2x - 15$

b) $M(x) = 3x^5 - 5x^2 + 4x - 10$

Forma Fatorada

Todo polinômio

$$P(x) = a.x^n + b.x^{n-1} + c.x^{n-2} + \ \dots \ + ti$$

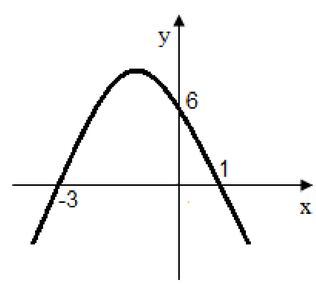
pode ser escrito em forma de fatores. Sendo um polinômio P(x) com raízes $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, temos:

$$P(x) = a.(x - x_1).(x - x_2).(x - x_3). \ \dots \ .(x - x_n)$$

Exemplos:

X) Simplifique a expressão, $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$.

XI) Qual o polinômio representado no gráfico abaixo?



Informações sobre Raízes

- Se P(a) = 0, então *a* é raiz desse polinômio.
- Se P(x) é divisível por (x - a), então *a* é raiz de P(x).
- Se P(x) é múltiplo de $\left(x^2 - a\right)$, então $\sqrt{a}$ e $-\sqrt{a}$ são raízes desse polinômio.
- Se (x - a) é fator de P(x), então *a* é raiz de P(x).
- Se o termo independente é nulo, então zero é raiz.
- Se o grau de P(x) é *n* então há *n* raízes.
- Se *a* é raiz dupla, então *a* e *a* são raízes.
- Se (a + bi) é raiz imaginária de P(x), então (a - bi) é raiz também.

Exemplo:

Qual é o menor grau do polinômio que possui termo independente nulo, é divisível por x^2 - 9, tem fator (x – 4), tem 7 como raiz de multiplicidade 3 e P(3 + 4i) = 0?

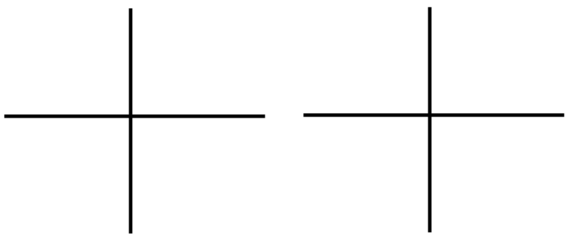
Gráficos

Seja um polinômio

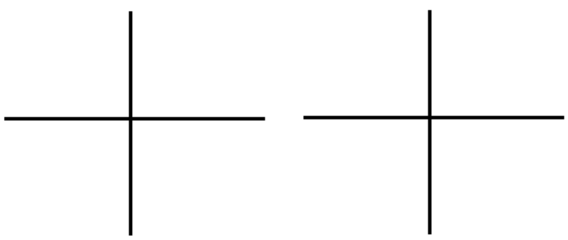
$$P(x) = a.x^{n} + b.x^{n-1} + c.x^{n-2} + \ \ldots \ + ti$$

- **Coeficiente *a***

Quando **a > 0** o polinômio "termina para cima"

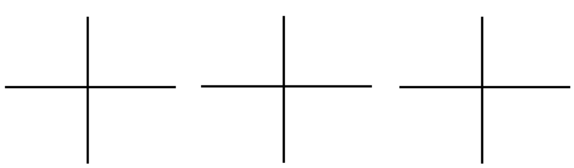


Quando **a < 0** o polinômio "termina para baixo"



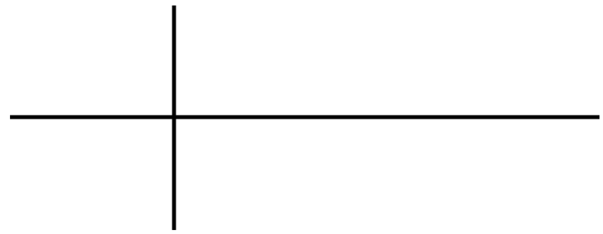
- **Termo Independente (ti)**

O termo independente é onde o gráfico intercepta o eixo y

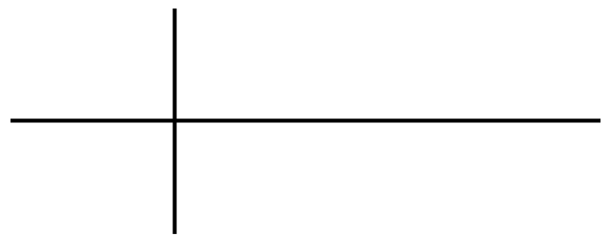


- **Raízes simples, múltiplas e imaginárias**

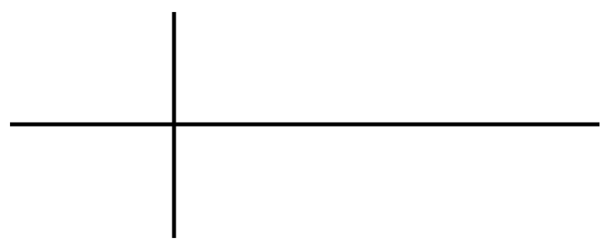
Raiz Simples (1 raiz)



Raiz de multiplicidade **par** (2, 4, 6, 8, ... raízes)

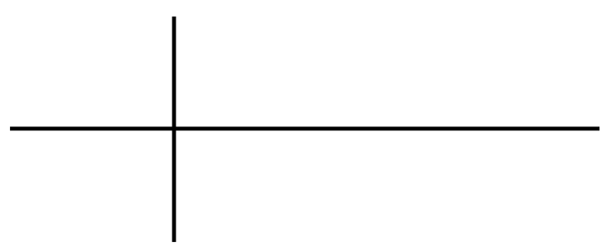


Raiz de multiplicidade **ímpar** (3, 5, 7, 9, ... raízes)



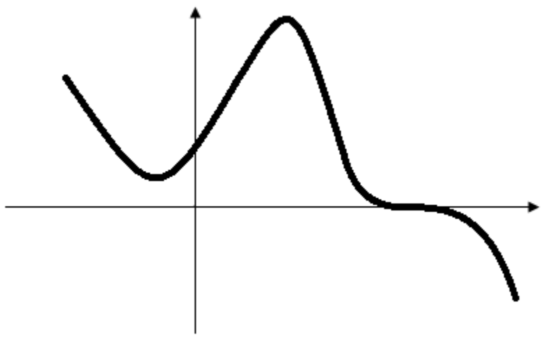
- **Raízes Imaginárias**

- no mínimo duas
- sempre aos pares. (a + bi e a – bi)



Exercícios de Classe

XI) Observe o gráfico e responda o que se pede.



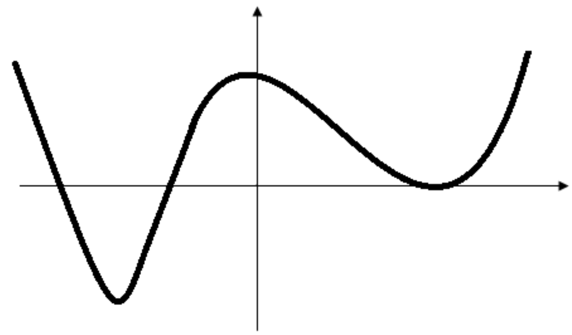
a) O que é possível dizer sobre o coeficiente "a"?

b) O que é possível dizer sobre o termo independente?

c) Qual é o grau mínimo desse polinômio? Esse grau é PAR ou ÍMPAR?

d) Esse polinômio possui raízes simples, de multiplicidade ou imaginárias?

XII) Observe o gráfico e responda o que se pede.



a) O que é possível dizer sobre o coeficiente "a"?

b) O que é possível dizer sobre o termo independente?

c) Qual é o grau mínimo desse polinômio? Esse grau é PAR ou ÍMPAR?

d) Esse polinômio possui raízes simples, de multiplicidade ou imaginárias?

Exercícios de Casa

51. (UEL-PR) Sendo f, g e h polinômios de grau 4, 6 e 3, respectivamente, o grau de (f + g) . h será:

(A) 9
(B) 10
(C) 12
(D) 18
(E) 30

---

52. (UFRGS) O polinômio $(m^2 - 4)x^3 + (m - 2)x^2 - (m + 3)$ é de grau 2 se, e somente se,

(A) m = -2
(B) m = 2
(C) m = ±2
(D) m ≠ 2
(E) m ≠ -2

---

53. (PUCMG) Se $P(x) = (2x + 1).(x - 3)$ e $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ são polinômios idênticos então

(A) a = 2, b = -5 e c = -3.
(B) a = 2, b = 0 e c = -3.
(C) a = 0, b = 2.
(D) a = 0, b = -5.
(E) a = 0, b = -3.

---

54. (UFMT) Os polinômios de cada lado da igualdade constituem uma identidade. O valor de **M** é $\dfrac{-4x+9}{x^2-3x+2} = \dfrac{M}{x-1} + \dfrac{P}{x-2}$

(A) -5.
(B) 5.
(C) 1.
(D) -1.
(E) 0.

---

55. (UFRGS) Sabendo-se que o polinômio $x^4 + 4x^3 + px^2 + qx + r$ é divisível por $x^3 + 3x^2 + 9x + 3$, então **p** é igual a
(A) 3.
(B) 6.
(C) 9.
(D) 12.
(E) 15.

56. (PUCRS) Para que o polinômio $x^3 + ax + b$ seja divisível por $x^2 + x + 1$, **a** e **b** são, respectivamente, iguais a

(A) 1 e -1.
(B) -1 e -1.
(C) -1 e 0.
(D) 0 e 0.
(E) 0 e -1.

---

57. (Mackenzie) Dividindo-se $P(x) = x^2 + bx + c$ por x - 1 e por x + 2, obtém-se o mesmo resto 3. Então, a soma das raízes de P(x) é:

(A) -3.
(B) -2.
(C) -1.
(D) 1.
(E) 3.

---

58. (U.Potiguar-RN) O polinômio $P(x) = x^3 + 3x^2 - kx - 8$, onde $k \in \Re$, é divisível pelo polinômio x - 2. Logo, o valor de k^2 é:

(A) 36
(B) 1
(C) 100
(D) 49
(E) 53

---

59. (UNESP) O resto da divisão de $P(x) = x^4 + kx^2 + kx - 7$ por (x - 2) é 21. O valor de k é:

(A) -1
(B) 2
(C) 4
(D) 6
(E) 7

---

60. (UFSE) Dividindo-se o polinômio $A(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ pelo polinômio B(x) obtêm-se o quociente Q(x) = x - 3 e o resto R(x) = 3x - 1. É verdade que:

(A) B(2) = 2
(B) B(1) = 0
(C) B(0) = 2
(D) B(-1) = 1
(E) B(-2) = 1

61. (UFSCar-SP) Sabendo-se que a soma de duas das raízes da equação $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ é igual a 5, pode-se afirmar a respeito das raízes que:

(A) são todas iguais e não nulas.
(B) somente uma raiz é nula.
(C) as raízes constituem uma progressão geométrica.
(D) as raízes constituem uma progressão aritmética.
(E) nenhuma raiz é real.

---

62. (PUCRS) O polinômio $x^3 - 4x^2 - 9x + 36$ é divisível por $x - 4$. Os zeros desse polinômio são

(A) -6, -4, 1.
(B) -3, 3, 4.
(C) -4, -1, 6.
(D) -1, 3, -3.
(E) 3, 4, 6.

---

63. (PUCRJ) Sobre as raízes da equação: $x^3 - x^2 + 3x - 3 = 0$ podemos afirmar:

(A) Nenhuma raiz é real.
(B) Há uma raiz real e duas imaginárias conjugadas.
(C) Há três raízes reais cuja soma é 3.
(D) Há três raízes reais cuja soma é 1.
(E) Há três raízes reais cuja soma é -3.

---

64. (FURG) Se $x = -2$ é uma raiz da equação $x^3 + 4x^2 - 11x - 30 = 0$, então a soma das outras raízes é

(A) 5.
(B) 3.
(C) -2.
(D) -1.
(E) 4.

---

65. (UFRGS) A equação $x^3 + 5x^2 - 2 = 0$ possui

(A) somente uma raiz positiva.
(B) exatamente duas raízes positivas.
(C) três raízes positivas.
(D) nenhuma raiz positiva.
(E) nenhuma raiz real.

66. (STA. CASA-SP) A soma dos inversos das raízes da equação $2x^3 - 5x^2 + 4x + 6 = 0$ é

(A) $\frac{3}{2}$.
(B) $\frac{2}{3}$.
(C) $\frac{1}{3}$.
(D) $-\frac{2}{3}$.
(E) $-\frac{3}{2}$.

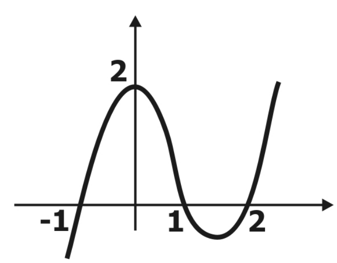
---

67. (FUVEST) Sabe-se que o produto de duas raízes da equação algébrica $2x^3 - x^2 + kx + 4 = 0$ é igual a 1. O valor de **k** é

(A) -8.
(B) -4.
(C) 0.
(D) 4.
(E) 8.

---

68. (UFRGS) O polinômio representado no gráfico abaixo é



(A) $x^3 - 2x^2 - x + 2$
(B) $x^3 - 5x^2 + x + 2$
(C) $x^3 + x^2 + x + 2$
(D) $x^3 + x^2 + x$
(E) $x^3 - 3x^2 + 2$

---

69. (PUCRS) Se -3, 1 e 2 são raízes do polinômio $F(x) = x^3 + px^2 + qx + t$, então o quociente de $F(x)$ por $(x - 1)$ é

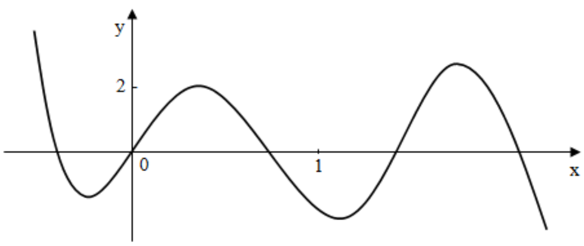
(A) $x^2 + x + 6$.
(B) $x^2 + x - 6$.
(C) $x^2 - x - 6$.
(D) $x^2 + 5x - 6$.
(E) $x^2 + 5x + 6$.

70. (UFRGS) Um polinômio de coeficientes reais tem termo independente nulo, é divisível por $x^2 - 1$ e tem $2 - i$ como raiz de multiplicidade 3. O conjunto de valores que o seu grau **n** pode assumir é

(A) $\{n \in IN \mid n \geq 2\}$
(B) $\{n \in IN \mid n \geq 5\}$
(C) $\{n \in IN \mid n \geq 6\}$
(D) $\{n \in IN \mid n \geq 8\}$
(E) $\{n \in IN \mid n \geq 9\}$

---

71. (FURG) Observe a figura e marque a alternativa que responde à questão proposta.



Sabendo que a figura representa o gráfico do polinômio p(x), então

(A) $p(x) = x^5 + 4x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x + 1$.
(B) $p(x) = 12x^5 - 44x^4 + 39x^3 + 8x^2 - 12x$.
(C) $p(x) = -12x^5 + 44x^4 - 39x^3 - 8x^2 + 12x$.
(D) $p(x) = 6x^4 + 3x^3 + x^2 - 2x$.
(E) $p(x) = -6x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x$.

---

72. (UFSM) Para embalar pastéis folheados, são utilizadas folhas retangulares de papel celofane cujas dimensões são as raízes reais positivas do polinômio $P(x) = x^3 - 12x^2 + 20x + 96$. Sabendo que uma das raízes é -2, o produto de duas raízes poderá ser

(A) 12
(B) 16
(C) 96
(D) -48
(E) -16

73. (UFSM) Considere as expressões $\frac{m}{x^2 - 4} + \frac{kx + \ell}{x + 2}$ e $\frac{5}{x - 2}$ onde $x \neq 2$ e $x \neq -2$. Para que a 1ª e a 2ª expressões sejam iguais, os valores de m, k, ℓ têm, como soma,

(A) -5
(B) 8
(C) 18
(D) 22
(E) 25

---

74. (UFSM) Sejam p(x) e g(x) dois polinômios com coeficientes reais e com grau p(x) > grau g(x). Ao dividir-se p(x) por g(x), obteve-se resto $r(x) = 2x - 1$. Sabendo que 3 é raiz de g(x), pode-se afirmar que

I. $3 \leq$ grau $g(x) < 5$
II. grau $g(x) > 1$
III. $p(3) = 5$
IV. p(x) não tem raízes inteiras

Está(ão) correta(s)

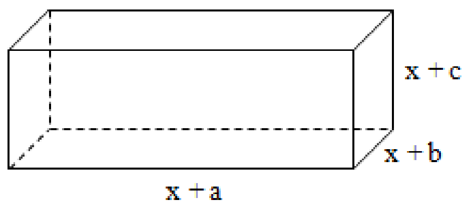
(A) apenas I.
(B) apenas I e II.
(C) apenas I e III.
(D) apenas II e III.
(E) apenas IV.

---

75. (UFSM) Motoristas de uma determinada cidade que, durante 5 anos, não cometeram infração de trânsito serão agraciados com um "mimo" que deverá ser embalado numa caixa, sem tampa, na forma de um paralelepípedo regular, construída a partir de uma folha retangular de cartolina de 30 cm de largura e 50 cm de comprimento. Para isso, será removido dos cantos da folha um quadrado de lado x cm, e a folha será dobrada. O volume, em cm^3, dessa caixa é dado pela função polinomial V(x) = ______________, cuja soma S das raízes é ________________
Complete com a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

(A) $4(x^3 - 40x^2 + 375x)$; 40
(B) $4(x^3 + 40x^2 - 375x)$; 80
(C) $4(x^3 - 80x^2 + 375x)$; 40
(D) $4(x^3 + 80x^2 - 375x)$; 60
(E) $4(x^3 + 80x^2 + 375x)$; 60

76. (UFSM) Uma loja de produtos de beleza construiu sua vitrine em acrílico, com as dimensões representadas na figura. A equação matemática do volume desse paralelepípedo, definido quando $x > 4$, sendo conhecidas a, b e c, é dada pelo polinômio $P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$. Sabendo que a soma de duas das raízes do polinômio é igual a 5, pode-se afirmar, a respeito das raízes, que



(A) nenhuma é real.
(B) são todas iguais e não-nulas.
(C) somente uma delas é nula.
(D) constituem uma progressão aritmética.
(E) constituem uma progressão geométrica.

---

77. (PUCRS) O número de raízes reais distintas da equação $x^3(x+3)(x-3)\frac{x}{3}3x = 0$ é

(A) 0
(B) 1
(C) 3
(D) 5
(E) 7

---

78. (PUCRS) Na implementação de um sintetizador em software, relacionam-se os coeficientes de um polinômio com os controles deslizantes numa interface gráfica. Portanto, polinômios estão ligados à geração de notas musicais.

A soma das raízes da equação polinomial $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ é

(A) -6
(B) 0
(C) 3
(D) 6
(E) 11

79. (FURG) Se $x = -2$ é uma raiz da equação $x^3 + 4x^2 - 11x - 30 = 0$, então a soma das outras raízes é

(A) 5
(B) 3
(C) -2
(D) -1
(E) 4

---

80. (IPA) O resto da divisão do polinômio $p(x) = 5x^4 - 5x^3 - 12x^2 + 14x - 20$ por $(x - 2)$ é igual a:

(A) 1
(B) -1
(C) 2
(D) 0
(E) -2

---

81. (IPA) O polinômio $P(x) = 3x^4 - 2x^3 - x^2 + 4x + n$ é divisível por $x - 1$. O valor de **n** é:

(A) 1
(B) -1
(C) 3
(D) 4
(E) -4

---

82. (UFSM) Se -1 e 5 são duas raízes da equação $x^3 + ax^2 + 3x + b = 0$, então a e b valem, respectivamente, ____ e ____, e a outra raiz da equação é ____.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas.

(A) -6 ; -10 ; 2
(B) -6 ; -10; -2
(C) 6 ; -10; -2
(D) 6 ; 10 ; -2
(E) -6; 10 ; 2

---

83. (PUCRS) Em relação aos polinômios $p(x) = ax^2 + bx + c$ e $q(x) = dx^2 + ex + f$, considerando que $p(1) = q(1)$, $p(0) = q(0) = 0$, concluímos que $(a + b) - (d + e)$ vale

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) a + b
(E) d + e

---

84. (UFSCAR) Considere a equação $x^2 + kx + 36 = 0$, onde x' e x" representam suas raízes. Para que exista a relação $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{5}{12}$, o valor de **k** na equação deverá ser

(A) -15
(B) -10
(C) 12
(D) 15
(E) 36

---

85. (FURG) Se o polinômio $p(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + c$ é divisível por $q(x) = x^2 - x - 2$, então a + b vale

(A) –11
(B) –1
(C) 0
(D) 1
(E) 11

---

86. (UFRGS) Se p(x) é um polinômio de grau 5, então o grau de $[p(x)]^3 + [p(x)]^2 + 2p(x)$ é

(A) 3
(B) 8
(C) 15
(D) 20
(E) 30

87. (UFRGS) O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^a - 5x - 2$ por $x - 2$ é 4. O grau do polinômio P(x) é

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

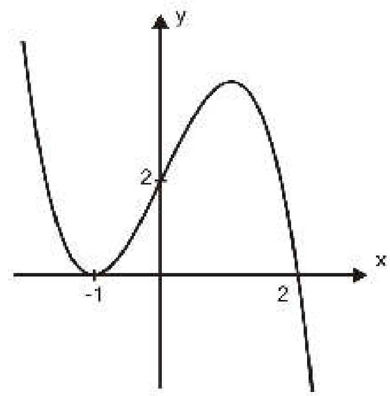
---

88. (UFRGS) Os polinômios $p(x) = x^4 - 5x^3$ e $q(x) = x^4 - 5$

(A) têm exatamente as mesmas raízes.
(B) têm três raízes em comum.
(C) têm duas raízes em comum.
(D) têm uma raiz em comum.
(E) não têm exatamente as mesmas raízes.

---

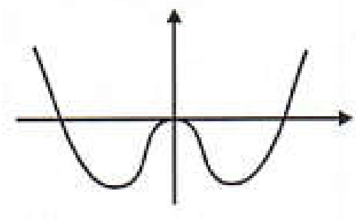
89. (UFRGS) A figura abaixo apresenta o gráfico de um polinômio P(x) de grau 3.



Então, P(-2) é

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

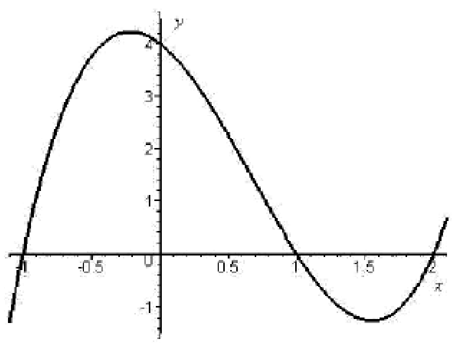
90. O polinômio representado no gráfico abaixo apresenta



(A) só raízes duplas.
(B) termo independente irracional.
(C) grau par.
(D) grau ímpar.
(E) raízes imaginárias.

---

91. (FURG) O polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ é de grau 3, tem como raízes x = -1, x = 1 e x = 2, e seu gráfico está indicado na figura abaixo. Assinale a alternativa que apresenta os coeficientes desse polinômio.



(A) a = 2, b = 4, c = –2, d = –4
(B) a = –2, b = –4, c = 2, d = 4
(C) a = 1, b = –2, c = –1, d = 2
(D) a = 2, b = –4, c = –2, d = 4
(E) a = 1, b = –2, c = 1, d = 2

---

92. (FUVEST) Dividindo-se o polinômio p(x) por $2x^2 - 3x + 1$, obtém-se o quociente $3x + 1$ e resto $-x + 2$. Nessas condições, o resto da divisão de p(x) por $x - 1$ é:

(A) 2
(B) 1
(C) 0
(D) –1
(E) –2

93. (UNIFOR) Sabe-se que uma das raízes da equação $2x^4 - x^3 - mx^2 + 10x - 4 = 0$ é $\frac{1}{2}$. A partir dessa informação conclui-se que m é um número:

(A) primo.
(B) quadrado perfeito.
(C) múltiplo de 3.
(D) cubo perfeito.
(E) divisor de 18.

---

94. (UFRGS) O polinômio $p(x) = ax^4 + 3x^3 - 4x^2 + dx - 2$, com $a \neq 0$, admite 1 e -1 como raízes. Então:

(A) a = 6 e d = -3
(B) a = 3 e d = -3
(C) a = -3 e d = 3
(D) a = 9 e d = -3
(E) a = -3 e d = 6

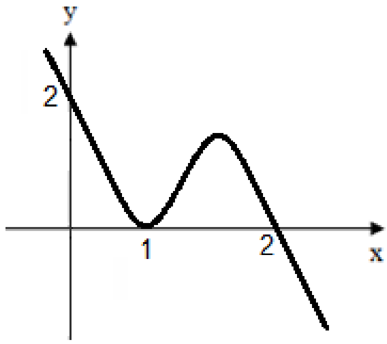
---

95. (ENEM) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t, em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes dos reservatórios são dados pelas funções $V_1 = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V_2 = 150t^3 + 69t + 3000$.

Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao outro no instante
t = 0 e, também, no tempo *t* igual a

(A) 1,3 h.
(B) 1,69 h.
(C) 10,0 h.
(D) 13,0 h.
(E) 16,9 h.

96. (UFRGS) A função polinomial que melhor se identifica com a figura é definida por:



(A) $p(x) = x^2 - 3x + 2$
(B) $p(x) = -x^2 + 3x - 2$
(C) $p(x) = 2.(x - 1).(x - 2)$
(D) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 2$
(E) $p(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 2$

---

97. (FUVEST) Dividindo-se o polinômio P(x) por $(2x^2 - 3x + 1)$, obtém-se quociente $(3x^2 + 1)$ e resto $(-x + 2)$. Nestas condições, calcule o resto da divisão de P(x) por $(x - 1)$.

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

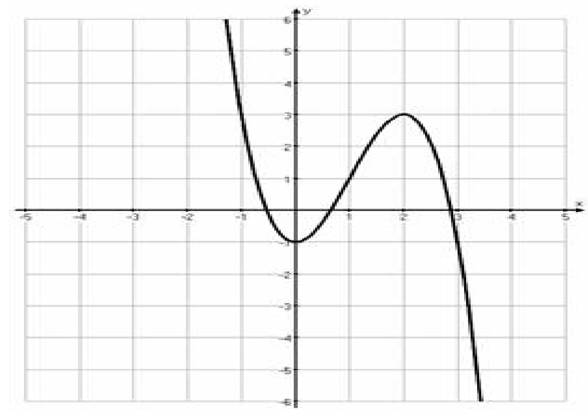
---

98. (UNIUBE-MG) Qual o grau de $q(x) = (x - 1).(x - 2)^2.(x - 3)^3....(x - 100)^{100}$?

(A) 5000
(B) 5050
(C) 5100
(D) 5150
(E) 5200

---

99. (UFRGS) Considere o gráfico abaixo, que representa uma função polinomial f, de terceiro grau e domínio R.

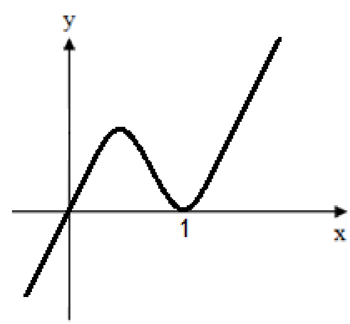


Sendo $g(x) = f(x) - 5$, o número de raízes da equação $g(x) = 0$ é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

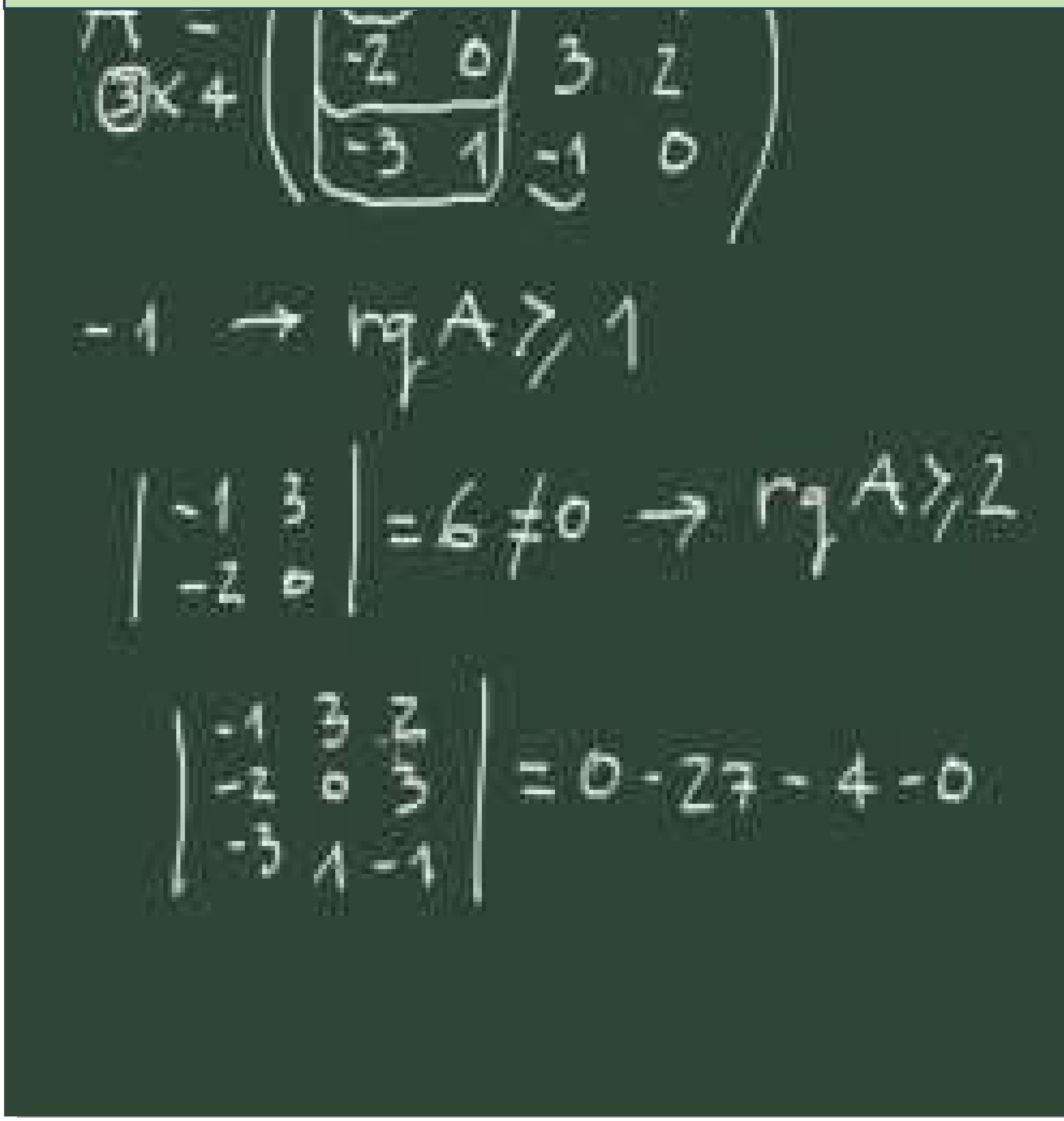
---

100. (UFRGS) O conjunto $\{ (x, y) \in \Re \mid y = p(x) \}$ está representado pela curva da figura. A expressão que pode representar o polinômio p(x) é



(A) $x.(x - 1)^4$
(B) $x.(x - 1)^3$
(C) $x.(x - 1)$
(D) $x^2.(x - 1)$
(E) $x^3.(x - 1)$

MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES



MATRIZES

Definição

Uma matriz do tipo m x n (lê-se: m por n), m, n   1, é uma disposição tabular formada por m.n elementos dispostos em m linhas e n colunas.
As matrizes são representadas através de parênteses (   ), colchetes [ ], ou através de barras duplas || ||.

Classificação

Seja a matriz A = (aij) mxn, lembrando que m e n são respectivamente a quantidade de linhas e colunas da matriz A, temos:

- **Matriz Linha (m = 1)**

Exemplo:

- **Matriz Coluna (n = 1)**

Exemplo:

- **Matriz Quadrada (m = n)**

Exemplo:

Definição: Diz-se que uma matriz é quadrada se a quantidade de linhas for igual a quantidade de colunas. Pode-se dizer então que ela é n x n ou simplesmente de ordem n.

Possui duas diagonais:

- Principal (quando i = j para todo aij)
- Secundária

- **Matriz Transposta**

$$A_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 9 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^t_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

OBSERVAÇÃO:

Seja uma matriz A de ordem n. Se $A = A^t$, então A é dita SIMÉTRICA.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Tipologia

- **Mariz Identidade**

Uma matriz A de ordem n é dita identidade ou unidade se os elementos da diagonal principal forem iguais a 1 e os demais elementos iguais a zero.

Exemplo:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- **Matriz Nula**

Uma matriz é dita nula quando todos seus elementos forem iguais a zero.

Igualdade entre Matrizes

Duas matrizes A mxn e B mxn são iguais se os elementos correspondentes (elementos de mesmo índice) forem iguais.

Adição e Subtração de Matrizes

É efetuada somando ou subtraindo os elementos correspondentes das matrizes. (válido para matrizes de mesma ordem).

Produto de um Escalar por Matriz

Dado um número real k e uma matriz A m x n, denomina-se produto de k por A e se indica por k.A, a matriz que se obtém multiplicando-se todo elemento de A por k.

Multiplicação de Matrizes

No produto matricial temos:

$$\boxed{A_{m\times n}\cdot B_{n\times p}=C_{m\times p}}$$

MÉTODO LICO.

Exemplo

$$\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-2 & 3 & 1\\ -1 & 5 & 6\end{bmatrix}=$$

OBSERVAÇÃO:

Na multiplicação de matrizes geralmente $A\cdot B\neq B\cdot A$, ou seja, não vale a propriedade comutativa.

Lei de Formação

Exemplo:

Construa a matriz $A_{2\times 3}$, em que $a_{ij}=i+j$.

$$A=\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \qquad A=\begin{bmatrix} \quad & \quad \end{bmatrix}$$

Matriz Inversa

$$\boxed{A\cdot A^{-1}=I}$$

Regra prática:

- Calcular o det da Matriz;
- Trocar de posição os elementos da diagonal principal;
- Trocar o sinal dos elementos da diagonal segundária;
- Dividir todos os elementos pelo det

OBSERVAÇÃO:

- Uma matriz A será invertível se e somente se $\det A\neq 0$.
- Se uma matriz não é invertível, é chamada matriz singular.

Exemplos:

a) $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 4 & 1\end{bmatrix}$

b) $B=\begin{bmatrix}-2 & -4\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

Exercícios de Casa

101. (UFC) O valor de a para que a igualdade matricial abaixo seja verdadeira é:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(A) 1
(B) 2
(C) 0
(D) -2
(E) -1

---

102. (PUC-MG) Seja A, a matriz A = (aij)2x3, cuja lei de formação é dada abaixo.

$$a_{ij} = \begin{cases} 3i + j, & \text{se } i \neq j \\ 2i - 3j, & \text{se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que

(A) $A = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 6 & 7 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$

(B) $A = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 2 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

(C) $A = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 5 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix}$

(D) $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}$

(E) $A = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -5 \\ -6 & -2 & 9 \end{bmatrix}$

---

103. (UFSM) Sabendo-se que a matriz $A = \begin{bmatrix} y & 36 & -7 \\ x^2 & 0 & 5x \\ 4-y & -30 & 3 \end{bmatrix}$ é igual à sua transposta, o valor de 2x + y é

(A) -23.
(B) -11.
(C) -1.
(D) 11.
(E) 23.

104. (CFTMG) Sendo as matrizes A = (aij) e B = (bij), quadradas de ordem 2 com aij = $i^2 - j^2$ e bij = $-i^2 + j^2$, o valor de A – B é

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

---

105. (Mackenzie) Se A é uma matriz 3 x 4 e B uma matriz n x m, então:

(A) existe A + B se, e somente se, n = 4 e m = 3;
(B) existe AB se, e somente se, n = 4 e m = 3;
(C) existem AB e BA se, e somente se, n = 4 e m = 3;
(D) existem, iguais, A + B e B + A se, e somente se, A = B;
(E) existem, iguais, AB e BA se, e somente se, A = B.

---

106. (UFSM) Ao comprar os produtos necessários para fazer uma feijoada, uma dona da casa resolveu pesquisar preços em três supermercados. A matriz P dos preços está representada a seguir: a primeira linha mostra os preços por kg do supermercado A; a segunda, os do supermercado B; a terceira, os do supermercado C. Esses preços são relativos, respectivamente, aos produtos feijão, linguiça, tomate e cebola.

$$P = \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sabendo que a matriz Q representa as quantidades necessárias, respectivamente, de feijão, linguiça, tomate e cebola, a dona de casa economizará mais, se efetuar as compras no supermercado

(A) A.
(B) B.
(C) C.
(D) A ou B indiferentemente.
(E) A ou C indiferentemente.

DETERMINANTES

Definição

Dada uma matriz quadrada de ordem *n*, podemos associar à ela, através de certas operações, um número real chamado determinante da matriz.

- Matriz de 1ª ordem

Exemplos:

- Matriz de 2ª ordem

Exemplos:

- Matriz de 3ª ordem

Exemplo:

107. (UNIFORM) Sejam as matrizes A = $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. O determinante da matriz A.B é:

(A) 64.
(B) 8.
(C) 0.
(D) -8.
(E) -64.

Exercícios de Aula

Encontre o resultado dos seguintes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \\ -12 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 0 & 7 & -5 \\ 0 & -32 & 9 \\ 0 & 12 & \sqrt{5} \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} -4 & -2 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

g) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 76 \\ 2 & 6 & -15 \\ 3 & 9 & -12 \end{vmatrix}$

h) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 & 7 \\ 0 & -2 & 5 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

Propriedades dos Determinantes

1ª PROPRIEDADE

Se uma matriz possui uma fila de elementos iguais a zero, $\det A = 0$.

2ª PROPRIEDADE

Se uma matriz possui duas filas iguais, $\det A = 0$.

3ª PROPRIEDADE

Se uma matriz possui duas filas proporcionais, $\det A = 0$.

4ª PROPRIEDADE

Se uma fila de uma matriz for uma combinação linear de duas outras, $\det A = 0$.

5ª PROPRIEDADE

Se multiplicarmos uma fila de uma matriz por um número k, o determinante da nova matriz fica multiplicado por k.

6ª PROPRIEDADE

Se trocarmos de posição duas filas paralelas de uma matriz, o determinante muda de sinal.

7ª PROPRIEDADE

O determinante de uma matriz triangular é o produto dos elementos da diagonal principal.

8ª PROPRIEDADE

Teorema de Binet: det (A.B) = det (A) . det (B)

9ª PROPRIEDADE

O determinante de uma matriz é igual ao determinante de sua transposta.

10ª PROPRIEDADE

O determinante de uma matriz inversa é igual ao inverso do determinante da matriz.

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$$

Exemplos:

Sabendo que $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 10$ responda:

a) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} =$

---

b) $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 5c & 5d \end{vmatrix} =$

---

c) $\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} =$

---

d) $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 9a & 9b \end{vmatrix} =$

---

e) $\begin{vmatrix} \dfrac{d}{ad-bc} & -\dfrac{b}{ad-bc} \\ -\dfrac{c}{ad-bc} & \dfrac{a}{ad-bc} \end{vmatrix} =$

Testes de Casa

108. (FURG) Considerando as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g & 2h & 2i \end{pmatrix} \text{ e } D = \begin{pmatrix} -a & b & c \\ -g & h & i \\ -d & e & f \end{pmatrix},$$

se $\det(A) = k \neq 0$, então $\det(B) + \det(C) + \det(D)$ é

(A) 10k
(B) 2k
(C) 4k
(D) 8k
(E) 11k

---

109. (UFSM) Analise as afirmações a seguir.

A matriz $\begin{bmatrix} a & 2 & 2(a-1) \\ b & 0 & x \\ c & 4 & 2(c-2) \end{bmatrix}$ é invertível se x = 2b.
Se det(AB) = m, pode-se garantir que existe detA e detB.
Se detA = m ≠ 0 e detB = 1/m, então det(AB) = 1.

Está(ão) correta(s)

(A) apenas I.
(B) apenas II.
(C) apenas III.
(D) apenas II e III.
(E) I, II e III.

---

110. (UESP) Se o determinante da matriz $\begin{bmatrix} p & 2 & 2 \\ p & 4 & 4 \\ p & 4 & 1 \end{bmatrix}$ é igual a -18, então o determinante da matriz $\begin{bmatrix} p & -1 & 2 \\ p & -2 & 4 \\ p & -2 & 1 \end{bmatrix}$ é igual a:

(A) -9.
(B) -6.
(C) 3.
(D) 6.
(E) 9.

---

111. (PUCMG) A matriz A é de quarta ordem, e seu determinante é -8. Na equação det(2A) = 2x - 150, o valor de x é:

(A) 11
(B) 16
(C) 43
(D) 67
(E) 55.

---

112. (UFSM) Seja A uma matriz 2 x 2 com determinante não-nulo. Se $\det A^2 = \det(A + A)$, então detA é

(A) -4
(B) 1
(C) 4
(D) 8
(E) 16

SISTEMAS LINEARES

Denomina-se **Sistema Linear** todo conjunto de *m* equações lineares com *n* incógnitas.

Denomina-se **solução de um sistema** a sequência de números reais $(x, y, z, \ldots)$ que satisfaz simultaneamente todas as equações do sistema.

Regra de Cramer

A regra de Cramer é uma técnica usada para encontrar as soluções de um sistema linear possível e determinado. Consiste em organizar as equações em matrizes, a partir dos coeficientes das equações, e operar com os seus determinantes como segue:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \qquad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \ \ldots$$

Exemplo:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 11 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$

Classificação de um Sistema Linear

$$POSSÍVEL \begin{cases} \text{Determinado (uma única solução)} \\ \text{Indeterminado (infinitas soluções)} \end{cases}$$

$$IMPOSSÍVEL \{ \text{(não admite solução)}$$

Discussão

$$\Delta \neq 0 \begin{cases} \text{Possível e determinado (SPD)} \\ \text{uma única solução} \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \begin{cases} \text{Possível e indeterminado (SPI)} \\ \text{infinitas soluções} \\ \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0 \\ \\ \text{Impossível (SI)} \\ \text{não admite solução} \\ \Delta_x \text{ ou } \Delta_y \text{ ou } \Delta_z \neq 0 \end{cases}$$

Testes de Aula

113. (UFRGS) O valor de **m**, para que o sistema $\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \\ 2x - y + mz = 0 \end{cases}$ admita soluções diferentes da trivial, é

(A) -5
(B) $-\frac{1}{2}$
(C) 0
(D) $\frac{1}{4}$
(E) 2

---

114. (UFRGS) O sistema $\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = 5 \end{cases}$ tem

(A) nenhuma solução.
(B) uma única solução.
(C) exatamente duas soluções.
(D) exatamente três soluções.
(E) infinitas soluções.

Testes de Casa

115. (UFRGS) O sistema admite mais de uma solução.

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 3x - y = b \end{cases}$$

Então, segue-se que

(A) $a \neq -3$ e $b = \frac{1}{3}$

(B) $a = -3$ e $b \neq \frac{1}{3}$

(C) $a = -\frac{1}{3}$ e $b \neq 3$

(D) $a \neq -\frac{1}{3}$ e $b \neq 3$

(E) $a = -\frac{1}{3}$ e $b = 3$

---

116. (PUCRS) Se n é o número de soluções do sistema $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$, então

(A) n = 0
(B) n = 1
(C) n = 2
(D) n = 3
(E) n > 3

---

117. (ESPM) Considere a matriz quadrada $A = (a_{ij})_{3x3} \mid a_{ij} = \text{mmc}\,(i, j)$.
O determinante dessa matriz vale

(A) 0.
(B) 1.
(C) 6.
(D) 12.
(E) 18.

118. (IPA) O valor de **x - 2y** na equação $\begin{bmatrix} 2x+y & 5 \\ 4 & -x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ é

(A) 5
(B) 2
(C) -1
(D) 0
(E) 1

---

119. (UFSM) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem n. Se detA = detB ≠ 0, então $\det\left(\frac{1}{2}A^t.B^{-1}\right)$ é igual a

(A) $\frac{1}{2^n}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{2}.\det A^t$

(D) $\frac{1}{2^n}\det A$

(E) 2^n

---

120. (UEL-PR) Uma das formas de se enviar uma mensagem secreta é por meio de códigos matemáticos, seguindo os passos:

1) Tanto o destinatário quanto o remetente possuem uma matriz chave C ;
2) O destinatário recebe do remetente uma matriz P, tal que MC = P, onde M é a matriz mensagem a ser decodificada;
3) Cada número da matriz M corresponde a uma letra do alfabeto: 1 = a, 2 = b, 3 = c,..., 23 = z;
4) Consideremos o alfabeto com 23 letras, excluindo as letras k, w e y;
5) O número zero corresponde ao ponto de exclamação;
6) A mensagem é lida, encontrando a matriz M, fazendo a correspondência número/letra e ordenando as letras por linhas da matriz conforme segue: $m_{11}m_{12}m_{13}m_{21}m_{22}m_{23}m_{31}m_{32}m_{33}$

Considere as matrizes:

$$C=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&-1&0\\0&2&1\end{bmatrix} \text{ e } P=\begin{bmatrix}2&-10&1\\18&38&17\\19&14&0\end{bmatrix}.$$

Com base nos conhecimentos e nas informações descritas, assinale a alternativa que apresenta a mensagem que foi enviada por meio da matriz M.

(A) Boasorte!
(B) Boaprova!
(D) Boatarde!
(D) Ajudeme!
(E) Socorro!

---

121. (UFRGS) A condição necessária e suficiente para que o sistema com coeficientes reais $\begin{cases}ax+by=0\\bx+ay=0\end{cases}$ seja indeterminado é

(A) a = b.
(B) a = -b.
(C) a = |b|.
(D) a = -|b|.
(E) |a| = |b|.

---

122. (UFSM) Uma escola dispõe de R$ 2,20 para fornecer um lanche a cada criança. É recomendado que cada lanche contenha 1350 calorias e 66 gramas de proteínas. Num certo dia, a escola serve iogurte, chocolate e pastel, distribuídos na tabela a seguir, em quantidades de calorias, proteínas e custo correspondentes a 100 gramas.

	Calorias	Proteínas	Custo (R$)
Pastel	200	28	1,00
Iogurte	50	4	0,50
Chocolate	600	24	0,60

As quantidades de pastel, iogurte e chocolate que cada criança deve receber são, respectivamente, em gramas,

(A) 5, 20, 10
(B) 150, 100, 200
(C) 30, 200, 100
(D) 100, 200, 50
(E) 50, 100, 200

123. (ESPM) Considere o determinante

$$D=\begin{vmatrix}x&2\\3&1\end{vmatrix}$$

e o determinante D’ que se obtém substituindo-se cada elemento de D pela soma dos outros três. Se D = D’, podemos afirmar que:

(A) x = 4 ou x = -6
(B) x = 2 ou x = 4
(C) x = 6 ou x = -4
(D) x = -1 ou x = 5
(E) x = -4 ou x = -2

---

124. (UNESP) Considere as matrizes com x, y, z números reais. Se A.B = C, a soma dos elementos da matriz A é:

$$A=\begin{pmatrix}1&x\\y&z\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix} \text{ e } C=\begin{pmatrix}4&5\\36&45\end{pmatrix},$$

(A) 9.
(B) 40.
(C) 41.
(D) 50.
(E) 81.

---

125. (FGV) A e B são matrizes e At é a matriz transposta de A. . Se $A=\begin{bmatrix}2&-3\\1&y\\x&2\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}$

então a matriz $A^t \cdot B$ será nula para

(A) x + y = -3
(B) x.y = 2
(C) x/y = -4
(D) x.y2 = -1
(E) y/x = -8

126. (UFRR) O sistema de equações lineares $\begin{cases} x+y+z=0 \\ kx+2y+2z=0 \\ 2x+3y+kz=0 \end{cases}$ será:

(A) possível e indeterminado somente para k=3 .
(B) impossível para $k \neq 2$ ou $k \neq 3$.
(C) possível e indeterminado somente para k=2 .
(D) possível e indeterminado para *k*=2 ou *k*=3.
(E) impossível para k=2 ou k=3.

---

127. (UFRGS) Sejam o sistema (S) $\begin{cases} x+y=m \\ nx - 3y = 6 \end{cases}$ e as afirmações:

I. S tem única solução para $n \neq -3$

II. S não tem nenhuma solução para n =-3 e m = -2

III. S tem infinitas soluções para $n \neq -3$ e $m \neq -2$

IV. S não tem nenhuma solução para n = -3 e $m \neq -2$

V. S tem infinitas soluções para n = -3 e m = -2

Dessas afirmações, quais são verdadeiras?
(A) Apenas III
(B) Apenas I e II
(C) Apenas IV e V
(D) Apenas I, IV e V
(E) Todas

---

128. Em uma vídeo locadora, o acervo de filmes foi dividido, quanto ao preço, em três categorias: Série Ouro (SO), Série Prata (SP) e Série Bronze (SB). Marcelo estava fazendo sua ficha de inscrição, quando viu Paulo alugar dois filmes SO, dois filmes SP e um filme SB e pagar R$13,50 pela locação dos filmes. Viu também Marcos alugar quatro filmes SO, dois filmes SP e um filme SB e pagar R$20,50 pela locação dos filmes. Então, nesta locadora, o preço da locação de três filmes, sendo um SB e dois SP, igual a:
(A) R$7,50
(B) R$8,00
(C) R$8,00
(D) R$9,00
(E) R$10,00

129. (ULBRA) Determinando os valores de a e b, a fim de que o sistema

$$\begin{cases} 2x + 2y = b \\ 2x + ay = 6 \end{cases}$$

seja indeterminado, o produto ab é

(A) 36
(B) 24
(C) 18
(D) 12
(E) 6

---

130. (UFSM) Sendo

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

então a soma de todos os valores reais x, tal que $\det(A^2 - x.I) = 0$, é igual a

(A) -5
(B) 0
(C) 5
(D) 7
(E) $4\sqrt{2} + 7$

---

131. (UFRGS) Se a terna ordenada (a, b, c) satisfaz o sistema de equações

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

então **a + b + c** vale:

(A) 2
(B) 1
(C) 0
(D) -1
(E) -2

132. (Fatec 2005) O polinômio

$$p = \begin{vmatrix} x & -1 & x+1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -x^2 & 1 \end{vmatrix}$$ admite:

(A) três raízes reais.
(B) uma raiz de multiplicidade 2.
(C) nenhuma raiz real.
(D) uma única raiz real.
(E) uma raiz de multiplicidade 3.

---

133. (PUCRS) No projeto Sobremesa Musical, o Instituto de Cultura Musical da PUCRS realiza apresentações semanais gratuitas para a comunidade universitária. O número de músicos que atuaram na apresentação de número j do i-ésimo mês da primeira temporada de 2009 está registrado como o elemento a_{ij} da matriz abaixo:

$$\begin{bmatrix} 43 & 12 & 6 & 6 & 5 \\ 43 & 5 & 5 & 12 & 12 \\ 43 & 13 & 20 & 13 & 0 \\ 3 & 5 & 54 & 43 & 43 \end{bmatrix}$$

A apresentação na qual atuou o maior número de músicos ocorreu na ________ semana do ________ mês.

(A) quinta segundo
(B) quarta quarto
(C) quarta terceiro
(D) terceira quarto
(E) primeira terceiro

---

134. (IPA) Sendo a equação matricial $\begin{bmatrix} 3x+2y \\ 2x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ -3 \end{bmatrix}$, então o valor de $x^2 + 2y - 5$ é igual a

(A) 6
(B) 5
(C) 4
(D) 7
(E) 8

135. (UFSM) Na planilha de cálculos do setor de Engenharia, responsável pelas obras do *shopping*, foram encontradas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} \log 1 & \log 0{,}01 \\ \log 100 & \log 10 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{2} & \text{tg}\frac{\pi}{4} \\ \text{sen}\, 3\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$$

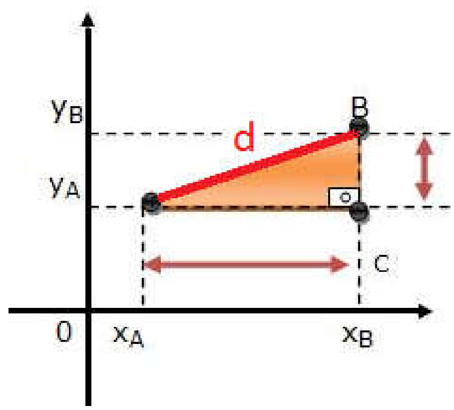
É correto, então, afirmar que A é igual a

(A) $\frac{1}{2}B$
(B) B
(C) -B
(D) $2B^t$
(E) 2B

GEOMETRIA ANALÍTICA

GEOMETRIA ANALÍTICA

Distância entre dois Pontos



$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

---

136. (VUNESP) O triângulo PQR, no plano cartesiano, de vértices P = (0,0), Q = (6,0) e R = (3,5), é

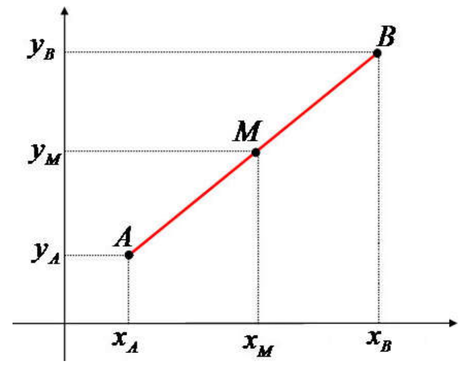
(A) equilátero.
(B) isósceles, mas não equilátero.
(C) escaleno.
(D) retângulo.
(E) obtusângulo.

---

137. (UFRGS) A distância entre os pontos A (-2, y) e B (6, 7) é 10. O valor de y é:

(A) –1
(B) 0
(C) 1 ou 13
(D) –1 ou 10
(E) 2 ou 12

Ponto Médio



$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

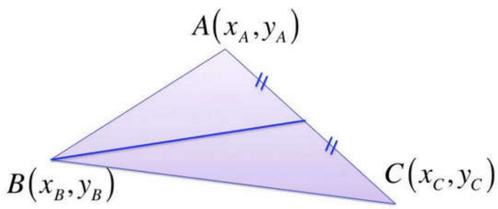
---

138. (PUC-RJ) Sejam A e B os pontos (1, 1) e (5, 7) no plano. O ponto médio do segmento AB é:

(A) (3, 4)
(B) (4, 6)
(C) (-4, -6)
(D) (1, 7)
(E) (2, 3)

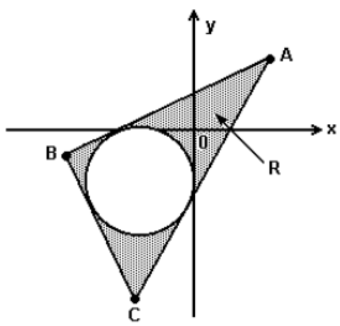
Baricentro

- Ponto de encontro das três medianas
- Centro de Gravidade
- Média aritmética entre as abscissas e ordenadas



$$B=\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$

139. (Puccamp) No gráfico abaixo têm-se:



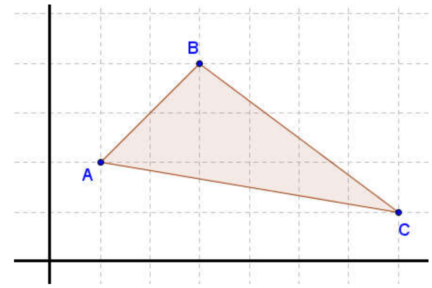
- um triângulo ABC de vértices A(3;3), B(-5;-1) e C (-2; -7);
- o círculo inscrito no triângulo ABC;
- a região sombreada R.

O baricentro do triângulo ABC é

(A) (-2; -2)
(B) (-2; -5/3)
(C) (-4/3; -2)
(D) (-4/3; -5/3)
(E) (-5/3; -4/3)

Área de Triângulos

Em geometria analítica a área de triângulos é dada pelo seguinte determinante "absurdo":



$$S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix}x_A & y_A\\ x_B & y_B\\ x_C & y_C\\ x_A & y_A\end{matrix}\right\|$$

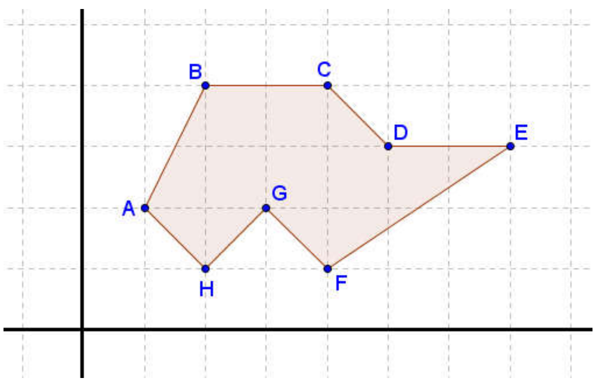
140. (Cesgranrio) A área do triângulo cujos vértices são os pontos (1,2), (3,5) e (4,-1) vale:

(A) 4,5
(B) 6
(C) 7,5
(D) 9
(E) 15

141. (UNESP) Um triângulo tem vértices P = (2, 1), Q = (2, 5) e R = (x, 4), com x > 0. Sabendo-se que a área do triângulo é 20, a abscissa x do ponto R é:
(A) 8.
(B) 9.
(C) 10.
(D) 11.
(E) 12.

Área de Polígonos

Aqui, lançaremos mão da mesma fórmula utilizada para o cálculo da área de triângulos. O único cuidado é que devemos transcrever os vértices do polígono em ordem, no sentido horário ou anti-horário, repetindo o primeiro deles na última linha da matriz.



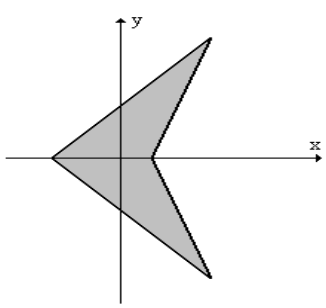
$$S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \\ x_D & x_D \\ \vdots & \vdots \\ x_A & y_A \end{matrix} \right\|$$

---

142. (UFRGS) Os lados do quadrilátero da figura abaixo são segmentos das retas y = x + 2, y = -x - 2, y = -2x + 2 e y = 2x - 2.

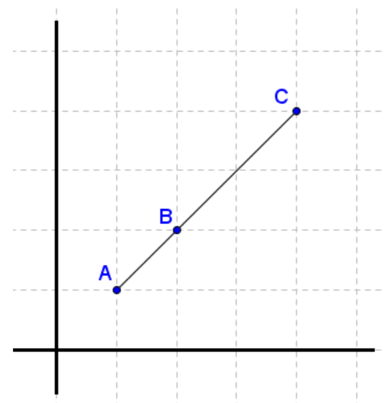
A área desse quadrilátero é

(A) 18.
(B) 19.
(C) 20.
(D) 21.
(E) 22.



Condição de Colinearidade

Partindo do princípio de que, se os pontos são colineares, a área do triângulo formado por eles vale zero, temos:



$$\left| \begin{matrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \\ x_A & y_A \end{matrix} \right| = 0$$

---

143. (IBMEC) Para que os pontos do plano cartesiano de coordenadas (1, 1), (a, 2) e (2, b) estejam sobre uma mesma reta é necessário e suficiente que

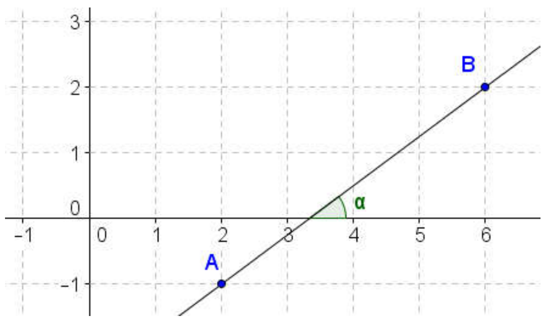
(A) ab = a - b.
(B) ab = a + b.
(C) ab = b - a.
(D) ab = $a^2 - b^2$.
(E) ab = $a^2 + b^2$.

---

144. (PUC-RJ) Os pontos (0,8), (3,1) e (1, y) do plano são colineares. O valor de y é igual a

(A) 5
(B) 6
(C) 17/3
(D) 11/2
(E) 5,3

Equação da Reta



$$y = ax + b$$

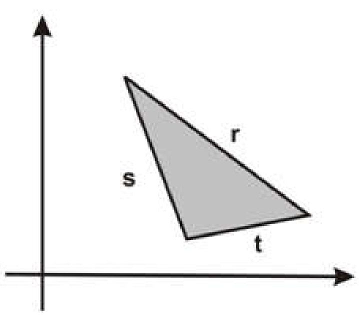
$$a = tg\alpha$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Onde:

- a é o coeficiente angular e $tg\alpha$
- b é o coeficiente linear e ponto de corte da reta com o eixo y.

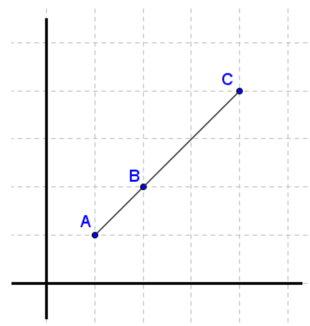
145. (UFRGS) considere os coeficientes angulares das retas r, s e t que contêm os lados do triângulo representado abaixo. A sequência das retas r, s e t que corresponde à ordenação crescente dos coeficientes angulares é



(A) r, s, t.
(B) r, t, s.
(C) s, r, t.
(D) s, t, r.
(E) t, s, r.

Reta por dois Pontos

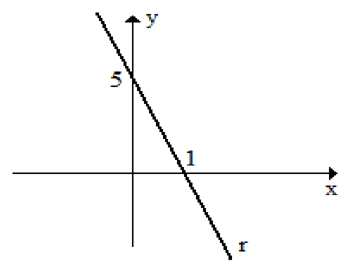
Partindo do princípio de que, em se tratando de pontos colineares, a área do triângulo formado por esses pontos vale zero, temos:



$$\begin{vmatrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x & y \\ x_A & y_A \end{vmatrix} = 0$$

146. (IPA) Analisando o gráfico, a equação reduzida da reta r representada é:

(A) y = 5x – 5
(B) y = 5x + 5
(C) y = -5x – 5
(D) y = -5x + 1
(E) y = -5x + 5

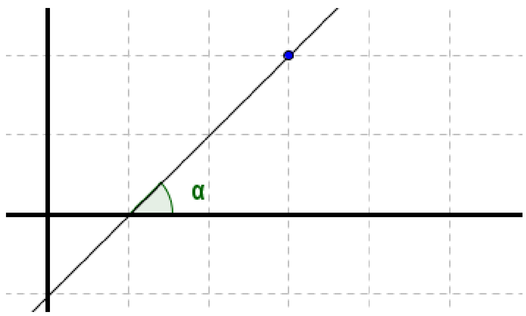


147. (CESGRANRIO) As escalas termométricas Celsius e Fahrenheit são obtidas atribuindo-se ao ponto de fusão do gelo, sob pressão de uma atmosfera, os valores 0 (Celsius) e 32 (Fahrenheit) e à temperatura de ebulição da água, sob pressão de uma atmosfera, os valores 100 (Celsius) e 212 (Fahrenheit).

O gráfico que representa a temperatura Fahrenheit em função da temperatura Celsius é uma reta de coeficiente angular igual a:

(A) 0,6
(B) 0,9
(C) 1
(D) 1,5
(E) 1,8

Reta por um ponto e o Coeficiente Angular



$$\boxed{y - y_o = a(x - x_o)}$$

$$\boxed{a = tg\alpha}$$

---

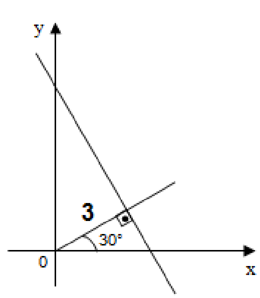
148. (UFPE) A equação cartesiana da reta que passa pelo ponto (1, 1) e faz com o semi-eixo positivo Ox um ângulo de 60° é:

(A) $\sqrt{2}x - y = \sqrt{2} - 1$
(B) $\sqrt{3}x + y = 1 - \sqrt{3}$
(C) $\sqrt{3}x - y = \sqrt{3} - 1$
(D) $\sqrt{3}x / 2 + y = 1 - \sqrt{3} / 2$
(E) $\sqrt{3}x / 2 - y = \sqrt{3} / 3 - 1$

---

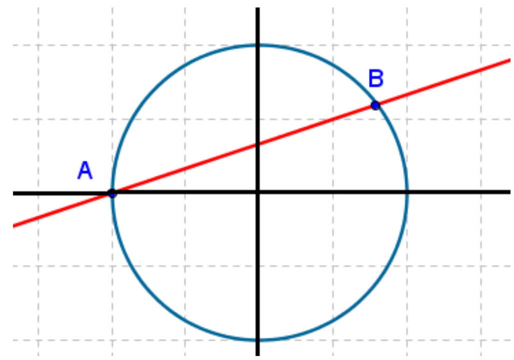
149. (FURG) A equação da reta r, distante 3 unidades da origem e representada no gráfico, é

(A) $\sqrt{3}x - 3y = 0$
(B) $\sqrt{3}y + x - 6 = 0$
(C) $\sqrt{3}x - y - 6 = 0$
(D) $2\sqrt{3}x + 2y - 3(\sqrt{3} + 1) = 0$
(E) $\sqrt{3}x + y - 6 = 0$



Pontos de Intersecção

Os pontos de intersecção são obtidos a partir das soluções dos sistemas de equações.



---

150. (ITA-SP) Considere no plano cartesiano xy o triângulo delimitado pelas retas 2x = y, x = 2y e x = -2y + 10. A área desse triângulo mede

(A) 15/2.
(B) 13/4.
(C) 11/6.
(D) 9/4.
(E) 7/2.

---

151. (UFRGS) Considere as circunferências definidas por $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$ e $(x - 10)^2 + (y - 2)^2 = 9$, representadas no mesmo plano cartesiano.
As coordenadas do ponto de interseção entre as circunferências são

(A) $(7, 2)$.
(B) $(2, 7)$.
(C) $(10, 3)$.
(D) $(16, 9)$.
(E) $(4, 3)$.

Exercícios de Casa

152. (UFRGS) A área do triângulo que tem lados sobre as retas de equações y = -2x + 9, x = 1 e y = 1 é

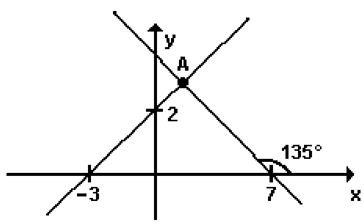
(A) 6.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 10.

---

153. (Fatec) No plano cartesiano, considere o triângulo determinado pelo ponto A e pelos pontos de abscissas -3 e 7, representado a seguir.

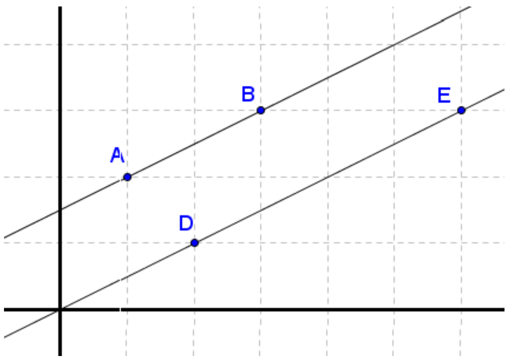
A área desse triângulo é

(A) 40
(B) 35
(C) 30
(D) 25
(E) 20



Retas Paralelas

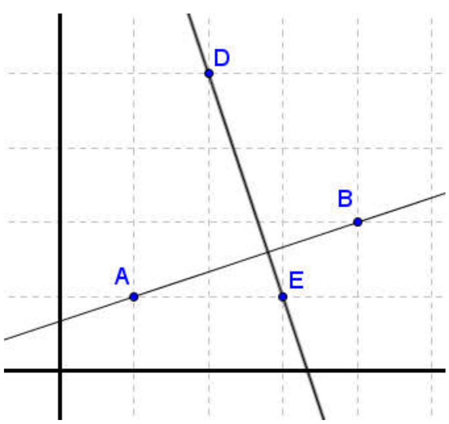
Retas paralelas têm coeficientes angulares iguais.



$$a_{AB} = a_{DE}$$

Retas Perpendiculares

Retas perpendiculares têm coeficientes angulares opostos e inversos



$$a_{AB} = -\frac{1}{a_{DE}}$$

154. (UFSM) O percurso feito por você e o Sr. Jones é descrito pela reta r, cuja equação é 2x - 3y + 5 = 0, então, a equação da reta perpendicular a r e que passa pelo ponto P (5, 10), é

(A) 3x + 2y – 35 = 0.
(B) 2x + 3y –5 = 0.
(C) 2x + 3y + 35 = 0.
(D) 2x - 3y + 5 = 0.
(E) 3x - 2y + 35 = 0.

---

155. (FURG) A equação da mediatriz do segmento $\overline{AB}$, sendo A(-2, 2) e B(4, -4) é

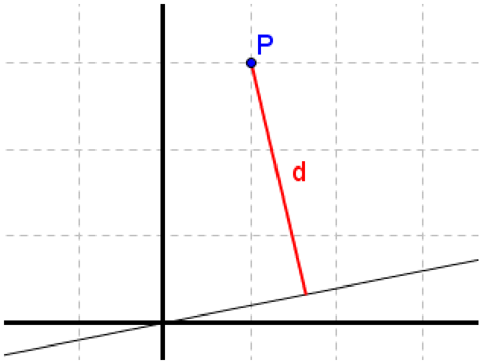
(A) x - y - 2 = 0.
(B) -x - y - 2 = 0.
(C) x + y = 0.
(D) x + y - 2 = 0.
(E) x - y + 2 = 0.

---

156. (UFRGS) Um paralelogramo tem vértices A, B, C e D (-1, 4), sendo A e B consecutivos. Se A e B pertencem à reta 2x – 3y + 7 = 0, então a reta que contém C e D tem equação

(A) 2x – 3y + 14 = 0
(B) 2x – 3y – 14 = 0
(C) 2x + 3y + 14 = 0
(D) 3x – 2y – 14 = 0
(E) 3x + 2y + 14 = 0

Distância de Ponto à Reta



Equação da reta na forma geral:

$Ax + By + C = 0$

$$d = \left| \frac{Ax_P + By_P + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

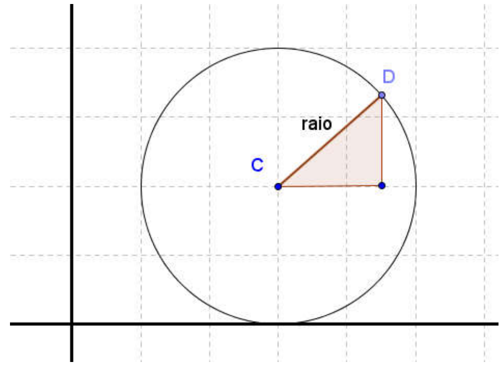
157. (ESPM) Dado no plano cartesiano o triângulo de vértices A (4, 0), B (0, 2) e C (8, 8), a medida da altura relativa ao vértice A é igual a:

(A) 4
(B) 5
(C) $4\sqrt{2}$
(D) $3\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{3}$

158. (UFRGS) Um círculo com centro C=(2,-5) tangencia a reta de equação x - 2y – 7 = 0. O valor numérico da área da região limitada pelo círculo é

(A) 4 π
(B) 5 π
(C) 6 π
(D) 7 π
(E) 8 π

Circunferência



Equação da circunferência:

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$$

159. (UFRGS) As extremidades de uma das diagonais de um quadrado inscrito em um círculo são os pontos (1, 3) e (-1, 1). Então, a equação do círculo é

(A) $x^2 + y^2 + 4y - 2 = 0$.
(B) $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$.
(C) $x^2 + y^2 - 2y + 2 = 0$.
(D) $x^2 + y^2 + 2 = 0$.
(E) $x^2 + y^2 - 4y = 0$.

Equação geral da circunferência:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

Onde: A = B e C = 0

Fazendo A=B=1, teremos:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

De onde temos que o centro e o raio são:

$$C = \left(\frac{D}{-2}, \frac{E}{-2} \right)$$

$$r = \sqrt{(x_c)^2 + (y_c)^2 - F}$$

Exercícios de Casa

160. (UFRGS) Os pontos de interseção do círculo de equação $(x-4)^2+(y-3)^2=25$ com os eixos coordenados são vértices de um triângulo. A área desse triângulo é

(A) 22.
(B) 24.
(C) 25.
(D) 26.
(E) 28.

---

161. (ESPM) Considere a região do plano cartesiano definida pelo sistema de inequações:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

A área dessa região é igual a:

(A) $\frac{4\pi}{3}$
(B) $\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}$
(C) $4\pi-\sqrt{3}$
(D) $\frac{4\pi}{3}+\frac{1}{2}$
(E) $\frac{4\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

162. (UFSM) As retas r e s tangenciam a circunferência da equação $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$, respectivamente, nos pontos P e Q e passam pelo ponto O (0, 0). A medida do ângulo PÔQ vale

(A) 15°
(B) 30°
(C) 45°
(D) 60°
(E) 90°

163. (UDESC) Para que a equação $x^2 + y^2 - 4x + 8y + k = 0$ represente uma circunferência, devemos ter:

(A) $K < 20$
(B) $K > 13$
(C) $K < 12$
(D) $K > 12$
(E) $K < 10$

---

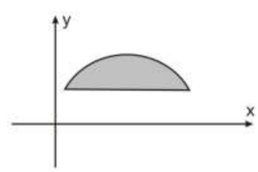
164. (ESPM) A área do triângulo cujos vértices são as intersecções das retas dadas pela equação $x + k.y + k^2 = 1$, com $k \in \{0, 1, 2\}$, é igual a

(A) 3.
(B) 2.
(C) 1,5.
(D) 0,5.
(E) 1.

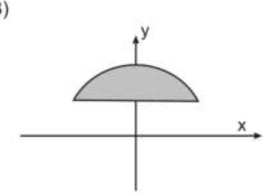
---

165. (UFRGS) Assinale, entre os gráficos abaixo, o que pode representar o conjunto dos pontos P = (x, y) cujas coordenadas satisfazem as desigualdades $1 \leq y \leq \sqrt{4x - x^2}$.

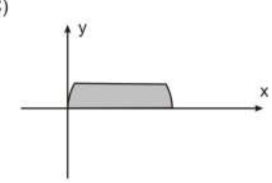
(A)



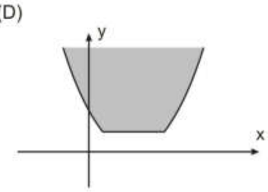
(B)



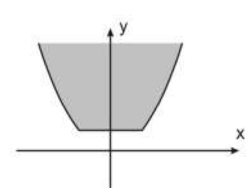
(C)



(D)



(E)



166. (UFRGS) Um quadrado tem um de seus vértices na origem do sistema de coordenadas cartesianas e outro vértice, oposto ao primeiro, no ponto (-6, -2). Se usarmos o metro como unidade de comprimento, a área deste quadrado medirá, em metros quadrados:

(A) $2\sqrt{10}$
(B) 40
(C) 20
(D) 10
(E) $2\sqrt{5}$

---

167. (IPA) A medida do raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$ é:

(A) 20
(B) 10
(C) $2\sqrt{5}$
(D) $2\sqrt{3}$
(E) $5\sqrt{2}$

---

168. (FUVEST) Duas retas s e t do plano cartesiano se interceptam no ponto (2, 2). O produto de seus coeficientes angulares é 1 e a reta s intercepta o eixo dos y no ponto (0, 3). A área do triângulo delimitado pelo eixo dos x e pelas retas s e t é:

(A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.
(E) 6.

---

169. (UNIFOR-CE) Seja r a reta que contém os pontos (-1; 2) e (2; -1), pelo ponto (3; 0) é conduzida a reta s, paralela a r. Se o ponto (-2; k) pertence a s, então o número k é igual a

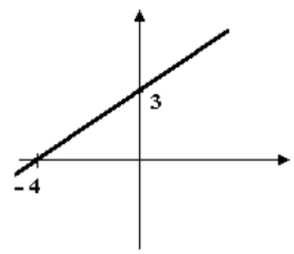
(A) 1/6
(B)1/5
(C)1
(D)3
(E)5

170. (FGV) As retas de equações y = -x - 1 e y = [(-a + 1)/(a - 2)]x + 12 são perpendiculares.
O valor de a é:

(A) 2
(B) 1/2
(C) 1
(D) -2
(E) 3/2

---

171. (Cesgranrio) A equação da reta mostrada na figura a seguir é:



(A) 3x + 4y - 12 = 0
(B) 3x - 4y + 12 = 0
(C) 4x + 3y + 12 = 0
(D) 4x - 3y - 12 = 0
(E) 4x - 3y + 12 = 0

---

172. (UFRGS) As retas x + y – c = 0 e x +by + 3c = 0, com b, c $\in \Re$, interceptam-se no ponto (-1, 2). O valor de b + c é

(A) –1
(B) 0
(C) 1
(D) 2
(E) 3

---

173. (FGV) No plano cartesiano, seja P o ponto situado no 1º quadrante e pertencente à reta de equação y = 3x. Sabendo que a distância de P à reta de equação 3x + 4y = 0 é igual a 3, podemos afirmar que a soma das coordenadas de P vale:

(A) 5,6
(B) 5,2
(C) 4,8
(D) 4,0
(E) 4,4

174. (UFJF MG) Consideramos a reta y = 2x + 2. Se $P_0 = (x_0, y_0)$ é o ponto dessa reta mais próximo da origem dos eixos coordenados, então podemos afirmar que:

(A) $x_0 = 2/5$
(B) $y_0 = 4/5$
(C) $x^2_0 + y^2_0 = 2/5$
(D) $x^2_0 + y^2_0 = 4/5$
(E) $x_0 = -3/5$

---

175. (UFPR) Considere, no plano cartesiano, o triângulo de vértices A = (0,0), B = (3,1) e C = (1,2) e avalie as afirmativas a seguir.

I. O triângulo ABC é isósceles.
II. O ponto D =(2; 1/2) pertence ao segmento AB.
III. A equação da reta que passa pelos pontos B e C é 2x + y = 5.

Assinale a alternativa correta.

(A) Somente a afirmativa I é verdadeira.
(B) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
(C) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
(D) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
(E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

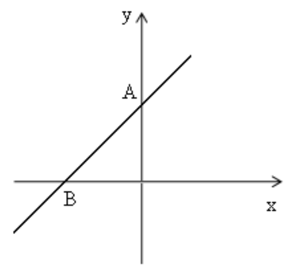
---

176. (IPA) A equação da reta que passa pelo ponto P(-1, 3) e é perpendicular à reta de equação 2x - 5y + 7 = 0 é:

(A) 5x - 2y + 3 = 0
(B) 5x - 3y + 1 = 0
(C) 2x + 3y - 1 = 0
(D) 2x - 5y + 17 = 0
(E) 5x + 2y - 1 = 0

---

177. (UFRGS) O triângulo AOB representado no gráfico abaixo, é isósceles. Se a área deste triângulo é $\frac{9}{2}$ u.a., então a equação da reta suporte do lado AB é:



(A) x + y - 3 = 0
(B) x - y - 3 = 0
(C) x - y + 3 = 0
(D) 9x - 2y + 3 = 0
(E) 2x - 9y + 3 = 0

---

178. (UFRGS) A medida do lado $\overline{AC}$ do triângulo cujos vértices são os pontos A(-a, 0), B(a, 0) e C(0, a) é

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
(B) a
(C) $a\sqrt{2}$
(D) 2a
(E) $2\sqrt{2}\,a$

---

179. (FGV) As intersecções de y = x, y = - x e y = 6 são vértices de um triângulo de área

(A) 36.
(B) $24\sqrt{2}$.
(C) 24.
(D) $12\sqrt{2}$.
(E) 12.

---

180. (UNIFESP) Se P é o ponto de intersecção das retas de equações x - y - 2 = 0 e 1/2x + y = 3, a área do triângulo de vértices A(0, 3), B(2, 0) e P é

(A) 1/3.
(B) 5/3.
(C) 8/3.
(D)10/3.
(E) 20/3.

181. (UEMT) Dada a circunferência C da equação $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ e considerando o ponto P(2, 1), então as retas tangentes a C passando por P:

(A) têm equações y = 1 (e só uma porque P está em C).
(B) têm equações y = 1 e x = 2.
(C) são ambas paralelas à reta y =1
(D) têm equações x = 1 e y = 2.
(E) não existem pois P é interno a C.

---

182. (UNESP) A equação da reta perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo ponto médio do segmento AB, onde A(2, 3) e B é o centro da circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$, é:

(A) 3x + 4y = 0
(B) x = 3
(C) x = 4
(D) y = 4
(E) y = 3

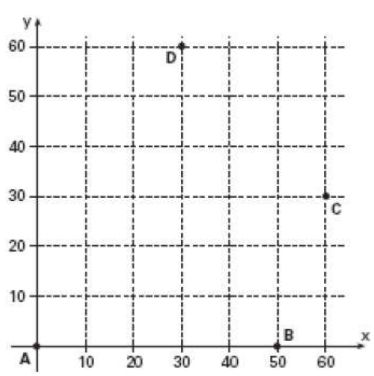
---

183. (UEL-PR) Seja $\overline{AC}$ uma diagonal do quadrado ABCD. Se A = (-2, 3) e C = (0, 5), a área de ABCD, em unidades de área, é

(A) 4
(B) $4\sqrt{2}$
(C) 8
(D) $8\sqrt{2}$
(E) 16

---

184. (IBMEC) Os pontos A, B, C e D do plano a seguir representam 4 cidades.



Uma emissora de televisão quer construir uma estação transmissora numa localização tal que:

• a distância entre a estação e a cidade localizada em A seja igual à distância entre a estação e a cidade localizada em B.

• a distância entre a estação e a cidade localizada em C seja igual à distância entre a estação e a cidade localizada em D.

Considerando as coordenadas do plano acima, a localização da estação deverá ser o ponto

(A) (10: 10).
(B) (10: 20).
(C) (25: 10).
(D) (20: 20).
(E) (25: 25).

---

185. (IPA) Verificando a relação entre as equações λ e β, abaixo destacadas, podemos concluir que elas são:

$$\lambda : x^2 + y^2 - 6x - 6y + 14 = 0$$
$$\beta : x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$$

(A) tangentes internas
(B) secantes
(C) concêntricas
(D) tangentes externas
(E) excêntricas

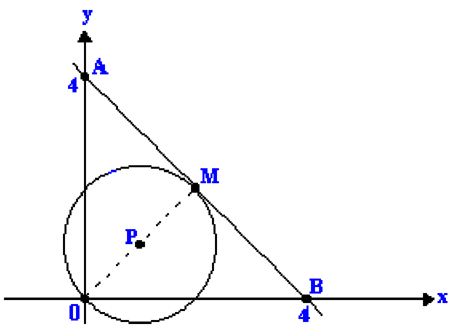
---

186. (UFRGS) As retas $y_1 = x + 1$ e $y_2 = \dfrac{-m+1}{2m}x$ são perpendiculares. O valor de m é

(A) 2
(B) 1
(C) 0
(D) -1
(E) -2

---

187. (UNESP) Se M é o ponto médio do segmento AB e P é o ponto médio do segmento OM, determinar a equação da circunferência de centro P e raio OP.



(A) $(x - 1)^2 + (y - 1) = 2$
(B) $(x - 1)^2 + (y - 1) = 3$
(C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$
(D) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
(E) $(x - 1) + (y - 1)^2 = 2$

188. (UNESP) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, o coeficiente angular e a equação geral da reta que passa pelos pontos P e Q, sendo P = (2, 1) e Q o simétrico, em relação ao eixo y, do ponto Q' = (1, 2) são, respectivamente:

(A) 1/3; x - 3y - 5 = 0.
(B) 2/3; 2x - 3y -1 = 0.
(C) - 1/3; x + 3y - 5 = 0.
(D) 1/3; x + 3y - 5 = 0.
(E) - 1/3; x + 3y + 5 = 0.

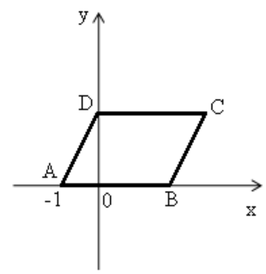
189. (UFSM) A massa utilizada para fazer pastéis folheados, depois de esticada, é recortada em círculos (discos) de igual tamanho. Sabendo que a equação matemática da circunferência que limita o círculo é $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 36 = 0$ e adotamos $\pi = 3{,}14$, o diâmetro de cada disco e a área da massa utilizada para confeccionar cada pastel são, respectivamente,

(A) 7 e 113,04
(B) 7 e 153,86
(C) 12 e 113,04
(D) 14 e 113,04
(E) 14 e 153,86

190. (PUC-RJ) O valor de x para que os pontos (1,3), (-2,4), e (x,0) do plano sejam colineares é:

(A) 8.
(B) 9.
(C) 11.
(D) 10.
(E) 5.

191. (UFRGS) No paralelogramo ABCD da figura abaixo, AB = 3 e BC = 2.



Se A = (-1, 0), então C é igual a

(A) (2, 2)
(B) $(3, 2\sqrt{3})$
(C) $(3, \sqrt{3})$
(D) $(2, \sqrt{3})$
(E) (3, 2)

192. (FURG) Dados os pontos A(2, 3), B(4, 6) e C(5, 1), vértices de um triângulo ABC, considere as seguintes afirmações:

I – A reta suporte do lado AB passa na origem.
II – A área do triângulo ABC é igual a 7 unidades de área.
III – O triângulo ABC é isósceles.

Quais afirmações estão corretas?

(A) Apenas a I.
(B) Apenas a I e a III.
(C) Apenas a II.
(D) Apenas a III.
(E) Todas.

193. (UFRGS) A equação reduzida da reta que contém os pontos A (2,-5) e B (-1,1) é

(A) y = -2x – 1
(B) y = -2x + 1
(C) y = 2x
(D) y = -x + 2
(E) y = x + 2

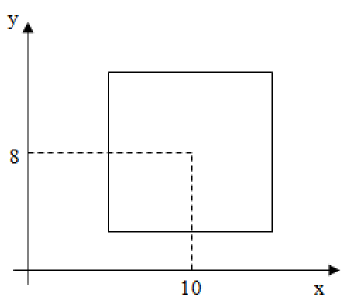
---

194. (Unifesp) Dadas as retas r: 5x - 12y = 42, s: 5x + 16y = 56 e t: 5x + 20y = m, o valor de m para que as três retas sejam concorrentes num mesmo ponto é

(A) 14.
(B) 28.
(C) 36.
(D) 48.
(E) 58.

---

195. (UFSM) A equipe de arquitetos e decoradores que fez o projeto do shopping deseja circunscrever uma circunferência ao quadrado maior Q1, que possui lado de 10 m. Se as coordenadas do centro da circunferência forem dadas pelo ponto (10, 8) e se forem usadas a parede da porta de entrada (x) e a lateral esquerda (y) como eixos coordenados referenciais, a e equação da circunferência será



(A) $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 139 = 0$
(B) $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 64 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 114 = 0$
(D) $x^2 + y^2 - 20x - 16y - 36 = 0$
(E) $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 139 = 0$

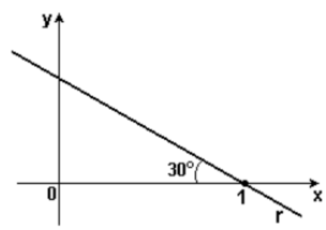
196. (UEL-PR) Considere os pontos A(0; 0), B(2; 3) e C(4; 1). O segmento $\overline{BC}$ é um diâmetro da circunferência de equação

(A) $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 11 = 0$
(B) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 4x + 9y + 11 = 0$
(D) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
(E) $x^2 + y^2 - 4x - 9y + 9 = 0$

---

197. (UFRGS) Considere a figura a seguir.

Uma equação cartesiana da reta r é

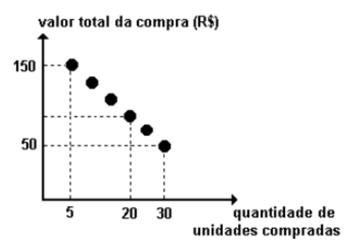


(A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3} - x$
(B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(1 - x)$
(C) $y = 1 - \sqrt{3}x$
(D) $y = \sqrt{3}(1 - x)$
(E) $y = \sqrt{3}(x - 1)$

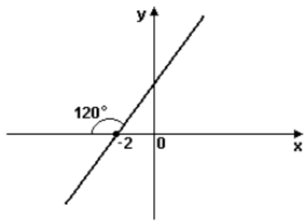
---

198. (UERJ) A promoção de uma mercadoria em um supermercado está representada, no gráfico a seguir, por 6 pontos de uma mesma reta. Quem comprar 20 unidades dessa mercadoria, na promoção, pagará por unidade, em reais, o equivalente a:

(A) 4,50
(B) 5,00
(C) 5,50
(D) 6,00
(E) 6,50



199. (UNIRIO) A equação geral da reta abaixo representada é:

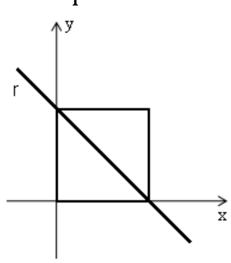


(A) $3x - \sqrt{3}\,y + 6 = 0$
(B) $3x + \sqrt{3}\,y + 6 = 0$
(C) $\sqrt{3}\,x - y - 2 = 0$
(D) $y = \sqrt{3}\,x + \sqrt{3}$
(E) $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$

200. (UECE) O ponto P(sen α, cos α), com $0 < \alpha < \pi/2$, pertence a circunferência cujo centro e o ponto Q(1, 0) e a medida do raio é 1. O valor de tg α é

(A) $2\sqrt{3}$
(B) $(\sqrt{3})/3$
(C) $3\sqrt{3}$
(D) $(\sqrt{3})/2$
(E) 1

201. (UFRGS) O perímetro do quadrado da figura é 8. A equação da reta r é

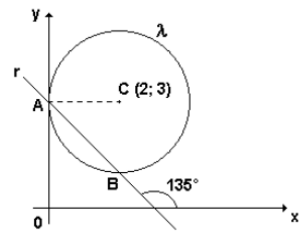


(A) $x - y - 2 = 0$.
(B) $x + y - 2 = 0$.
(C) $2x + y - 2 = 0$.
(D) $2x - y - 2 = 0$.
(E) $2x + y + 2 = 0$.

202. (FUVEST) O segmento AB é diâmetro da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 10y$. Se A é o ponto (3, 1), então B é o ponto

(A) (-3, 9)
(B) (3, 9)
(C) (0, 10)
(D) (-3, 1)
(E) (1, 3)

Utilize a figura abaixo para responder as duas questões seguintes.



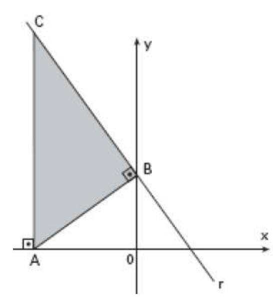
203. (UEL-PR) A equação da reta perpendicular a r, traçada pelo ponto A, é

(A) $x + y - 2 = 0$
(B) $x + y + 2 = 0$
(C) $x + y + 3 = 0$
(D) $x - y + 3 = 0$
(E) $x - y - 3 = 0$

204. (UEL-PR) A equação da reta perpendicular a r, traçada pelo ponto A, é

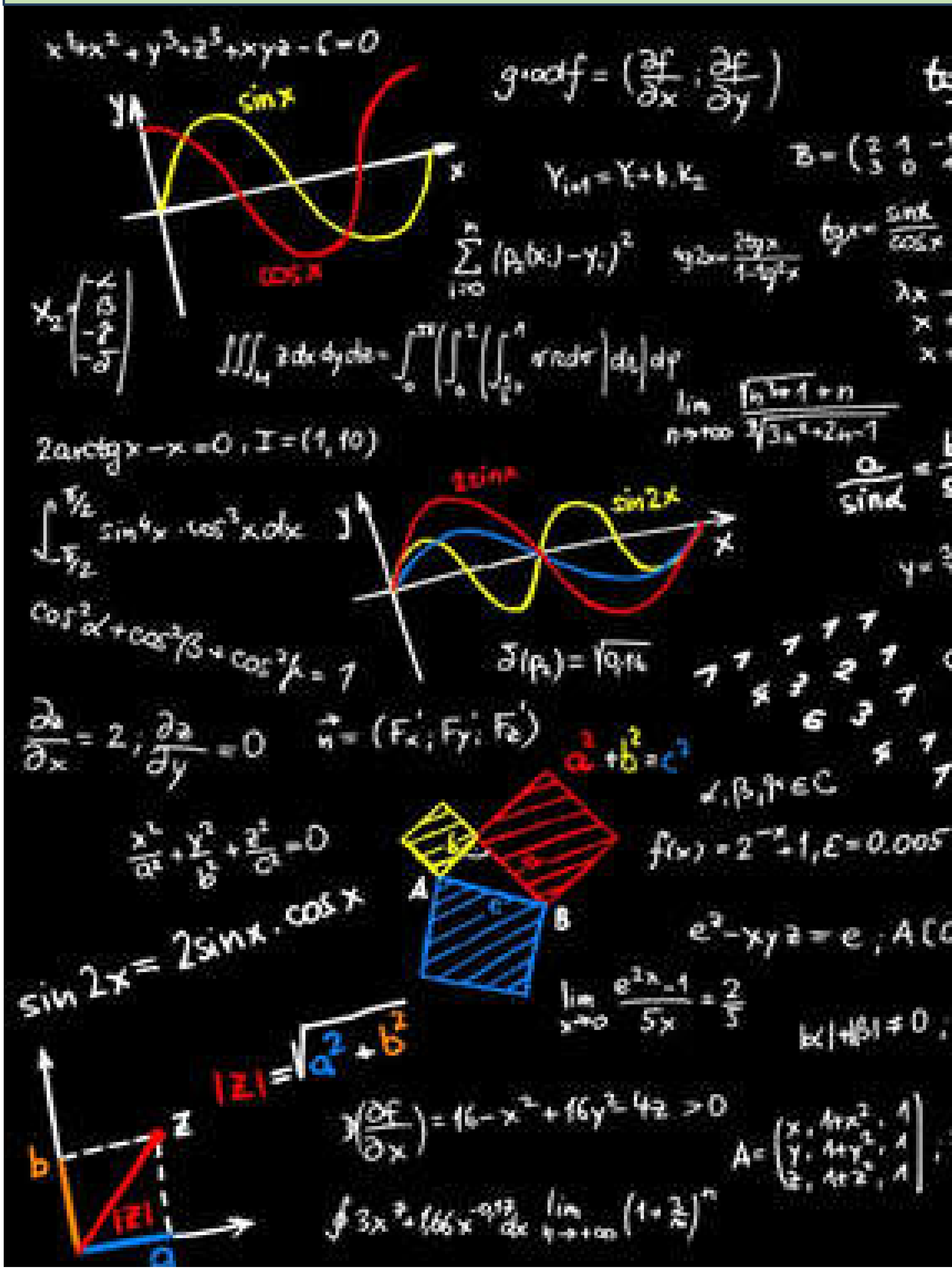
(A) $x + y - 2 = 0$
(B) $x + y + 2 = 0$
(C) $x + y + 3 = 0$
(D) $x - y + 3 = 0$
(E) $x - y - 3 = 0$

205. (Mackenzie) Na figura, se a equação da reta r é $3x + y - 4 = 0$, a área do triângulo ABC é:



(A) 240.
(B) 220.
(C) 200.
(D) 260.
(E) 280.

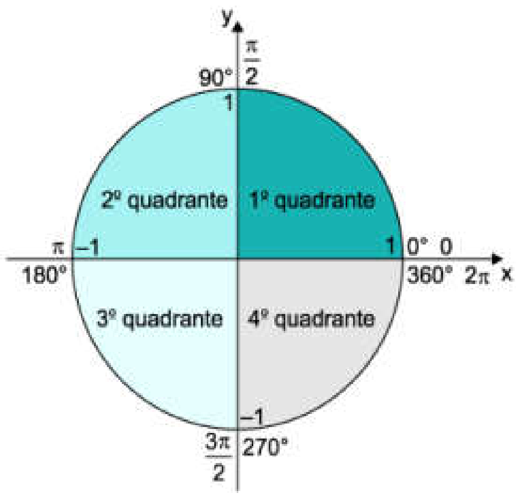
TRIGONOMETRIA



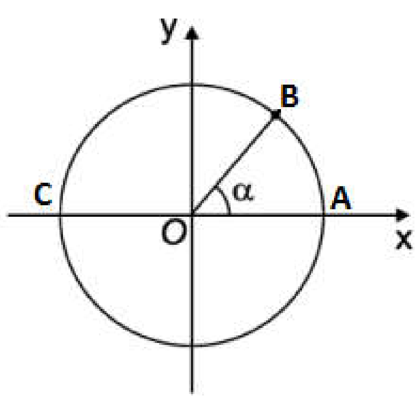
TRIGONOMETRIA

Círculo Trigonométrico

- Centro na origem do plano cartesiano
- Raio unitário
- Sentido anti-horário (positivo)
- Sentido horário (negativo)



Arco de um radiano



$$\pi \text{ rad} \rightarrow 180°$$

OBSERVAÇÃO:

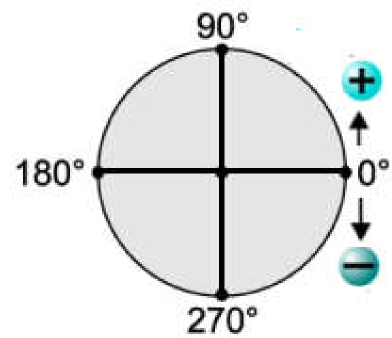
Por regra de três podemos facilmente concluir que 1 rad vale, aproximadamente, 57°.

Arcos Côngruos

Dois ou mais arcos são côngruos quando a diferença entre seus valores é um múltiplo de 360°.

Exemplo: 30°, 390°, 750°, 1110°, -330°...

Veja que esses arcos possuem a mesma extremidade e diferem apenas no número de voltas.



Exemplos

1. Determine o ângulo côngruo à:

a) 420°

b) 750°

---

2. Expresse em radianos os seguintes ângulos:

a) 300°

b) 60°

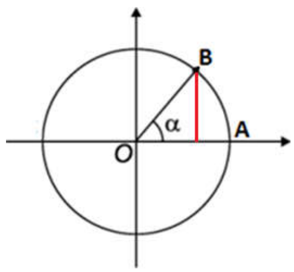
c) 12°

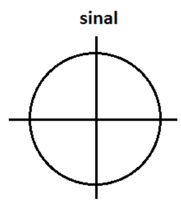
---

3. Um arco de $\frac{7\pi}{4}$ rad equivale a um ângulo de ________ graus.

Seno de um arco

$$-1 \leq \text{sen}\,\alpha \leq 1$$





sen 0° =

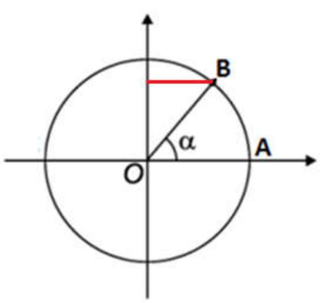
sen 90° =

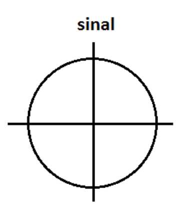
sen 180° =

sen 270° =

Cosseno de um Arco

$$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$$





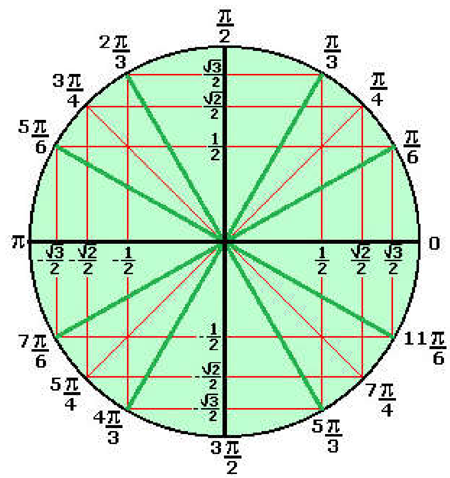
cos 0° =

cos 90° =

cos 180° =

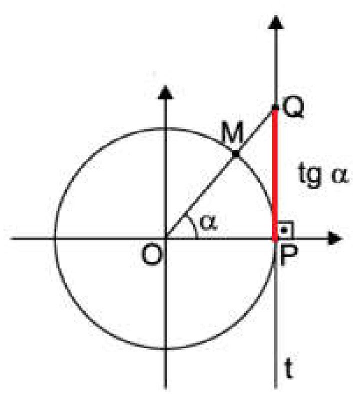
cos 270° =

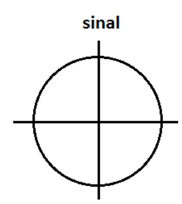
Visualize abaixo os valores do seno e cosseno, bem como os respectivos sinais, dos principais arcos no círculo trigonométrico.



Tangente de um Arco

$$-\infty \leq \tan\alpha \leq +\infty$$





tan 0° =

tan 45°

tan 90° =

tan 135°

tan 180° =

tan 270° =

Exercícios de Casa

206. (MACK) A menor determinação positiva de -4900° é

(A) 100°
(B) 140°
(C) 40°
(D) 80°
(E) 20°

---

207. (UFPA) Qual a 1ª determinação positiva de um arco de 1000°?

(A) 270°
(B) 280°
(C) 290°
(D) 300°
(E) 310°

---

208. (UFGDMS) Um dispositivo mecânico pode girar no sentido horário e anti-horário e um contador registra o ângulo, em graus, que mede o quanto o dispositivo girou em relação ao ponto de partida. Se o contador marca um ângulo de 5000° negativos, o ângulo positivo correspondente é

(A) 32°
(B) 320°
(C) 13°
(D) 40°
(E) 328°

---

209. (FURG RS) Considere as afirmativas:

I) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{8\pi}{3}$ são arcos côngruos.

II) $\cos(\pi) = \text{tg}\,\frac{3\pi}{4}$

III) O número de soluções da equação $\text{sen}(x) = \cos(x)$ no intervalo $[0, 6\pi]$ é igual a 6.

IV) Se A, B e C são ângulos de um triângulo qualquer, então $\text{sen}(A + B) = \text{sen}(C)$.

A alternativa correta é:

(A) As afirmações I e II são verdadeiras, enquanto III e IV são falsas.
(B) As afirmações II e III são verdadeiras, enquanto I e IV são falsas.
(C) As afirmações I e IV são verdadeiras, enquanto II e III são falsas.
(D) As afirmações II, III e IV são verdadeiras, enquanto I é falsa.
(E) A afirmação II é verdadeira, enquanto I, III e IV são falsas.

---

210. (UFJF MG) Dois ângulos distintos, menores que 360°, têm, para seno, o mesmo valor positivo. A soma desses ângulos é igual a:

(A) 45°
(B) 90°
(C) 180°
(D) 270°
(E) 360°

---

211. (UFAM) O menor valor não – negativo côngruo ao arco de $\frac{21\pi}{5}$ rad é igual a

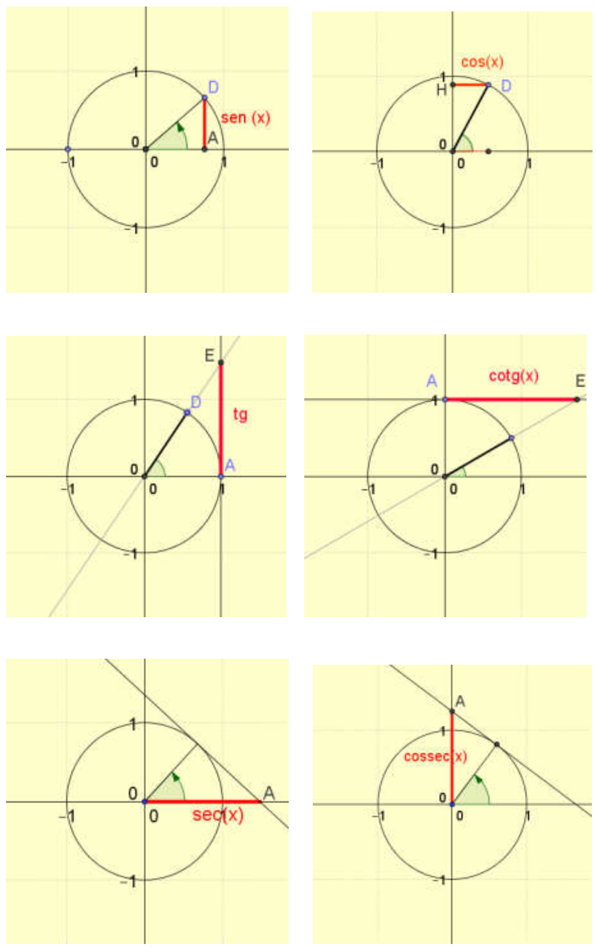
(A) $\frac{\pi}{5} rad$
(B) $\frac{7\pi}{5} rad$
(C) π rad
(D) $\frac{9\pi}{5} rad$
(E) 2π rad

---

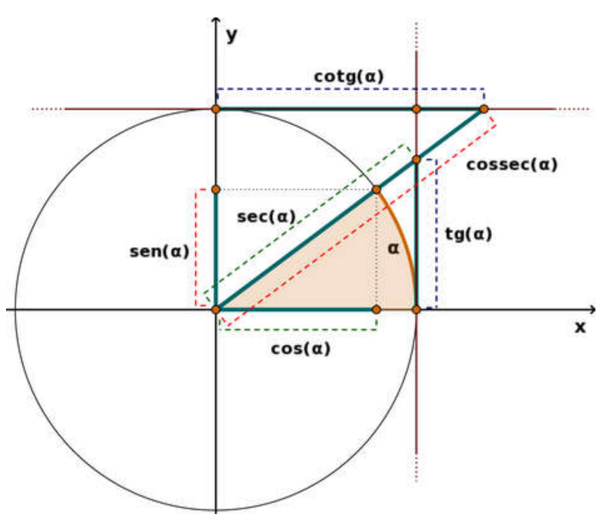
212. (UEPB) O valor de cos 1200° é igual ao valor de

(A) cos 30°
(B) -sen 30°
(C) –sen 60°
(D) cos 60°
(E) cos 45°

Razões Trigonométricas



Relações Fundamentais



Por Pitágoras temos:

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\operatorname{cossec}^2 x = 1 + \operatorname{cotg}^2 x$$

Por semelhança de triângulos vêm:

$$\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

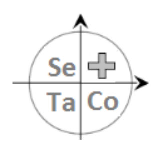
$$\operatorname{cotg} x = \frac{1}{\tan x}$$

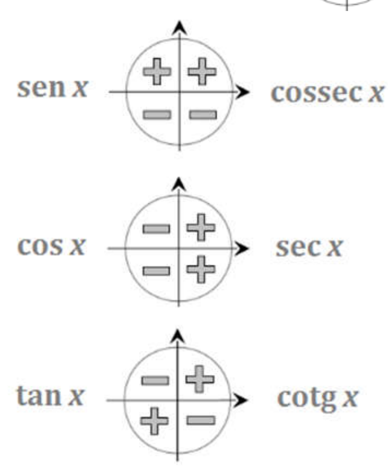
$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\operatorname{cossec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

Sinal das Funções Trigonométricas

Técnica: **SETACO!**





Exercícios de Casa

213. (UNAERP) Sendo sen x = 1/2; x ∈ IQ, o valor da expressão cos2x . sec2x + 2senx é

(A) zero
(B) 1
(C) 3/2
(D) 2
(E) 3

---

214. (UEL) O triângulo ABC é retângulo em A. Se $\cos \widehat{B} = 0,6$, então $\operatorname{cotg} \widehat{C}$ é igual a

(A) 5/3
(B) 4/3
(C) 3/4
(D) 3/5
(E) 1/2

---

215. (UEL) Seja x um número real pertencente ao intervalo [0, $\pi/2$]. Se sec x = 3/2, então tg x é igual a

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

216. (FATEC) Se x é um arco do 3° quadrante e cos x = -4/5, então cossec x é igual a

(A) -5/3
(B) -3/5
(C) 3/5
(D) 4/5
(E) 5/3

217. (UNIRIO) O valor de

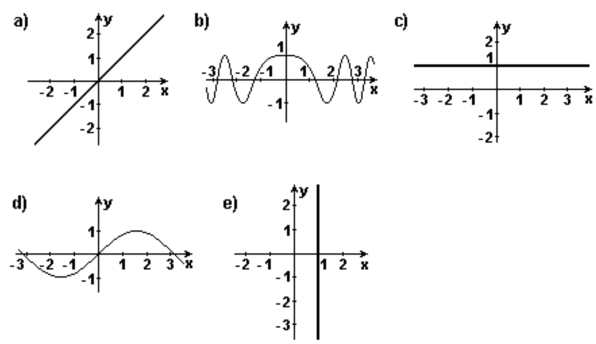
$$\begin{vmatrix} \cos a & -\operatorname{sen} a & 0 \\ \operatorname{sen} a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

é:

(A) 4 (cos a + sen a)
(B) 4
(C) 2 (cos2 a - sen a)
(D) 2
(E) 0

---

218. (UFRGS) Dentre os gráficos a seguir, o que pode representar a função y = (cos x)² + (sen x)² é



---

219. (UFSM) Sendo a ≠ kπ , k ∈ Z, e P(x, y) um ponto do plano tal que cos a = (4x - 16)/5 e cossec a = 5/(4y - 8), pode-se afirmar que P(x, y) é um ponto da circunferência de raio ___ que está centrada no ponto____ .

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

(A) 5; (4, 2)
(B) 5; (16, 8)
(C) 5/4; (4/5, 2/5)
(D) 5/4; (4, 2)
(E) 1; (cos a, sen a)

Tabela – Principais ângulos

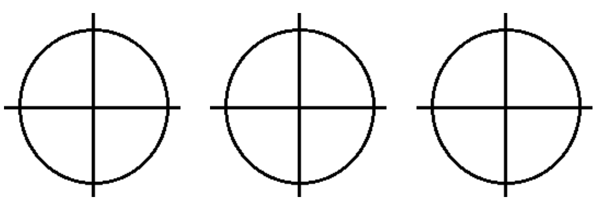
	0°	30°	45°	60°	90°
sen	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
cotg	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0
sec	1	$2\sqrt{3}/3$	$\sqrt{2}$	2	$\nexists$
cossec	$\nexists$	2	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}/3$	1

Redução ao Primeiro Quadrante

Passo a passo:

- Atribuir o sinal em função do quadrante;
- Buscar o ponto simétrico no primeiro quadrante.

Transformação geométrica



Exemplos:

a) $\cos 150° =$

b) $\tan 240° =$

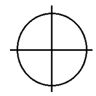
c) $\sec 315° =$

Redução de Arcos

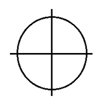
Passo a passo:

- Atribuir o sinal em função do quadrante;
- Quando há π ou 2π, **manter** a função;
- Quando há $\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, **trocar** a função.

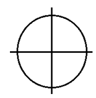
Exemplos:



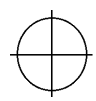
a) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) =$



b) $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$



c) $\sec(x+\pi) =$



d) $\operatorname{cossec}\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) =$

Transformações

"Minha terra tem palmeiras onde canta o sabiá, ..."

$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen}a \cdot \cos b + \operatorname{sen}b \cdot \cos a$$

$$\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen}a \cdot \cos b - \operatorname{sen}b \cdot \cos a$$

"Coça a coça b, sem a sem b"

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \operatorname{sen}a \cdot \operatorname{sen}b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \operatorname{sen}a \cdot \operatorname{sen}b$$

Multiplicação

$$\operatorname{sen}(2a) = 2 \cdot \operatorname{sen}a \cdot \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a$$

Exemplos:

a) $\cos(75°) =$

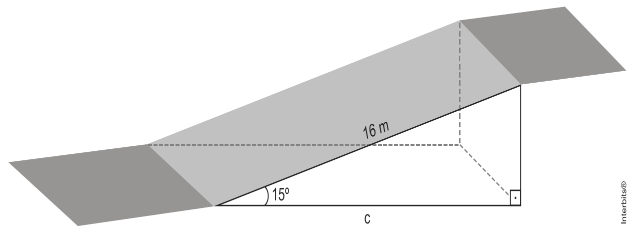
---

b) (UEL) Se sen x = 1/2 e x é um arco do 2º quadrante, então cos2x é igual a

(A) 1
(B) 3/4
(C) 1/2
(D) -1/2
(E) - 3/4

Exercícios de Casa

220. (UFSM) Para melhorar as condições de acessibilidade a uma clínica médica, foi construída uma rampa conforme indicado na figura.



O comprimento horizontal c da rampa, em metros, pode ser expresso por

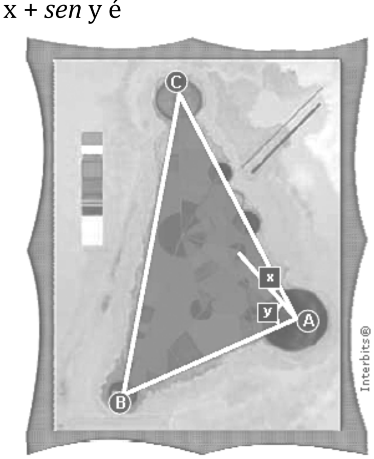
(A) $4(2-\sqrt{3})$.
(B) $8\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
(C) $8\sqrt{3}$.
(D) $4(2+\sqrt{3})$.
(E) $8\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

---

221. (UFSM) O pioneiro do abstracionismo nas artes plásticas, Wassily Kandisnky, nasceu em Moscou, em 1866. Optou inicialmente pela música, o que refletiu em seu trabalho como pintor, conferindo-lhe noções essenciais de harmonia. A figura a seguir, adaptada de um quadro de Kandisnky, apresenta um triângulo ABC retângulo em A.

Sabendo-se que a diferença entre os ângulos x e y é 60°, o valor de *sen* x + *sen* y é

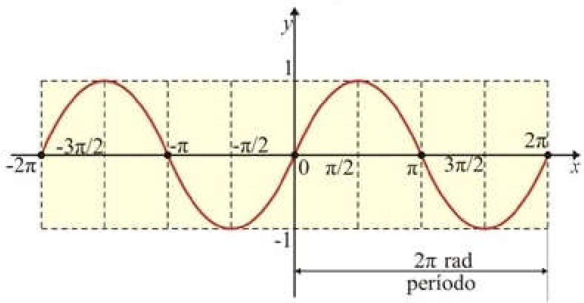
(A) $\frac{1}{2}$.
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
(D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
(E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



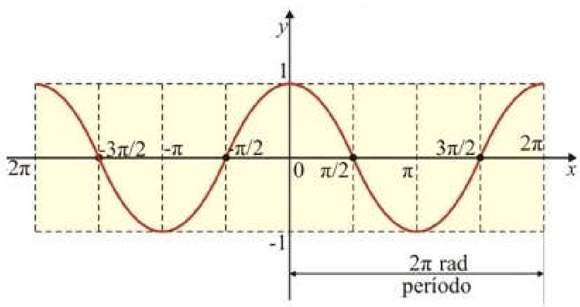
Fonte: http://www.google.com.br/images

Funções Trigonométricas

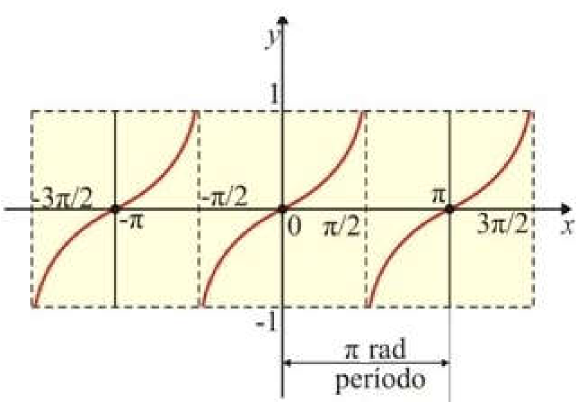
- **Função Seno** $f(x) = \text{sen}\, x$



- **Função Cosseno** $f(x) = \cos x$



- **Função Tangente** $f(x) = \tan x$



OBSERVAÇÃO:

Se $f(x) = \text{sen}(k \cdot x)$,
ou $f(x) = \cos(k \cdot x)$

$$\boxed{\text{Período} = \frac{2\pi}{k}}$$

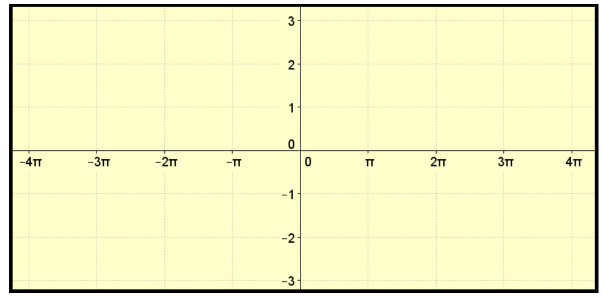
Se $f(x) = \tan(k \cdot x)$

$$\boxed{\text{Período} = \frac{\pi}{k}}$$

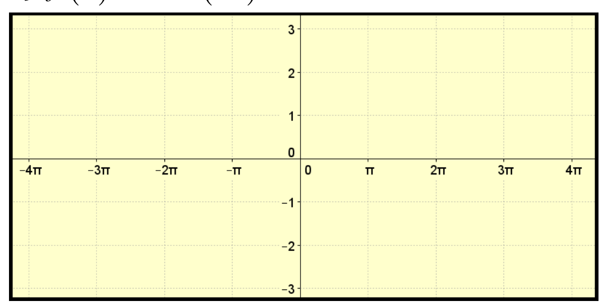
Exercícios de Classe

Faça o esboço gráfico em cada função a seguir.

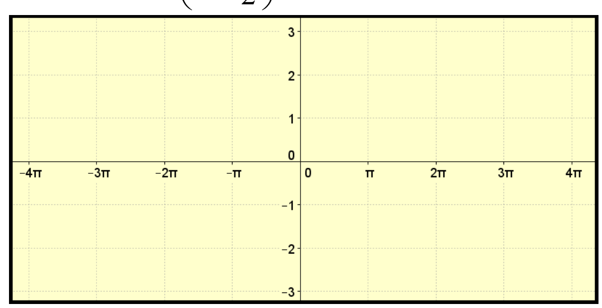
a) $f(x) = 2 \cdot \text{sen}\, x$



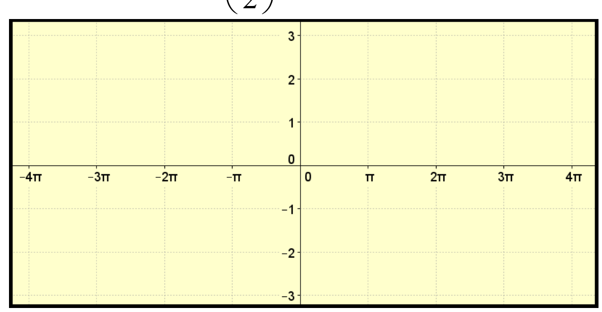
b) $f(x) = -\cos(2x)$



c) $f(x) = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$

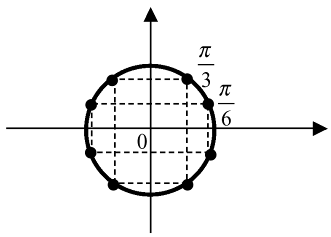


d) $f(x) = 2 + \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right)$



Exercícios de Casa

222. (UNIMONTES) Observe atentamente a simetria da figura abaixo.



Sabendo-se que $\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, então os valores de $\operatorname{sen}\left(\frac{19}{6}\pi\right)$ e $\operatorname{sen}\left(-\frac{11}{6}\pi\right)$ são, respectivamente,

(A) 1/2 e -1/2
(B) -1/2 e -1/2
(C) 1/2 e 1/2
(D) -1/2 e 1/2

---

223. (UDESCSC) A expressão trigonométrica dada por $\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)$ é uma identidade trigonométrica com o termo

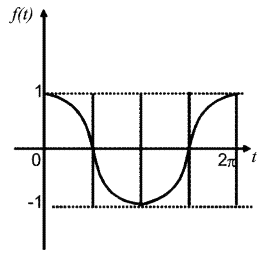
(A) $\cos 2x$
(B) $-\cos 2x$
(C) $sen 2x$
(D) $-sen 2x$
(E) $sen^2 2x+\cos^2 2x$

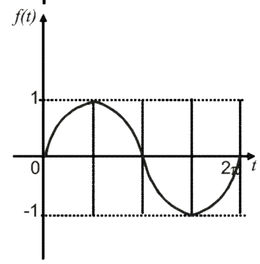
---

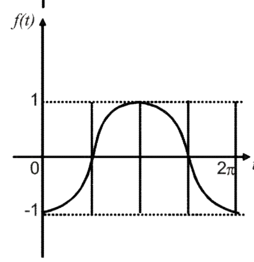
224. (UFPI) Sabendo-se que $\operatorname{senx}-\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4}$, podemos afirmar que sen(2x) é

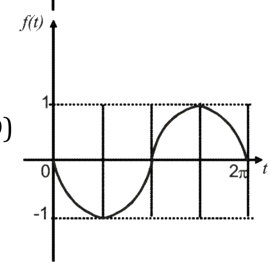
(A) $\frac{13}{16}$
(B) $\frac{3}{16}$
(C) $\frac{\sqrt{13}}{16}$
(D) $-\frac{13}{16}$
(E) $\frac{3}{4}$

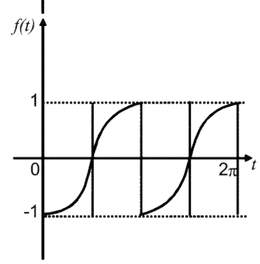
225. (UFPA) O gráfico da função f dada por $f(t)=\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)$ no intervalo $[0,2\pi]$ é

(A)


(B)


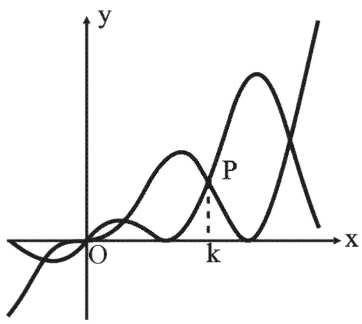
(C)


(D)


(E)


---

226. (UFTM) Na figura, na qual estão representados os gráficos das funções $f(x) = x \cdot \text{sen}^2 x$ e $g(x) = x \cdot \cos^2 x$, P é um ponto onde os dois gráficos se interceptam.



Se k é a abscissa do ponto P, então o valor de f(2k) é igual a

(A) $\frac{5\pi}{2}$
(B) $\frac{3\pi}{2}$
(C) $\frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$
(D) $\frac{3\pi}{8}$
(E) 0

---

227. (FFFCMPA) Dada a função f definida por $f(x) = 12\text{sen}(x)\cos(x)\cos(2x)$, o valor de $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ é

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
(B) $3\sqrt{3}$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(D) 1
(E) 0

228. (FMTM MG) Sendo f uma função real definida por $f(x) = \sqrt{\frac{0,5}{1 + \text{sen}\, x \cdot \cos x}}$, sua imagem é o intervalo real

(A) $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right]$
(B) $\left[1, \sqrt{3}\right]$
(C) $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$
(D) $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right]$
(E) $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 2\right]$

---

229. (UFAM) A solução da equação trigonométrica $2\cos x - 5\sec x = 9$ é igual a

(A) $S = \left\{x = k\pi \pm \frac{\pi}{4};\ \text{k inteiro}\right\}$
(B) $S = \left\{x = k\pi \pm \frac{\pi}{6};\ \text{k inteiro}\right\}$
(C) $S = \left\{x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3};\ \text{k inteiro}\right\}$
(D) $S = \left\{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4};\ \text{k inteiro}\right\}$
(E) $S = \left\{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6};\ \text{k inteiro}\right\}$

---

230. (PUCRS) O conjunto solução da equação $\text{sen}(x) = \cos\left(x - \pi/2\right)$ em IR é

(A) {–1, 0, 1}
(B) [–1, 1]
(C) {x ∈ IR | $x = \pi/2 + k\pi$, k ∈ Z}
(D) {x ∈ IR | $x = k\pi$, k ∈ Z}
(E) IR

231. (UDESC SC) Analise as afirmações abaixo e escreva V para verdadeira e F para falsa.

( ) A solução da equação $\text{sen}2x = 1$ é {x ∈ ℜ/ x = π/4 + kπ, com k∈z}.

( ) Se senx·cos x < 0, então, x ∈2º ou x ∈ 4º quadrante.

( ) A solução da equação cosx = –1/2, com $0 \le x < 2\pi$ é {2π/3, 4π/3}.

( ) Sendo k um número real, $\cos x = k - 1$ existe para qualquer valor de k ∈ [–2, 0].

A sequência correta, de cima para baixo, é

(A) V - V - V - F
(B) F - V - V - F
(C) V - F - V - V
(D) V - V - F - F
(E) F - F - F - V

---

232. (UFPA) O menor valor positivo de x, em radianos, que satisfaz a equação $\text{sen}^3 x - \cos^3 x = 0$ é

(A) 0
(B) π
(C) $\pi/2$
(D) $\pi/4$
(E) $\pi/6$

---

233. (MACK SP) Para 0 < x < 2π, a soma das raízes da equação sec²x = tg x + 1 é igual a

(A) $\frac{3\pi}{2}$

(B) $\frac{7\pi}{2}$

(C) $\frac{9\pi}{2}$

(D) 2π

(E) 4π

234. (MACK SP) Se sen (x + π) = cos (π - x), então x pode ser

(A) π

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{5\pi}{4}$

(E) $\frac{7\pi}{4}$

---

235. (MACKSP) Se $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \text{sen}^2 x$, então x pode ser

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{3\pi}{4}$

(E) $\frac{3\pi}{2}$

---

236. (CEFETPR) O menor arco positivo "x", para o qual $81^{-\cos x} = \frac{1}{9}$, é

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

(E) $\frac{2\pi}{3}$

237. (UEMPR) Assinale o que for **correto**.
01. Um ângulo que mede 2 radianos é agudo.
02. Seja $g: R \to R$ definida por $g(x) = sen(sen\ x)$ para todo x real; então $g(x) < \frac{\sqrt{3}}{2}$, para todo x real.
04. Para todo x real, $(sen\ x)^2 \leq sen\ x$.
08. Para todo x real, $cos(2x) = 1 - 2(sen\ x)^2$.
16. Um triângulo é obtusângulo se, e somente se, o quadrado do lado maior é superior à soma dos quadrados dos lados menores.

---

238. (UNICIDSP) Sabendo-se que $sen(x) + cos(x) = k$, com $k \in IR$, então o valor de sen(2x), em termos de k, é

(A) $k^2 - 1$.
(B) $k + 1$.
(C) $k^2 + 1$.
(D) $k - 1$.
(E) $1 - k$.

---

239. (UFJFMG) Considere as seguintes afirmativas:

I. sen (a + b) = sen a + sen b
II. $sen^2 a + cos^2 a = 1$
III. sen 2a = 2 sen a · cos a
IV. sen a·b = sen a · cos b

Pode-se concluir que

(A) todas as afirmativas são corretas.
(B) apenas a afirmativa II é correta.
(C) apenas a afirmativa III é correta.
(D) as afirmativas II e III são corretas.
(E) as afirmativas I e IV são corretas.

---

240. (UPE) O valor da tangente do ângulo de 75° é igual a

(A) $2 - \sqrt{3}$
(B) $\sqrt{3} - 2$
(C) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
(D) $2 + \sqrt{3}$
(E) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

241. (UFUMG) Considere as duas afirmações a seguir:
I. A soma das soluções da equação sen(x) = cos(x), com x e $[0,3\pi]$é igual a $\frac{9\pi}{4}$.

II. Se α e β são ângulos tais que $180° < \alpha < 270°$ e $-90° < \beta < 90°$, então $sen(\beta) \cdot tg(\beta) \cdot cos(\alpha) \leq 0$.

Com base nestas afirmações, assinale a alternativa correta.

(A) I e II estão incorretas
(B) Somente I está correta
(C) I e II estão corretas
(D) Somente II está correta

---

242. (PUCRS) Para resolver uma discussão entre dois alunos sobre a definição da função cossecante, um deles foi à Biblioteca Central. Como resultado da pesquisa, ele encontrou a definição de cossec x, que é

(A) $\frac{1}{\cos x}$, se $cosx \neq 1$
(B) $\frac{1}{senx}$, se $senx \neq 1$
(C) $\frac{1}{\cos x}$, se $cosx \neq 0$
(D) $\frac{1}{\sec x}$, se $secx \neq 0$
(E) $\frac{1}{senx}$, se $senx \neq 0$

---

243. (UECE) Sejam f, g: $R \to R$ funções definidas por f(x) = sen x, g(x) = sen 2x e P(a,b) um ponto na interseção dos gráficos de f e g. Os possíveis valores para $tg^2 a$ são

(A) 0 ou 1.
(B) 0 ou 2.
(C) 0 ou 3.
(D) 0 ou $\sqrt{3}$.

---

244. (UNIFORCE) A conjugação da atração gravitacional entre os corpos do sistema terra-lua-sol é o principal fator responsável pela ocorrência das marés, quando as águas do mar atingem limites máximo e mínimo com determinada regularidade. A altura da maré (em metros) observada em uma praia do litoral nordestino é aproximada pela função: $f(t) = 1,5 + \cos(\pi \frac{t}{6})$, em que tempo t é medido em horas e $0 \le t \le 24$. Com base nestes dados, considere as seguintes afirmativas:

I. Depois das 18h, a maré começa a secar.
II. Às 6h, a maré atinge altura mínima.
III. Às 9h, a maré está secando.
IV. A média entre as alturas máxima e mínima é de 1,5m.
V. Às 3h, a maré está enchendo.

Assinalando V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas, obtém-se a seguinte sequência:

(A) F F V V F
(B) V F V F V
(C) V V F F V
(D) F F V V V
(E) F V F V F

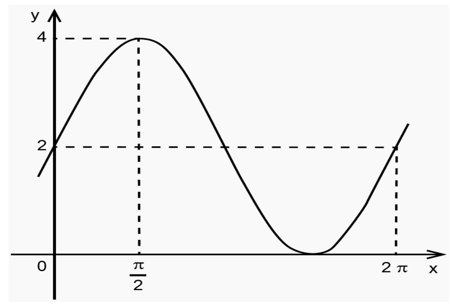
---

245. (FGV) Em certa cidade litorânea, verificou-se que a altura da água do mar em um certo ponto era dada por $f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, em que x representa o número de horas decorridas a partir de zero hora de determinado dia, e a altura f (x) é medida em metros.

Em que instantes, entre 0 e 12 horas, a maré atingiu a altura de 2,5m naquele dia?

(A) 5 e 9 horas
(B) 7 e 12 horas
(C) 4 e 8 horas
(D) 3 e 7 horas
(E) 6 e 10 horas

246. (FATECSP) Um determinado objeto de estudo é modelado segundo uma função trigonométrica f, de IR em IR sendo parte do seu gráfico representado na figura:

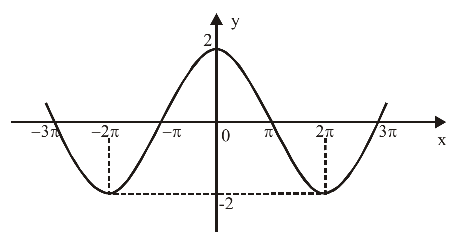


Usando as informações dadas nesse gráfico, pode-se afirmar que

(A) a função f é definida por f(x) = 2 + 3 · sen x.
(B) f é crescente para todo x tal que $x \in [\pi; 2\pi]$.
(C) o conjunto imagem da função f é [2; 4].
(D) para $y = f\left(\frac{19\pi}{4}\right)$, ten-se $2 < y < 4$.
(E) o período de f é π.

---

247. (PUCCampinas) Na figura abaixo tem-se parte do gráfico da função f, de IR em IR, dada por f(x) = k.cos t.x.



Nessas condições, calculando-se k – t obtém-se

(A) $-\frac{3}{2}$
(B) –1
(C) 0
(D) $\frac{3}{2}$
(E) $\frac{5}{2}$

248. (UNIFORCE) Se $A = \text{sen } 120°$, $B = \cos 120°$ e $C = \text{tg } 120°$, é verdade que

(A) $C < A < B$
(B) $C < B < A$
(C) $B < A < C$
(D) $B < C < A$
(E) $A < B < C$

---

249. (MACK SP/1998) Relativamente à função real definida por f(x) = 3 + 2 sen 3x, considere as afirmações:

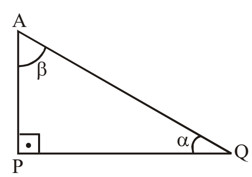
I. Não existe **x** tal que f(x) < 0
II. O maior valor que f(x) pode assumir é 5.
III. O seu período é $\frac{2\pi}{3}$.
IV. Em $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, a soma das soluções reais da equação f(x) = 3 é $\frac{\pi}{3}$.

O número de afirmações corretas é

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

---

250. (MACKSP) No triângulo retângulo da figura, $\overline{AQ} = 2\overline{AP}$. Então, sen (α + 3β) vale:



(A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
(B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(C) $-\frac{1}{2}$
(D) $\frac{1}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

251. (UNIFORCE) Se x é um número real, então o menor valor da expressão $\frac{2}{2 - \text{sen } x}$ é

(A) –1
(B) –2/3
(C) 2/3
(D) 1
(E) 2

---

252. (UNIFORCE) O maior, dentre os números $\cos 30°$, $\text{sen } 45°$, $\text{tg } 30°$, $\sec 180°$ e $\cos 150°$, é

(A) cos 30°
(B) tg 30°
(C) sen 45°
(D) cos 150°
(E) sec 180°

---

253. (UEPGPR) Assinale o que for correto.

01. A função $f(x) = \text{tg} x$ admite um ponto de máximo em $x = \frac{\pi}{2}$

02. A função $f(x) = \cos x$ é decrescente para $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

04. $\dfrac{\cos(\pi - x) \cdot \text{tg}(-x)}{\sec\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = \text{sen}^2 x$

08. Se $x \in 2^{\underline{o}}Q$ e $\text{sen } x = \frac{1}{2}$, então $\cos 2x = -\frac{1}{2}$

16. Se $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2} < y < 2\pi$, então $\text{tg} x \cdot \text{cossec } y < 0$

---

254. (CEFETPR) Associando V para as sentenças verdadeiras e F para as falsas, assinale a alternativa que contém a sequência correta.

( ) A função y = cossec x . sec x é negativa no 2° e no 4° quadrante.

( ) Se sen x = $-\frac{5}{13}$, com $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, então cos x = 10/3.

( ) O domínio da função y = cotg x é {x ∈ R / $x \neq k\pi$, com $k \in Z$ }.

( ) A função y = tg x é periódica, com período P = π rad.

(A) F - V - V - V
(B) V - F - V - V
(C) F - V - F - V
(D) V - F - V - F
(E) V - V - V - F

---

255. (UNIUBEMG) Medindo-se t em horas e 0 ≤ t < 24, a sirene de uma usina está programada para soar em cada instante t, em que $\text{sen}\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ é um número inteiro. De quantas em quantas horas a sirene da fábrica soa?

(A) De seis em seis horas.
(B) De quatro em quatro horas.
(C) De três em três horas.
(D) De oito em oito horas.

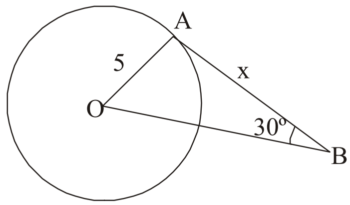
---

256. (UNB) Julgue os itens abaixo em verdadeiro ou falso.

( ) sen 1965° > sen 30°

( ) O gráfico da função y = sen 2θ, θ ∈ R contém pontos de ordenada maior do que 1.

( ) Na figura abaixo, se AO e o raio do circulo e AB é tangente ao circulo em A, então x é um número irracional.



257. (UEPGPR) Em relação à função $f(x) = -\cos x$, assinale o que for correto.

01. f(x) é decrescente em todo intervalo de $\frac{\pi}{2}$ a $\frac{3\pi}{2}$
02. f(x) é crescente em todo intervalo de 0 a π
04. f(x) é decrescente em todo intervalo de $-\frac{\pi}{2}$ a $\frac{\pi}{2}$
08. f(x) é crescente em todo intervalo de $-\pi$ a 0
16. f(x) é decrescente em todo intervalo de $\frac{3\pi}{2}$ a 2π

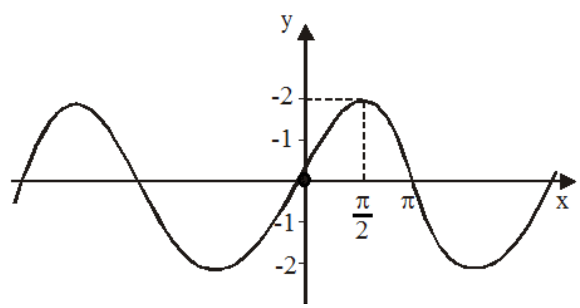
---

258. (FATEC) Se f é uma função real definida por $f(x) = \frac{2\text{tg}x}{1+\text{tg}^2 x}$, então f(x) é igual a

(A) cosec 2x
(B) sec 2x
(C) tg 2x
(D) cos 2x
(E) sen 2x

---

259. (UELPR) O gráfico abaixo corresponde à função



(A) y = 2 sen x
(B) y = sen (2x)
(C) y = sen x + 2
(D) y = sen $\frac{x}{2}$
(E) y = sen (4x)

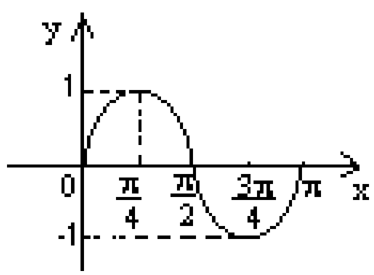
---

260. (UFJFMG) A função f(x) = tg x, definida no conjunto $\left\{x \in R / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$ é tal que

(A) f(1) . f(2) > 0;
(B) f(3) . f(5) . f(7) > 0;
(C) f(2) . f(6) < 0;
(D) f(4) . f(-1) > 0;
(E) f(3) . f(6) . f(-2) < 0

---

261. (UFMT) A figura abaixo mostra um esboço do gráfico de uma função trigonométrica y = f (x), definida para todo x real.



Com base nestas informações, julgue os itens.

00. O esboço mostrado na figura representa o gráfico da função f (x) = 2.senx.cosx.

01. O período da função f é $\frac{\pi}{2}$.

02. Os valores de x, tais que f (x) = 0 são da forma x = $\frac{k\pi}{2}$, k ∈ **Z.**

---

262. (UFOPMG) Sendo as funções:

f:R → R e g:R → R
f(x) = x² g(x) = cos x

Podemos afirmar, a respeito de seus gráficos, que

(A) não se interceptam.
(B) interceptam-se em um único ponto.
(C) interceptam-se em dois pontos.
(D) interceptam-se em três pontos.
(E) interceptam-se em uma infinidade de pontos.

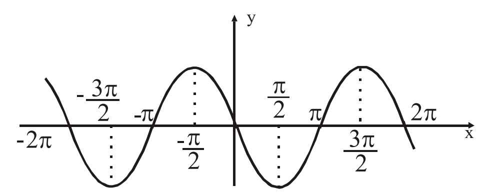
263. (EFOAMG) Seja a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) - 9, \text{se } x \leq -2 \\ \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right), \text{se } -2 < x < 5 \\ -|x - 12|, \text{se } x \geq 5 \end{cases}$.

O valor de $f(9) - 2f(\pi) + f(f(7))$ é

(A) −11
(B) −14
(C) −12
(D) −15
(E) −13

---

264. (UNESP) Sabe-se que h é o menor número positivo para o qual o gráfico de $y = \text{sen}(x - h)$ é:



Então, $\cos\frac{2h}{3}$ é igual a

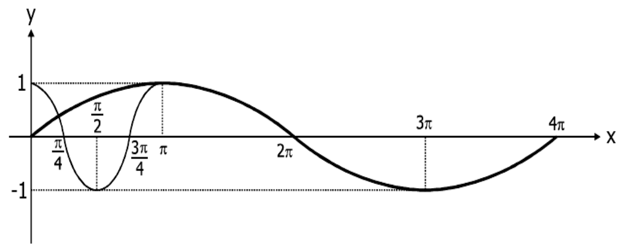
(A) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$
(B) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$
(C) $-\frac{1}{2}$
(D) $\frac{1}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

265. (FURG) Para que a equação na variável **x** $\text{tg}(x) = 10 - m^2$ tenha soluções no intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, a condição sobre o valor real **m** é

(A) $m = \sqrt{10}$.
(B) $-3 \leq m \leq 3$.
(C) m < –3.
(D) m > 3.
(E) nenhuma resposta está correta.

266. (MACKSP) A figura mostra os esboços dos gráficos das funções $f(x)=\text{sen}\left(\frac{x}{k}\right)$ e $g(x)=\cos(mx)$. Então,

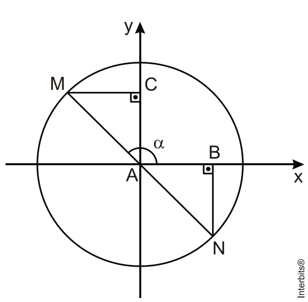


(A) $m=2k$
(B) $|m|=k$
(C) $|m|=\frac{1}{3}k$
(D) $m=\sqrt{k}$
(E) $m=-\frac{1}{2}k$

267. (UEPG) Assinale o que for correto.

01) $\cos 247° = \text{sen } 337°$
02) A igualdade abaixo é uma identidade trigonométrica: $\frac{\text{sen a} \cdot \text{tg a} \cdot \text{cossec a}}{\cos a \cdot \text{cotg a} \cdot \sec a} = \text{tg}^2 a$
04) Se $\cos x > \frac{1}{2}$, então $\sec x < 2$
08) Se $x \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, então $\cos x - \text{sen } x > 0$
16) $\text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$

268. (CFTMG) A figura abaixo representa uma circunferência trigonométrica em que MN é diâmetro e o ângulo α mede $\frac{5\pi}{6}$ radianos.



A razão entre as medidas dos segmentos AB e AC é

(A) $26\sqrt{3}$.
(B) $\sqrt{3}$.
(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

269. (ESPCEX) O valor numérico da expressão é $\frac{\sec 1320°}{2} - 2 \cdot \cos\left(\frac{53\pi}{3}\right) + (\text{tg} 2220°)^2$

(A) -1
(B) 0
(C) 1/2
(D) 1
(E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Observe a tabela a seguir, que mostra a relação entre três redes sociais da internet e a quantidade de usuários, em milhões de pessoas, que acessam essas redes na Argentina, Brasil e Chile, segundo dados de junho de 2011.

Número de usuários de redes sociais em milhões de pessoas

	Argentina	Brasil	Chile
Facebook	11,75	24,5	6,7
Twitter	2,4	12	1,2
Windows Live profile	3,06	14,6	1,44

(http://www.slideshare.net/ecommercenews/estudoredesocialamericalatina?from=embed)

270. (UPF) Reescrevendo os dados da tabela em forma de matriz, temos:

$$A = \begin{bmatrix} 11{,}75 & 24{,}5 & 6{,}7 \\ 2{,}4 & 12 & 1{,}2 \\ 3{,}06 & 14{,}6 & 1{,}44 \end{bmatrix}$$

Considerando que a_{ij}, com $1 \le i \le 3$, $1 \le j \le 3$, são os elementos da matriz A, então $\cos\left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{33}}\pi\right)\text{rad}$ vale

(A) -1/2
(B) – 1
(C) 0
(D) 1
(E) 1/2

---

271. (UEPG) Com base nas assertivas abaixo, assinale o que for correto.

01) O valor mínimo da função f(x) = 2 + 5 sen 4x é –3.

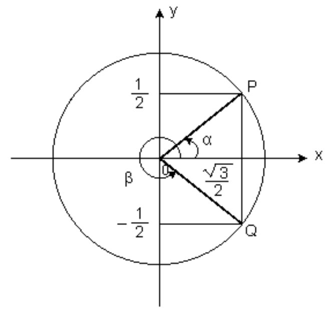
02) O período e o conjunto-imagem da função f: R → R definida por f(x) = 4 senx.cosx são, respectivamente, 2π e [– 4,4].

04) Se cotg (a) . sec (a) > 0 e sen (a). cos (a) < 0 então $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$.

08) Se A = sen 430° e B = sen 700° , então A < B.

16) Para todo $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, o valor de (tg2x + 1) . (sen2 x –1) é –1.

272. (CFTMG) Na figura, P e Q são pontos da circunferência trigonométrica de centro O e raio unitário.



sem α : ordenada do ponto P
cos α : abscissa do ponto P
sen β : ordenada do ponto Q
cos β : abscissa do ponto Q

O valor de $\alpha + \beta$, em radianos, é

(A) 2π
(B) $\frac{11\pi}{6}$
(C) $\frac{13\pi}{6}$
(D) $\frac{25\pi}{12}$

---

273. (CFTMG) O valor de y = cos 150° + sen 300° - tg 225° - cos 90° é

(A) -1
(B) 0
(C) $-\sqrt{3} - 1$
(D) $\sqrt{3} - 1$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

274. (CFTMG) O número
N=(3cos180° - 4sen210° + 2tg135°) / (6 sen245°)
pertence ao intervalo

(A)] -4 , -3 [
(B) [-3 , -2 [
(C) [-2 , -1]
(D)] -1 , 0]

275. (ENEM) Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o skatista brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900", na modalidade skate vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a

(A) uma volta completa.
(B) uma volta e meia.
(C) duas voltas completas.
(D) duas voltas e meia.
(E) cinco voltas completas.

---

276. (MACKENZIE)

I) cos 225° < cos 215°
II) tg $(5\pi/12)$ > sen $(5\pi/12)$
III) sen 160° > sen 172°

Das afirmações acima:

(A) todas são verdadeiras.
(B) todas são falsas.
(C) somente II e III são verdadeiras.
(D) somente II é verdadeira.
(E) somente I e II são verdadeiras.

---

277. (UFRGS) Considere as afirmativas abaixo.

I. tan 92° = - tan 88°
II. tan 178° = tan 88°
III. tan 268° = tan 88°
IV. tan 272° = - tan 88°

Quais estão corretas?

(A) Apenas I e III.
(B) Apenas III e IV.
(C) Apenas I, II e IV.
(D) Apenas I, III e IV.
(E) Apenas II, III e IV.

---

278. (UFAL) Analise Verdadeiro ou Falso, nas afirmativas a seguir.

( ) $\text{sen } 495^\circ = \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

( ) $\text{tg}\left(\frac{8\pi}{7}\right) < 0$

( ) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{5}\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{5}\right) = \text{sen}\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

( ) A equação tgx = 1000 não tem solução

( ) Para $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ tem-se cos x > sen x

---

279. (UFAL) O seno de um arco de medida 2340° é igual a

(A) -1
(B) - 1/2
(C) 0
(D) 1/2

---

280. (FEI) Se $0 < x < \pi/4$, é válido afirmar-se que:

(A) sen $(\pi/2 - x)$ = sen x
(B) cos $(\pi - x)$ = cos x
(C) sen $(\pi + x)$ = sen x
(D) sen $(\pi/2 - x)$ = cos x
(E) cos $(\pi + x)$ = sen x

---

281. (ESPCEX) O cosseno do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 14 horas e 30 minutos vale

(A) $-\frac{(\sqrt{3}+1)}{2}$

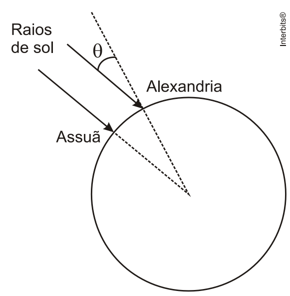
(B) $-\frac{(\sqrt{2}+1)}{2}$

(C) $\frac{(1+\sqrt{2})}{4}$

(D) $-\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$

(E) $\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{4}$

282. (FUVEST) Uma das primeiras estimativas do raio da Terra é atribuída a Eratóstenes, estudioso grego que viveu, aproximadamente, entre 275 a.C. e 195 a.C. Sabendo que em Assuã, cidade localizada no sul do Egito, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical não apresentava sombra, Eratóstenes decidiu investigar o que ocorreria, nas mesmas condições, em Alexandria, cidade no norte do Egito. O estudioso observou que, em Alexandria, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical apresentava sombra e determinou o ângulo θ entre as direções do bastão e de incidência dos raios de sol. O valor do raio da Terra, obtido a partir de θ e da distância entre Alexandria e Assuã foi de, aproximadamente, 7500 km.



O mês em que foram realizadas as observações e o valor aproximado de θ são:

(Note e adote: distância estimada por Eratóstenes entre Assuã e Alexandria ≈ 900 km; $\pi = 3$.)

(A) junho; 7°.
(B) dezembro; 7°.
(C) junho; 23°.
(D) dezembro; 23°.
(E) junho; 0,3°.

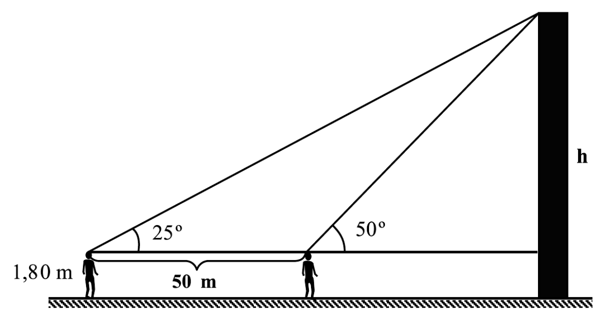
283. (IFSP) Considere uma circunferência de centro O e raio 6 cm. Sendo A e B pontos distintos dessa circunferência, sabe-se que o comprimento de um arco AB é 5π cm. A medida do ângulo central $A\hat{O}B$, correspondente ao arco AB considerado, é

(A) 120°.
(B) 150°.
(C) 180°.
(D) 210°.
(E) 240°.

284. (UFG) As cidades de Goiânia e Curitiba têm, aproximadamente, a mesma longitude. Goiânia fica a uma latitude de 16°40', enquanto a latitude de Curitiba é de 25°25'. Considerando-se que a Terra seja aproximadamente esférica, com a linha do equador medindo, aproximadamente, 40000 km, a distância entre as duas cidades, em quilômetros, ao longo de um meridiano,

(A) é menor que 700.
(B) fica entre 700 e 800.
(C) fica entre 800 e 900.
(D) fica entre 900 e 1000.
(E) é maior que 1000.

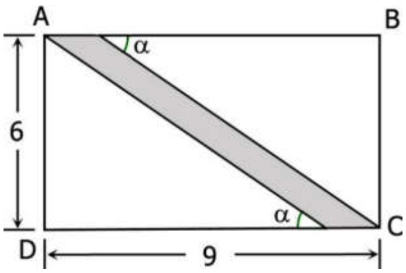
285. (ESCS) Um observador de 1,80m de altura vê o ponto mais alto de uma torre segundo um ângulo de 25º em relação ao plano horizontal que passa pelos seus olhos. Caminhando 50 m em direção à torre, passa a vê-la sob ângulo de 50º, como está representado no esquema abaixo.



Sabendo que o seno de 25º é igual a 0,42 e que o cosseno de 25º é igual a 0,91, a altura h da torre em relação ao solo é de, aproximadamente:

(A) 44 m;
(B) 42 m;
(C) 40 m;
(D) 38 m;
(E) 36 m.

286. (UFRGS) Na figura abaixo, o retângulo ABCD tem lados que medem 6 e 9.



Se a área do paralelogramo sombreado é 6, o cosseno de α é

(A) 3/5
(B) 2/3
(C) 3/4
(D) 4/5
(E) 8/9

---

287. (UFRGS) Os lados de um losango medem 4 e um dos seus ângulos 30°. A medida da diagonal menor do losango é

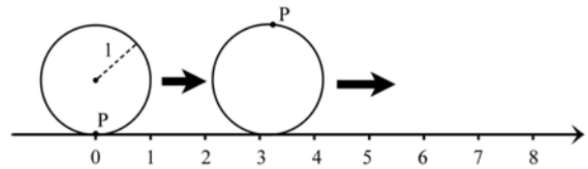
(A) $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
(B) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
(C) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
(D) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
(E) $4\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

---

288. (UFRGS) A função f é definida por $f(x) = sen\,2x$ e g é uma função cujo gráfico não intercepta o gráfico de f, quando representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. Entre as alternativas que seguem, a única que pode representar g(x) é

(A) $sen(x)$.
(B) $\log(x)$.
(C) $|x|$.
(D) $2x+3$
(E) $3+2^x$.

289. (UFRGS) Um disco de raio 1 gira ao longo de uma reta coordenada na direção positiva, como representado na figura abaixo.



Considerando-se que o ponto P está inicialmente na origem, a coordenada de P, após 10 voltas completas, estará entre

(A) 60 e 62.
(B) 62 e 64.
(C) 64 e 66.
(D) 66 e 68.
(E) 68 e 70.

---

290. (UFRGS) Os pontos $A(1,2)$, $B(6,2)$ e C $A(1,2), B(6,2)$ e C são os vértices de um triângulo equilátero, sendo o segmento AB a base deste. O seno do ângulo formado pelo eixo das abscissas e a reta suporte do lado BC no sentido anti-horário é

(A) $-\frac{1}{2}$.
(B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\frac{1}{2}$.
(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

291. (UFRGS) O número de intersecções da função $f(x) = sen(5x)$ $f(x) = sen\,5x$ com o eixo das abscissas no intervalo $[-2\pi; 2\pi]$ $[-2\pi, 2\pi]$ é

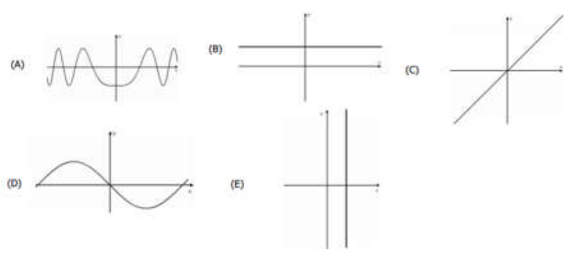
(A) 10.
(B) 14.
(C) 21.
(D) 24.
(E) 27.

292. (UFRGS) Traçando os gráficos das funções f e g definidas por$f(x) = |sen\, x|$ $f(x)=|sen\ x|$ e $g(x)=|\cos x|$, com x variando no conjunto dos números reais de -2π a 2π, no mesmo sistema de coordenadas, o número de interseções é

(A) 7.
(B) 8.
(C) 9.
(D) 10.
(E) 12.

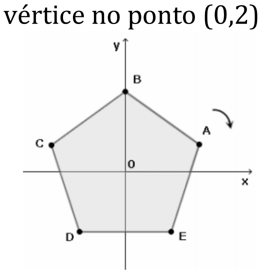
---

293. (UFRGS) Dentre as opções a seguir, a que pode representar o gráfico da função definida por $f(x)=(\text{sen}\ x+\cos x)^2+(\text{sen}\ x-\cos x)^2$ é



---

294. (UFRGS) O pentágono regular representado abaixo tem o centro na origem do sistema de coordenadas e um vértice no ponto (0,2).



Girando esse pentágono, no plano XOY, em torno de seu centro, de um ângulo de 228° no sentido horário, as novas coordenadas do vértice A serão

(A) $\left(-\sqrt{3},1\right)$
(B) $\left(\sqrt{3},-1\right)$
(C) $\left(-1,\sqrt{3}\right)$
(D) $\left(1,-\sqrt{3}\right)$
(E) $\left(-1,-\sqrt{3}\right)$

295. (UFRGS) As medidas dos lados de um triângulo são proporcionais a 2, 2 e 1. Os cossenos de seus ângulos internos são, portanto

(A) 1/8, 1/8 e 1/2
(B) 1/4$\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$. e 1/8
(C) 1/4, 1/4 e 7/8
(D) 1/2, 1/2 e 1/4
(E) 1/2, 1/2 e 7/8

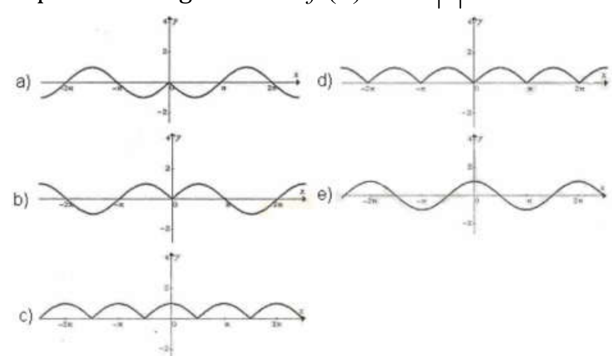
---

296. (UFRGS) O período da função definida por$f(x) = sen\,(3x - \frac{\pi}{2})$ $f(x)=sen\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$ é

(A) $\pi/2$
(B) $2\pi/3$
(C) $5\pi/6$
(D) π
(E) 2π

---

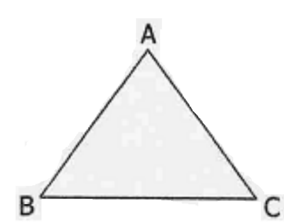
297. (UFRGS) Assinale a alternativa que pode representar o gráfico de $f(x)=sen|x|$



---

298. (UFRGS) No triângulo representado na figura abaixo, AB e AC têm a mesma medida, e a altura relativa ao lado BC é igual a 2/3 da medida de BC. Com base nesses dados, o cosseno do ângulo CAB é

(A) 7/25
(B) 7/20
(C) 4/5
(D) 5/7
(E) 5/6



299. (UFRGS) Se $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$, então $\sin 2x$

$\cos x - sen\ x = \frac{1}{2}$, sentão $sen\ (2x)$ é igual a

(A) 0,125.
(B) 0,25.
(C) 0,5.
(D) 0,75.
(E) 1.

---

300. (UFRGS) Traçando-se os gráficos das funções definidas por $f(x) = 2\sin x$ e $g(x) = 16 - x^2$ num mesmo sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, pode-se verificar que o número de soluções da equação $f(x) = g(x)$ $f(x) = g(x)$ é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

---

301. (UFRGS) Sendo k um número inteiro, o número de valores distintos de $\cos\frac{k\pi}{12}$ é

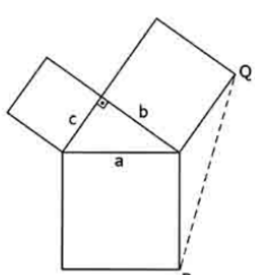
(A) 12.
(B) 13.
(C) 16.
(D) 24.
(E) 25.

---

302. (UFRGS) Sobre os lados de um triângulo retângulo constroem-se quadrados, conforme mostra a figura abaixo.

Sendo a a medida da hipotenusa, b e c as medidas dos catetos, e P e Q os pontos representados na figura, então a distância entre P e Q é igual a

(A) $\sqrt{a^2 + b^2}$.
(B) $\sqrt{2a^2 + b^2}$.
(C) $\sqrt{a^2 + 2b^2}$.
(D) $\sqrt{3a^2 + b^2}$.
(E) $\sqrt{a^2 + 3b^2}$.



303. (UFRGS) O número de soluções da equação $2\cos x = \sin x$ que pertencem ao intervalo $\left[-\frac{16\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}\right]$ é

(A) 8.
(B) 9.
(C) 10.
(D) 11.
(E) 12.

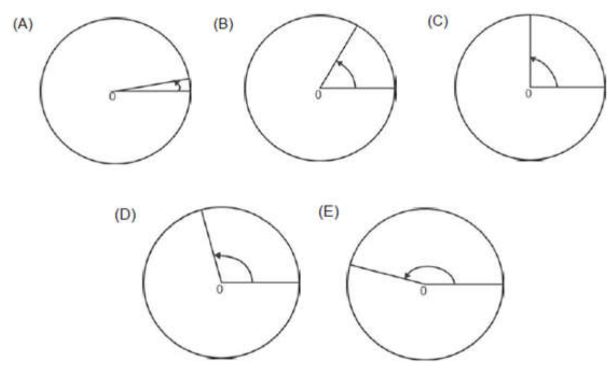
---

304. (UFRGS) O conjunto das soluções da equação $\sin\left(\frac{\pi}{2}\log x\right) = 0$ $sen\ \left(\frac{\pi}{2}\log x\right) = 0$ é

(A) $\{1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, ...\}$.
(B) $\{..., 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2, 10^3, ...\}$.
(C) $\{..., 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 1, 10^2, 10^4, 10^6, ...\}$.
(D) $\{..., -10^{-6}, -10^{-4}, -10^{-2}, 1, 10^2, 10^4, 10^6, ...\}$.
(E) $\{..., -10^{-3}, -10^{-2}, -10^{-1}, 1, 10^2, 10^3, ...\}$.

---

305. (UFRGS) Dentre os desenhos abaixo, aquele que representa o ângulo que tem medida mais próxima de 1 radiano é



PROVAS DA UFRGS

UFRGS 2015

306. A expressão $(0{,}125)^{15}$ é equivalente a

a) 5^{45}.
b) 5^{-45}.
c) 2^{45}.
d) 2^{-45}.
e) $(-2)^{45}$.

---

307. O algarismo das unidades de $9^{99} - 4^{44}$ é

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

---

308. Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número $10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$ para que esse produto seja igual a 10?

a) 10^{9}.
b) 10^{10}.
c) 10^{11}.
d) 10^{12}.
e) 10^{13}.

---

309. Considere os gráficos das funções f, g e h, definidas por $f(x) = 2$, $g(x) = x^2 - 5x + 6$ e $h(x) = x^2 - 11x + 30$, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas.

O número de pontos distintos em que o gráfico de f intercepta os gráficos de g e h é

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

310. Dadas as funções f e g, definidas respectivamente por $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e $g(x) = -x^2 - 4x - 3$ e representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, a distância entre seus vértices é

a) 4.
b) 5.
c) $\sqrt{5}$.
d) $\sqrt{10}$.
e) $2\sqrt{5}$.

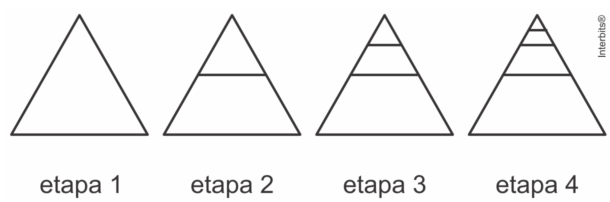
---

311. Para fazer a aposta mínima na Megassena uma pessoa deve escolher 6 números diferentes em um cartão de apostas que contém os números de 1 a 60. Uma pessoa escolheu os números de sua aposta, formando uma progressão geométrica de razão inteira.
Com esse critério, é correto afirmar que

a) essa pessoa apostou no número 1.
b) a razão da PG é maior do que 3.
c) essa pessoa apostou no número 60.
d) a razão da PG é 3.
e) essa pessoa apostou somente em números ímpares.

---

312. Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



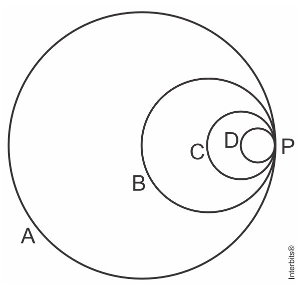
Na etapa 1, há um único triângulo equilátero. Na etapa 2, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo da etapa 1, formando dois triângulos equiláteros. Na etapa 3, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo menor da etapa 2, formando três triângulos equiláteros. Na etapa 4 e nas etapas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos triângulos menores da etapa anterior.

O número de trapézios na 6ª etapa de construção é

a) 14.
b) 15.
c) 16.
d) 17.
e)

---

313. Considere o padrão de construção representado pelo desenho abaixo.



O disco A tem raio medindo 1. O disco B é tangente ao disco A no ponto P e passa pelo centro do disco A. O disco C é tangente ao disco B no ponto P e passa pelo centro do disco B. O disco D é tangente ao disco C no ponto P e passa pelo centro do disco C. O processo de construção dos discos é repetido infinitamente.
Considerando a sucessão infinita de discos, a soma das áreas dos discos é

a) $\frac{\pi}{4}$.
b) $\frac{\pi}{3}$.
c) $\frac{2\pi}{3}$.
d) π.
e) $\frac{4\pi}{3}$.

---

314. Atribuindo para $\log 2$ o valor $0,3$, então o valor de $100^{0,3}$ é

a) 3.
b) 4.
c) 8.
d) 10.
e) 33.

315. O número N de peixes em um lago pode ser estimado utilizando a função N, definida por $N(t) = 500 \cdot 1,02^t$, em que t é o tempo medido em meses.

Pode-se, então, estimar que a população de peixes no lago, a cada mês,

a) cresce $0,2\%$.
b) cresce 2%.
c) cresce 20%.
d) decresce 2%.
e) decresce 20%.

---

316. Considere o polinômio
$p(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.

Se $p(2) = 0$ e $p(-2) = 0$, então as raízes do polinômio $p(x)$ são

a) -2, 0, 1 e 2.
b) -2, -1, 2 e 3.
c) -2, -1, 1 e 2.
d) -2, -1, 0 e 2.
e) -3, -2, 1 e 2.

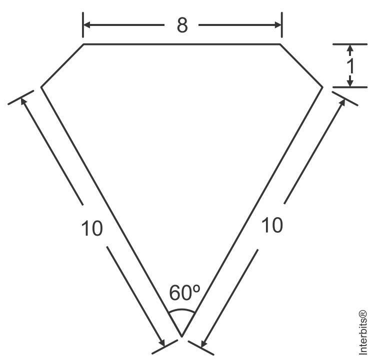
---

317. O gráfico da função f, definida por $f(x) = \cos x$, e o gráfico da função g, quando representados no mesmo sistema de coordenadas, possuem somente dois pontos em comum.

Assim, das alternativas abaixo, a que pode representar a função g é

a) $g(x) = (\text{sen}x)^2 + (\cos x)^2$.
b) $g(x) = x^2$.
c) $g(x) = 2^x$.
d) $g(x) = \log x$.
e) $g(x) = \text{sen}x$.

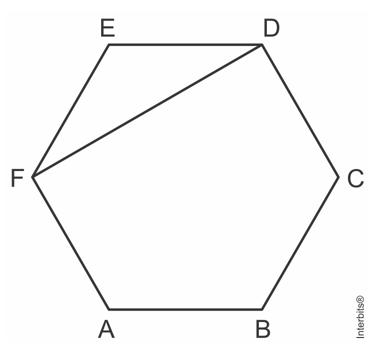
318. O emblema de um super-herói tem a forma pentagonal, como representado na figura abaixo.



A área do emblema é

a) $9+5\sqrt{3}$.
b) $9+10\sqrt{3}$.
c) $9+25\sqrt{3}$.
d) $18+5\sqrt{3}$.
e) $18+25\sqrt{3}$.

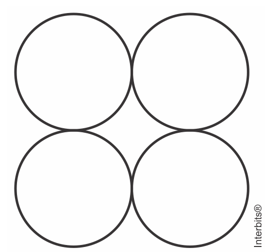
319. Considere o hexágono regular ABCDEF, no qual foi traçado o segmento FD medindo 6 cm, representado na figura abaixo.



A área do hexágono mede, em cm^2,

a) $18\sqrt{3}$.
b) $20\sqrt{3}$.
c) $24\sqrt{3}$.
d) $28\sqrt{3}$.
e) $30\sqrt{3}$.

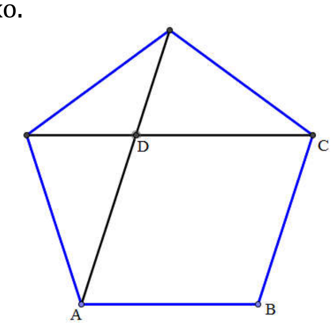
320. Quatro círculos de raio r foram traçados de forma que sejam tangentes entre si dois a dois, como na figura abaixo. As distâncias entre os centros de dois círculos não tangentes entre si têm a mesma medida.



A distância entre os centros de dois círculos não tangentes entre si é

a) 2r.
b) r^2.
c) $r\sqrt{2}$.
d) $2r\sqrt{2}$.
e) $r^2\sqrt{2}$.

321. Considere o pentágono regular de lado 2 e duas de suas diagonais, conforme representado na figura abaixo.



A área do quadrilátero ABCD é

a) $sen72°$.
b) $sen108°$.
c) $2sen72°$.
d) $4sen72°$.
e) $4sen108°$.

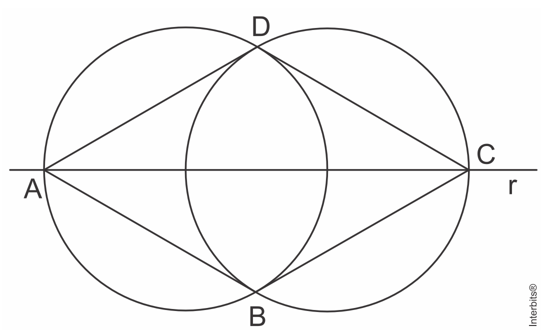
322. Considere as áreas dos hexágonos regulares A e B inscritos, respectivamente, em círculos de raios 1 e 4.

A razão entre a área do hexágono A e a área do hexágono B é

a) $\frac{1}{16}$.
b) $\frac{1}{8}$.
c) $\frac{1}{4}$.
d) $\frac{1}{2}$.
e) 1.

---

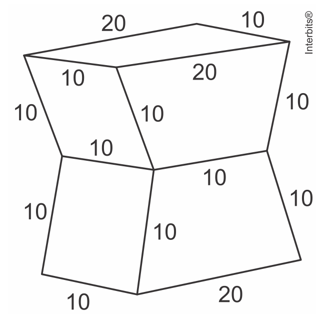
323. As circunferências do desenho abaixo foram construídas de maneira que seus centros estão sobre a reta r e que uma intercepta o centro da outra. Os vértices do quadrilátero $ABCD$ estão na interseção das circunferências com a reta r e nos pontos de interseção das circunferências.



Se o raio de cada circunferência é $2,$ a área do quadrilátero $ABCD$ é

a) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
b) $3\sqrt{3}$.
c) $6\sqrt{3}$.
d) $8\sqrt{3}$.
e) $12\sqrt{3}$.

324. O primeiro prêmio de um torneio recebe um troféu sólido confeccionado em metal, com as medidas abaixo.

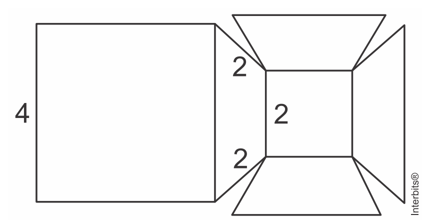


Considerando que as bases do troféu são congruentes e paralelas, o volume de metal utilizado na sua confecção é

a) $100\sqrt{3}$.
b) $150\sqrt{3}$.
c) $1.000\sqrt{3}$.
d) $1.500\sqrt{3}$.
e) $3.000\sqrt{3}$.

---

325. Considere a planificação do sólido formado por duas faces quadradas e por quatro trapézios congruentes, conforme medidas indicadas na figura representada abaixo.



O volume desse sólido é

a) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.
b) $\frac{28\sqrt{2}}{3}$.
c) $8\sqrt{2}$.
d) $16\sqrt{2}$.
e) $20\sqrt{2}$.

326. Considere as circunferências definidas por $(x-3)^2+(y-2)^2=16$ e $(x-10)^2+(y-2)^2=9$, representadas no mesmo plano cartesiano.

As coordenadas do ponto de interseção entre as circunferências são

a) $(7, 2)$.
b) $(2, 7)$.
c) $(10, 3)$.
d) $(16, 9)$.
e) $(4, 3)$.

---

327. Uma pessoa tem no bolso moedas de R\$ 1,00, de R\$ 0,50, de R\$ 0,25 e R\$ 0,10. Se somadas, as moedas de R\$ 1,00 com as de R\$ 0,50 e com as de R\$ 0,25, têm-se R\$ 6,75. A soma das moedas de R\$ 0,50 com as moedas de R\$ 0,25 e com as de R\$ 0,10, resulta em R\$ 4,45. A soma das moedas de R\$ 0,25 com as de R\$ 0,10 resulta em R\$ 2,95.

Das alternativas, assinale a que indica o número de moedas que a pessoa tem no bolso.

a) 22
b) 23
c) 24
d) 25
e) 26

---

328. Escolhe-se aleatoriamente um número formado somente por algarismos pares distintos, maior do que 200 e menor do que 500.

Assinale a alternativa que indica a melhor aproximação para a probabilidade de que esse número seja divisível por 6.

a) 20%
b) 24%
c) 30%
d) 34%
e) 50%

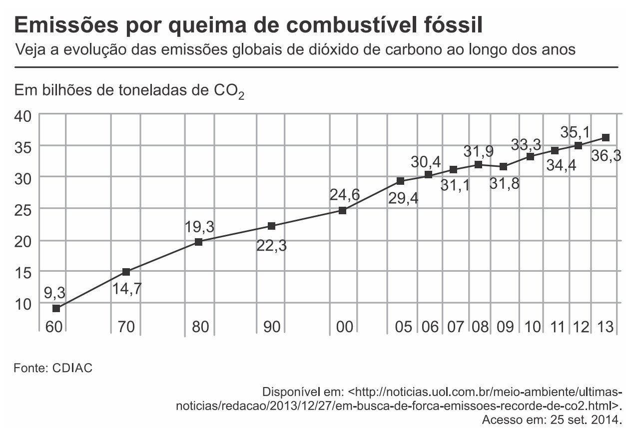
329. Um jogo consiste em responder corretamente as perguntas sorteadas, ao girar um ponteiro sobre uma roleta numerada de 1 a 10, no sentido horário. O número no qual o ponteiro parar corresponde à pergunta a ser respondida. A cada número corresponde somente uma pergunta, e cada pergunta só pode ser sorteada uma vez. Caso o ponteiro pare sobre um número que já foi sorteado, o participante deve responder a próxima pergunta não sorteada, no sentido horário.

Em um jogo, já foram sorteadas as perguntas 1, 2, 3, 5, 6, 7 e 10. Assim, a probabilidade de que a pergunta 4 seja a próxima a ser respondida é de

a) $\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{3}{4}$.

---

330. O gráfico abaixo apresenta a evolução da emissão de Dióxido de carbono ao longo dos anos.



Com base nos dados do gráfico, assinale a alternativa correta.

a) Ao longo do período, a emissão de dióxido de carbono apresentou crescimento constante.
b) Em relação aos anos 80, os anos 90 apresentaram emissão de dióxido de carbono 30% maior.
c) O ano de 2009 apresentou menor valor de emissão de dióxido de carbono da primeira década do século XXI.
d) De 2000 a 2013, houve crescimento percentual de 11,7% na emissão de dióxido de carbono.
e) Em relação a 2000, o ano de 2013 apresentou emissão de dióxido de carbono aproximadamente 50% maior.

UFRGS 2014

331. O algarismo das unidades de 9^{10} é

a) 0.
b) 1.
c) 3.
d) 6.
e) 9.

---

332. A atmosfera terrestre contém 12.900 quilômetros cúbicos de água. Esse valor corresponde, em litros, a

a) $1{,}29 \cdot 10^{9}$.
b) $1{,}29 \cdot 10^{12}$.
c) $1{,}29 \cdot 10^{15}$.
d) $1{,}29 \cdot 10^{16}$.
e) $1{,}29 \cdot 10^{18}$.

---

333. Considere a, b e c três números reais não nulos, sendo $a < b < c$, e as afirmações abaixo.

I. $a + b < b + c$
II. $a^2 < b^2$
III. $b - a > c - b$

Quais afirmações são verdadeiras?

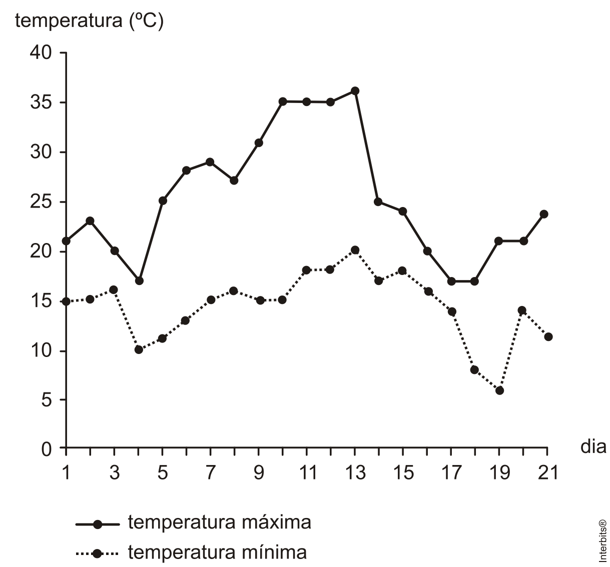
a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas I e II.
e) Apenas II e III.

---

334. Uma mercadoria com preço inicial de R\$ 500,00 sofreu reajustes mensais e acumulados de 0,5%. O preço dessa mercadoria, ao fim de 12 meses, é

a) $500 \cdot 0{,}005^{12}$.
b) $500 \cdot 0{,}05^{12}$.
c) $500 \cdot 1{,}005^{12}$.
d) $500 \cdot 1{,}05^{12}$.
e) $500 \cdot 0{,}5^{12}$.

335. O gráfico abaixo mostra o registro das temperaturas máximas e mínimas em uma cidade, nos primeiros 21 dias do mês de setembro de 2013.



Assinale a alternativa correta com base nos dados apresentados no gráfico.

a) No dia 13, foi registrada a menor temperatura mínima do período.
b) Entre os dias 3 e 7, as temperaturas máximas foram aumentando dia a dia.
c) Entre os dias 13 e 19, as temperaturas mínimas diminuíram dia a dia.
d) No dia 19, foi registrada a menor temperatura máxima do período.
e) No dia 19, foi registrada a menor temperatura do período.

---

336. Na compra de três unidades idênticas de uma mesma mercadoria, o vendedor oferece um desconto de 10% no preço da segunda unidade e um desconto de 20% no preço da terceira unidade. A primeira unidade não tem desconto. Comprando três unidades dessa mercadoria, o desconto total é

a) 8%.
b) 10%.
c) 22%.
d) 30%.
e) 32%.

337. Construídas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, as inequações $x^2 + y^2 < 4$ e $y < x + 1$ delimitam uma região no plano. O número de pontos que estão no interior dessa região e possuem coordenadas inteiras é

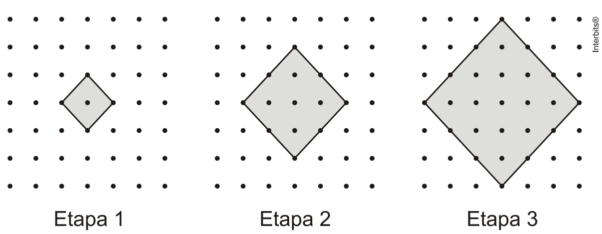
a) 5.
b) 6.
c) 7.
d) 8.
e) 9.

338. Considere as funções f e g, definidas por $f(x) = 4 - 2x$ e $g(x) = 2f(x) + 2$. Representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, a função f intercepta o eixo das ordenadas no ponto A e o eixo das abscissas no ponto B, enquanto a função g intercepta o eixo das ordenadas no ponto D e o eixo das abscissas no ponto C.

A área do polígono ABCD é

a) 4,5.
b) 5,5.
c) 6,5.
d) 7,5.
e) 8,5.

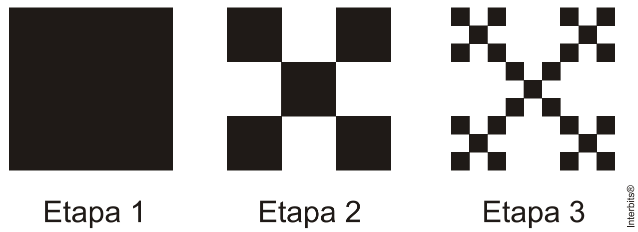
339. Nas malhas de pontos da figura abaixo, dois pontos adjacentes, na horizontal ou vertical, encontram-se a distância de 1 centímetro.



Considerando a sucessão de quadriláteros desenhados em cada etapa da figura, a área do quadrilátero da vigésima etapa, em cm^2 é

a) 100.
b) 200.
c) 400.
d) 800.
e) 1.600.

340. Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



Na etapa 1, há um único quadrado com lado 1. Na etapa 2, esse quadrado foi dividido em nove quadrados congruentes, sendo quatro deles retirados, como indica a figura. Na etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior. Nessas condições, a área restante, na etapa 5, é

a) $\frac{125}{729}$.
b) $\frac{125}{2187}$.
c) $\frac{625}{729}$.
d) $\frac{625}{2187}$.
e) $\frac{625}{6561}$.

341. A função f, definida por $f(x) = 4^{-x} - 2$, intercepta o eixo das abscissas em

a) -2.
b) -1.
c) $-\frac{1}{2}$.
d) 0.
e) $\frac{1}{2}$.

342. Atribuindo para $\log 2$ o valor $0{,}3$, então os valores de $\log 0{,}2$ e $\log 20$ são, respectivamente,

a) $-0{,}7$ e 3.
b) $-0{,}7$ e $1{,}3$.
c) $0{,}3$ e $1{,}3$.
d) $0{,}7$ e $2{,}3$.
e) $0{,}7$ e 3.

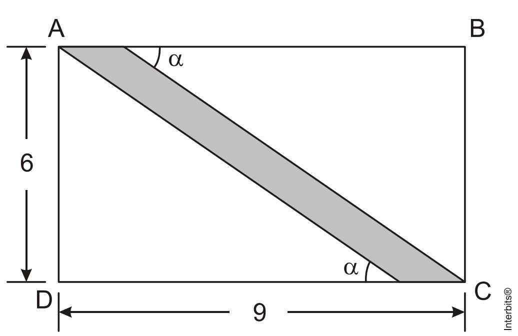
---

343. Considere os polinômios $p(x) = x^3$ e $q(x) = x^2 + x$. O número de soluções da equação $p(x) = q(x)$, no conjunto dos números reais, é

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

---

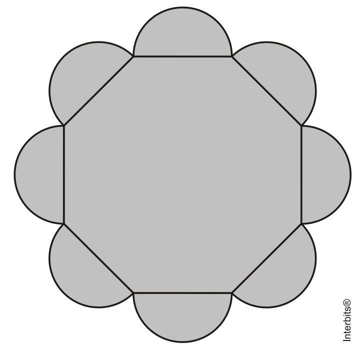
344. Na figura abaixo, o retângulo ABCD tem lados que medem 6 e 9.



Se a área do paralelogramo sombreado é 6, o cosseno de α é

a) $\frac{3}{5}$.
b) $\frac{2}{3}$.
c) $\frac{3}{4}$.
d) $\frac{4}{5}$.
e) $\frac{8}{9}$.

345. A figura abaixo é formada por oito semicircunferências, cada uma com centro nos pontos médios dos lados de um octógono regular de lado 2.

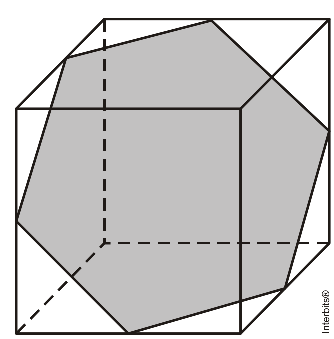


A área da região sombreada é

a) $4\pi + 8 + 8\sqrt{2}$.
b) $4\pi + 8 + 4\sqrt{2}$.
c) $4\pi + 4 + 8\sqrt{2}$.
d) $4\pi + 4 + 4\sqrt{2}$.
e) $4\pi + 2 + 8\sqrt{2}$.

---

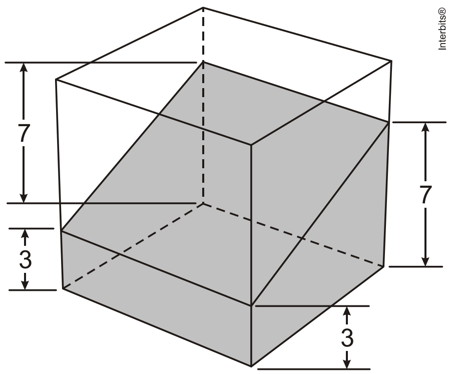
346. Os vértices do hexágono sombreado, na figura abaixo, são pontos médios das arestas de um cubo.



Se o volume do cubo é 216, o perímetro do hexágono é

a) $3\sqrt{2}$.
b) $6\sqrt{2}$.
c) $9\sqrt{2}$.
d) $12\sqrt{2}$.
e) $18\sqrt{2}$.

347. No cubo de aresta 10, da figura abaixo, encontra-se representado um sólido sombreado com as alturas indicadas no desenho.

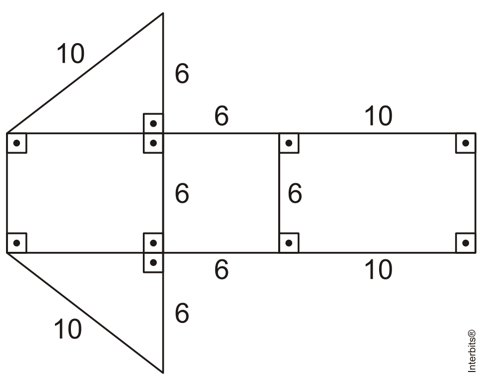


O volume do sólido sombreado é

a) 300.
b) 350.
c) 500.
d) 600.
e) 700.

---

348. Na figura abaixo, encontra-se representada a planificação de um sólido de base quadrada cujas medidas estão indicadas.



O volume desse sólido é

a) 144.
b) 180.
c) 216.
d) 288.
e) 360.

349. Considere um cilindro reto de altura 32 e raio da base 3, e uma esfera com volume igual ao do cilindro.

Com essas condições, o raio da esfera é

a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 10.
e) 12.

---

350. Um cone reto com raio da base medindo 10 cm e altura de 12 cm será seccionado por um plano paralelo à base, de forma que os sólidos resultantes da secção tenham o mesmo volume.

A altura do cone resultante da secção deve, em cm, ser

a) 6.
b) 8.
c) $6\sqrt{2}$.
d) $6\sqrt[3]{2}$.
e) $6\sqrt[3]{4}$.

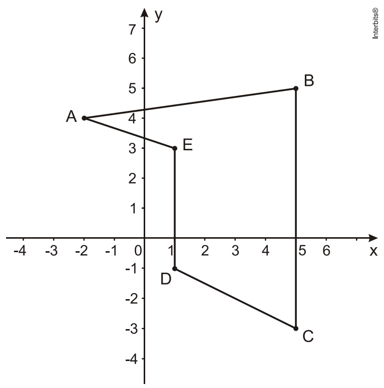
---

351. A área de um quadrado inscrito na circunferência de equação $x^2 - 2y + y^2 = 0$ é

a) $\frac{1}{2}$.
b) 1.
c) $\sqrt{2}$.
d) 2.
e) $2\sqrt{2}$.

352. No pentágono representado no sistema de coordenadas cartesianas abaixo, os vértices possuem coordenadas inteiras.

As retas suporte dos lados AE e BC interceptam-se no ponto



a) $\left(5, \frac{4}{3}\right)$.
b) $\left(5, \frac{5}{2}\right)$.
c) $\left(5, \frac{5}{3}\right)$.
d) $\left(5, \frac{5}{4}\right)$.
e) $\left(5, \frac{6}{5}\right)$.

---

353. Para os jogos da primeira fase da Copa do Mundo de 2014 na sede de Porto Alegre, foram sorteados ingressos entre aqueles que se inscreveram previamente. Esses ingressos foram divididos em 4 categorias, identificadas pelas letras A, B, C e D. Cada pessoa podia solicitar, no máximo, quatro ingressos por jogo. Os ingressos da categoria D foram vendidos somente para residentes no país sede e custaram, cada um, $\frac{1}{3}$ do valor unitário do ingresso da categoria C.
No quadro abaixo, estão representadas as quantidades de ingressos, por categoria, solicitados por uma pessoa, para cada um dos jogos da primeira fase, e o valor total a ser pago.

Jogo	A	B	C	D	TOTAL (em R$)
1	2	0	2	0	1.060,00
2	1	3	0	0	1.160,00
3	0	1	3	0	810,00

Se essa pessoa comprasse um ingresso de cada categoria para um dos jogos da primeira fase, ela gastaria, em reais,

a) 860.
b) 830.
c) 800.
d) 770.
e) 740.

354. Considere as retas r e s, paralelas entre si. Sobre a reta r, marcam-se 3 pontos distintos: A, B e C; sobre a reta s, marcam-se dois pontos distintos: D e E.

Escolhendo ao acaso um polígono cujos vértices coincidam com alguns desses pontos, a probabilidade de que o polígono escolhido seja um quadrilátero é de

a) $\frac{1}{4}$.
b) $\frac{1}{3}$.
c) $\frac{1}{2}$.
d) $\frac{2}{3}$.
e) $\frac{3}{4}$.

---

355. Considere a configuração dos números dispostos nas colunas e linhas abaixo.

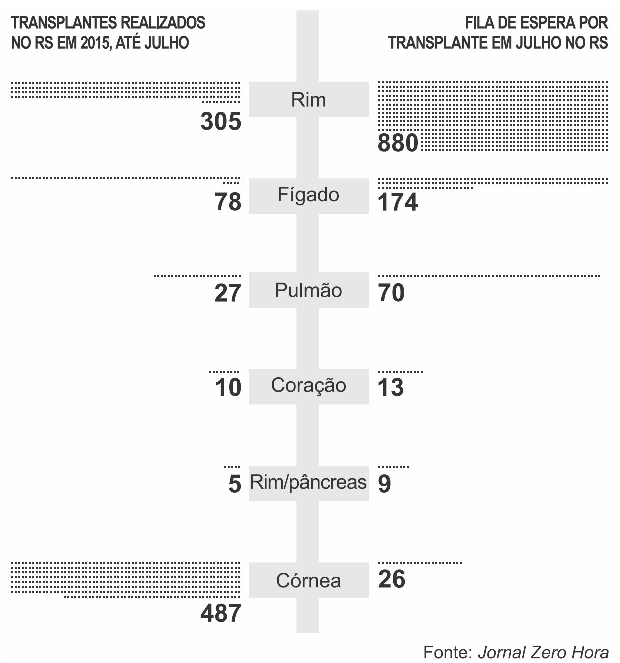
	Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4	Coluna 5	Coluna 6	Coluna 7	. . .
Linha 0	1								
Linha 1	1	1							
Linha 2	1	2	1						
Linha 3	1	3	3	1					
Linha 4	1	4	6	4	1				
Linha 5	1	5	10	10	5	1			
Linha 6	1	6	15	20	15	6	1		
Linha 7	1	7	21	35	35	21	7	1	
...	...	...	...	...	...	...	.	.	

O número localizado na linha 15 e na coluna 13 é

a) 15.
b) 91.
c) 105.
d) 120.
e) 455.

UFRGS 2016

356. Observe o gráfico abaixo.



Nele está retratado o número de transplantes realizados no Rio Grande do Sul, até julho de 2015, e a quantidade de pessoas que aguardam na fila por um transplante no Estado, no mês de julho de 2015.

Assinale a alternativa que está de acordo com as informações do gráfico.

a) Mais de 50% dos transplantes realizados no RS, até julho de 2015, foram transplantes de córnea.

b) O percentual de pessoas que aguardavam transplante de pulmão em julho de 2015 era 70% do total de pessoas na fila de espera por transplantes.

c) O transplante de fígado é o que apresenta maior diferença percentual entre o número de transplantes realizados e o número de pessoas que aguardavam transplante.

d) O número de transplantes de fígado realizados até julho de 2015 é 288% maior do que o número de transplantes de pulmão realizados no mesmo período.

e) O transplante de córneas é o que tem a menor quantidade de pessoas aguardando transplante.

357. Segundo dados da Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura, o número de subnutridos no mundo está em declínio. No ano de 2012, o número de subnutridos foi estimado em 842 milhões de pessoas; em 1992, esse número era de 1,03 bilhão de pessoas.

Percentualmente, o declínio de subnutridos de 2012, em relação a 1992, está entre

a) 5% e 10%.
b) 10% e 15%.
c) 15% e 20%.
d) 20% e 25%.
e) 25% e 30%.

---

358. No ano de 2000, para ir da cidade A até a cidade B, um carro levava $6{,}5\text{h}$. Em 2008, era possível fazer esse trajeto de carro em um tempo 10% menor. Hoje, é possível fazer esse percurso, também de carro, em um tempo 10% menor do que no ano de 2008.

Entre as alternativas abaixo, a melhor aproximação para o tempo que hoje se leva para ir da cidade A até a cidade B é

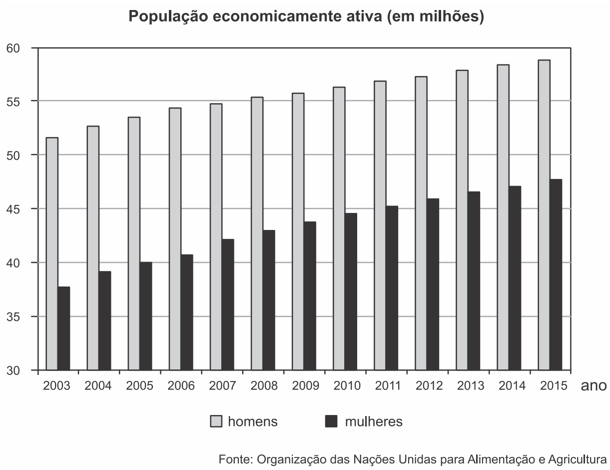
a) $5\text{h}10\text{min}$.
b) $5\text{h}16\text{min}$.
c) $5\text{h}49\text{min}$.
d) $6\text{h}15\text{min}$.
e) $6\text{h}20\text{min}$.

---

359. Se $x+y=13$ e $x \cdot y=1$, então x^2+y^2 é

a) 166.
b) 167.
c) 168.
d) 169.
e) 170.

360. O gráfico a seguir representa a população economicamente ativa de homens e mulheres no Brasil de 2003 a 2015.



Com base nos dados do gráfico, é correto afirmar que,

a) no ano de 2009, a população economicamente ativa de mulheres era cerca de 50% da população economicamente ativa de homens.
b) de 2003 a 2015, em termos percentuais, a população economicamente ativa de homens cresceu mais do que a de mulheres.
c) em relação a 2005, a população economicamente ativa de mulheres em 2011 cresceu cerca de 5%.
d) de 2003 a 2015, em termos percentuais, a população economicamente ativa de mulheres cresceu mais do que a de homens.
e) em relação a 2007, a população economicamente ativa de homens em 2015 cresceu cerca de 3%.

---

361. Considere as funções f e g, definidas respectivamente por $f(x) = 10x - x^2 - 9$ e $g(x) = 7$, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. O gráfico da função g intercepta o gráfico da função f em dois pontos. O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois pontos.

A área do quadrilátero convexo com vértices nesses pontos é

a) 14.
b) 28.
c) 49.
d) 63.
e) 98.

---

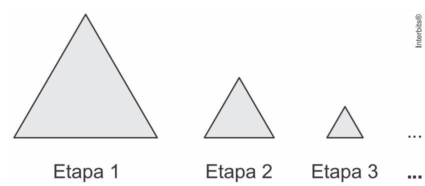
362. Considere a sequência de números binários $101,\ 1010101,\ 10101010101,\ 101010101010101\ldots$.

A soma de todos os algarismos dos 20 primeiros termos dessa sequência é

a) 52.
b) 105.
c) 210.
d) 420.
e) 840.

---

363. Considere o padrão de construção representado pelos triângulos equiláteros abaixo.



O perímetro do triângulo da etapa 1 é 3 e sua altura é h; a altura do triângulo da etapa 2 é metade da altura do triângulo da etapa 1; a altura do triângulo da etapa 3 é metade da altura do triângulo da etapa 2 e, assim, sucessivamente.

Assim, a soma dos perímetros da sequência infinita de triângulos é

a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

364. Se $10^x = 20^y$, atribuindo $0,3$ para $\log 2$, então o valor de $\frac{x}{y}$ é

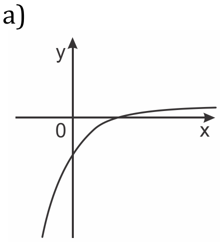
a) $0,3$.
b) $0,5$.
c) $0,7$.
d) 1.
e) $1,3$.

---

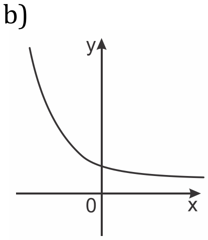
365. Considere a função f definida por $f(x) = 1 - 5 \cdot 0,7^x$ e representada em um sistema de coordenadas cartesianas.

Entre os gráficos abaixo, o que pode representar a função f é

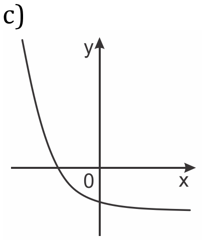
a)



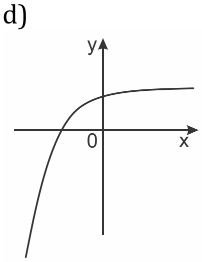
b)



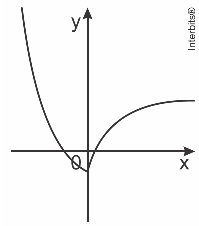
c)



d)



e)



---

366. Uma caixa com a forma de um paralelepípedo retangular tem as dimensões dadas por

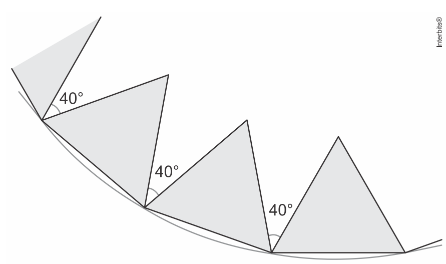
$x,\ x+4$ e $x-1$.

Se o volume desse paralelepípedo é 12, então as medidas das dimensões da caixa são

a) $1, 1$ e 12.
b) $1, 2$ e 6.
c) $1, 3$ e 4.
d) $2, 2$ e 3.
e) $2, 3$ e 4.

---

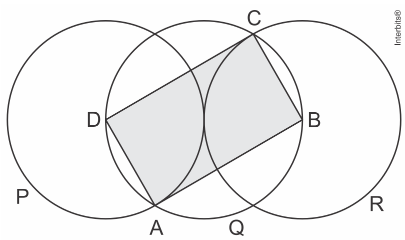
367. Um desenhista foi interrompido durante a realização de um trabalho, e seu desenho ficou como na figura abaixo.



Se o desenho estivesse completo, ele seria um polígono regular composto por triângulos equiláteros não sobrepostos, com dois de seus vértices sobre um círculo, e formando um ângulo de $40°$, como indicado na figura.
Quando a figura estiver completa, o número de triângulos equiláteros com dois de seus vértices sobre o círculo é

a) 10.
b) 12.
c) 14.
d) 16.
e) 18.

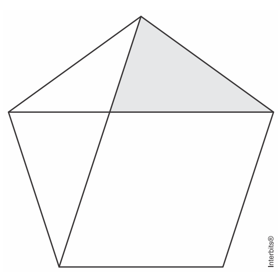
368. Na figura abaixo, três discos P, Q e R, de mesmo raio, são construídos de maneira que P e R são tangentes entre si e o centro de Q é ponto de tangência entre P e R. O quadrilátero sombreado $ABCD$ têm vértices nos centros dos discos P e R e em dois pontos de interseção de Q com P e R.



Se o raio do disco P é 5, a área do quadrilátero $ABCD$ é

a) $5\sqrt{3}$.
b) 25.
c) 50.
d) $25\sqrt{3}$.
e) 75.

369. Considere o pentágono regular de lado 1 e duas de suas diagonais, conforme representado na figura abaixo.



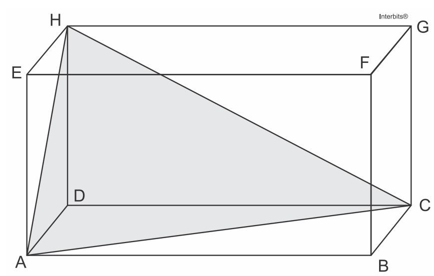
A área do polígono sombreado é

a) $\dfrac{\text{sen}\,36°}{2}$.
b) $\dfrac{\text{sen}\,72°}{2}$.
c) $\dfrac{\text{sen}\,72°}{3}$.
d) $\text{sen}\,36°$.
e) $\text{sen}\,72°$.

370. Se um jarro com capacidade para 2 litros está completamente cheio de água, a menor medida inteira, em cm, que o raio de uma bacia com a forma semiesférica deve ter para comportar toda a água do jarro é

a) 8.
b) 10.
c) 12.
d) 14.
e) 16.

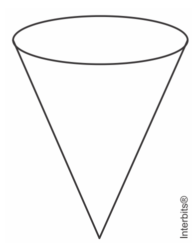
371. Considere $ABCDEFGH$ um paralelepípedo reto-retângulo conforme representado na figura abaixo.



Se as arestas do paralelepípedo medem 3, 6 e 10, o volume do sólido $ACDH$ é

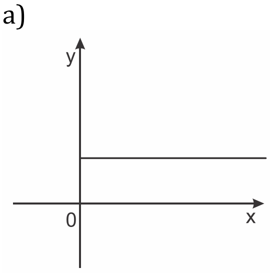
a) 10.
b) 20.
c) 30.
d) 60.
e) 90.

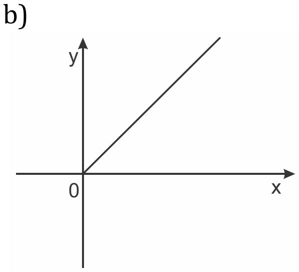
372. Um recipiente tem a forma de um cone com o vértice para baixo, como na figura a seguir.

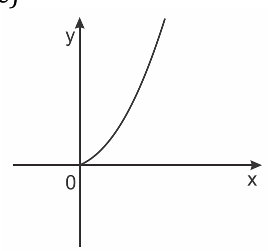


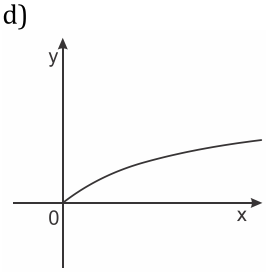
Para encher de água esse recipiente, será aberta uma torneira com vazão constante de água.

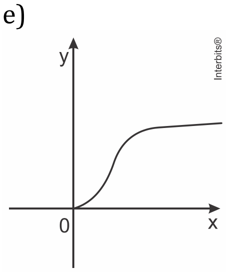
Assinale o gráfico abaixo que melhor representa a altura y que a água atinge, no recipiente, em função do tempo x.

a)


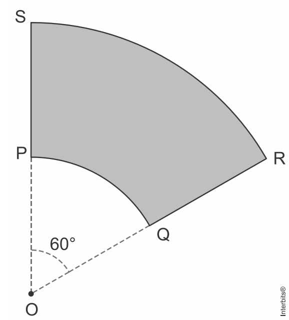
b)


c)


d)


e)


373. Considere o setor circular de raio 6 e ângulo central $60°$ da figura abaixo.



Se P e Q são pontos médios, respectivamente, de OS e OR, então o perímetro da região sombreada é

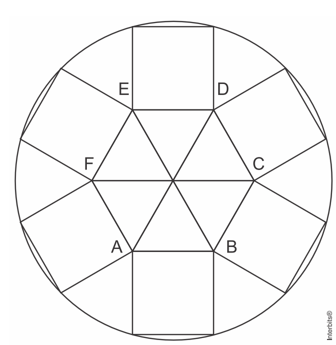
a) $\pi + 6$.
b) $2\pi + 6$.
c) $3\pi + 6$.
d) $\pi + 12$.
e) $3\pi + 12$.

---

374. Considere as funções f e g definidas por $f(x) = \operatorname{sen} x$ e $g(x) = \cos x$.
O número de raízes da equação $f(x) = g(x)$ no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ é

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

375. Na figura abaixo, encontram-se representados o hexágono regular $ABCDEF$, seis quadrados com um de seus lados coincidindo com um lado do hexágono e um círculo que passa por vértices dos quadrados.



Se o lado do hexágono é 1, então a área do círculo é

a) $\pi+\sqrt{3}$.
b) $\pi\sqrt{3}$.
c) $\pi(2+\sqrt{3})$.
d) $2\pi\sqrt{3}$.
e) $\pi(1+\sqrt{3})$.

---

376. A circunferência definida pela equação $x^2+y^2-6x+2y=6$ está inscrita em um quadrado.

A medida da diagonal desse quadrado é

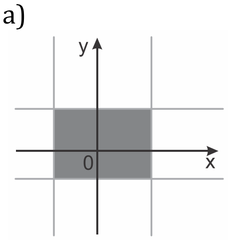
a) $\sqrt{2}$.
b) $2\sqrt{2}$.
c) $4\sqrt{2}$.
d) $6\sqrt{2}$.
e) $8\sqrt{2}$.

---

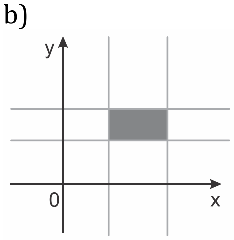
377. Considere as desigualdades definidas por $|x+5|\le 2$ e $|y+4|\le 1$ representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas.

Qual das regiões sombreadas dos gráficos abaixo melhor representa a região do plano cartesiano determinada pela interseção das desigualdades?

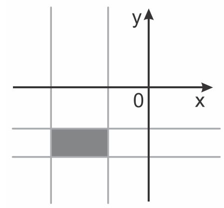
a)



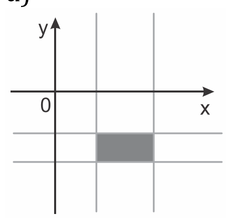
b)



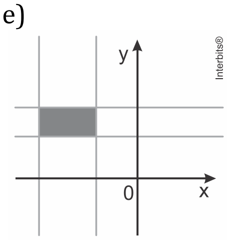
c)



d)



e)



---

378. Em uma caixa, há sólidos geométricos, todos de mesma altura: cubos, cilindros, pirâmides quadrangulares regulares e cones. Sabe-se que as arestas da base dos cubos e das pirâmides têm a mesma medida; que o raio da base dos cones e dos cilindros tem a mesma medida. Somando o volume de 2 cubos e de 2 cilindros, obtêm-se 180 cm^3. A soma dos volumes de 3 cubos e 1 cone resulta em 110 cm^3, e a soma dos volumes de 2 cilindros e 3 pirâmides resulta em 150 cm^3.

O valor da soma dos volumes, em cm^3, de um cubo, um cilindro, dois cones e duas pirâmides é

a) 150.
b) 160.
c) 190.
d) 210.
e) 240.

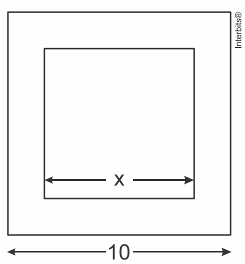
379. No jogo de xadrez, cada jogador movimenta as peças de uma cor: brancas ou pretas. Cada jogador dispõe de oito peões, duas torres, dois cavalos, dois bispos, um rei e uma rainha.

Escolhendo ao acaso duas peças pretas, a probabilidade de escolher dois peões é de

a) $\frac{7}{30}$.
b) $\frac{7}{20}$.
c) $\frac{7}{15}$.
d) $\frac{14}{15}$.
e) $\frac{14}{9}$.

---

380. Dardos são lançados em direção a um alvo com a forma de um quadrado de lado 10, como representado na figura abaixo, tendo igual probabilidade de atingir qualquer região do alvo.



Se todos os dardos atingem o alvo e 50% atingem o quadrado de lado x, o valor inteiro mais próximo de x é

a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.
e) 8.

GABARITO

001. E	002. B	003. D	004. D	005. B	006. 09	007. A	008. D	009. *	010. B
011. D	012. B	013. 25	014. D	015. E	016. B	017. A	018. 29	019. C	020. D
021. C	022. A	023. E	024. C	025. A	026. D	027. B	028. D	029. E	030. D
031. 23	032. B	033. D	034. 23	035. E	036. E	037. 21	038. C	039. A	040. A
041. E	042. B	043. A	044. B	045. D	046. E	047. E	048. A	049. C	050. C
051. A	052. A	053. C	054. A	055. D	056. E	057. C	058. A	059. B	060. E
061. C	062. B	063. B	064. C	065. A	066. D	067. A	068. A	069. B	070. E
071. C	072. E	073. E	074. D	075. A	076. E	077. C	078. D	079. C	080. D
081. E	082. E	083. A	084. A	085. A	086. C	087. D	088. E	089. C	090. C
091. D	092. B	093. B	094. A	095. A	096. E	097. B	098. B	099. B	100. A
101. B	102. D	103. C	104. B	105. C	106. C	107. D	108. A	109. C	110. E
111. A	112. C	113. A	114. E	115. E	116. B	117. D	118. E	119. A	120. A
121. E	122. E	123. A	124. B	125. D	126. A	127. D	128. A	129. D	130. D
131. B	132. D	133. D	134. A	135. D	136. B	137. C	138. A	139. D	140. C
141. E	142. E	143. B	144. C	145. C	146. E	147. E	148. C	149. E	150. A
151. A	152. D	153. E	154. A	155. A	156. A	157. A	158. B	159. B	160. B
161. E	162. D	163. A	164. E	165. A	166. C	167. C	168. B	169. E	170. E
171. B	172. B	173. D	174. D	175. A	176. E	177. C	178. C	179. A	180. D
181. B	182. B	183. A	184. E	185. B	186. D	187. D	188. C	189. E	190. D
191. C	192. B	193. A	194. E	195. C	196. B	197. B	198. A	199. A	200. B
201. B	202. A	203. B	204. D	205. A	206. B	207. B	208. D	209. D	210. C
211. A	212. B	213. D	214. B	215. D	216. A	217. D	218. C	219. D	220. E
221. C	222. D	223. A	224. A	225. D	226. B	227. A	228. D	229. C	230. E
231. A	232. D	233. A	234. D	235. E	236. C	237. 30	238. A	239. D	240. D
241. D	242. E	243. C	244. E	245. C	246. D	247. D	248. B	249. E	250. C
251. C	252. A	253. 22	254. B	255. C	256.FFV	257. 18	258. E	259. A	260. B
261.VFV	262. C	263. C	264. C	265. B	266. B	267. 31	268. B	269. D	270. A
271. 17	272. A	273. C	274. C	275. D	276. C	277. D	278.VFFFV	279. C	280. C
281. D	282. A	283. B	284. D	285. C	286. D	287. C	288. E	289. B	290. E
291. C	292. B	293. B	294. A	295. C	296. B	297. B	298. A	299. D	300. C
301. B	302. E	303. C	304. C	305. B	306. D	307. C	308. E	309. C	310. E
311. A	312. B	313. E	314. B	315. B	316. E	317. B	318. C	319. A	320. D
321. ED	322. A	323. C	324. D	325. B	326. A	327. A	328. E	329. C	330. E
331. B	332. D	333. A	334. C	335. E	336. B	337. B	338. E	339. D	340. E
341. C	342. B	343. D	344. D	345. A	346. E	347. C	348. A	349. B	350. E
351. D	352. C	353. A	354. A	355. C	356. A	357. C	358. B	359. B	360. D
361. C	362. D	363. E	364. E	365. A	366. B	367. E	368. D	369. A	370. B
371. C	372. D	373. C	374. B	375. C	376. E	377. E	378. A	379. A	380. D

* 009. a) $Re(z_0) = 2$ e $Im(z_0) = 1$.
b) $a = -2$ e $b = 2$.